

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 A

14/1/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$ .
2. **(tutti)** Determinare l'area della porzione di piano delimitata dall'asse delle x con  $x \in [-1,1]$ , e dal grafico della funzione  $y = xe^x$ .
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Determinare l'unica soluzione del problema 
$$\begin{cases} y' - 2xy = xe^{x^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Studiare il carattere e, dove possibile, calcolare la somma della serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} (\sin x)^n$ .
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Definizione di limite di funzione del tipo  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$ . Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + x^2}{e^x + x}$ .
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Scrivere il polinomio di Mac-Laurin di grado 3 che approssima la funzione  $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange.

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 B

14/1/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ .
2. **(tutti)** Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra le due curve di equazione  $y = \ln x$ , e  $y = x^2 - 3x + 2$   $x \in [1,2]$ .
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale  $y'' - 4y = e^{2x}$ .
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare il carattere della seguente serie 
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$$
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Scrivere il polinomio di Taylor di grado 3 che approssima in  $x=1$ , la funzione  $y = \ln(1+3x)$ .
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Illustrare le forme indeterminate dei limiti e la regola di De l'Hopital. Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x + \cos x)^{\frac{1}{x}}$ .
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 C

14/1/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \sin x e^{\sin x}$  con  $x \in [0, 2\pi]$ .
2. **(tutti)** Calcolare l'integrale  $\int_0^1 \frac{2+e^x}{e^{-x}+1} dx$  (Si consiglia la sostituzione  $e^x = t$ )
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Determinare l'integrale generale e l'integrale singolare della seguente equazione differenziale  $y = xy' - \ln y' - 1$ .
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare il carattere della seguente serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^2}$
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Scrivere il polinomio di Mac-Laurin di grado 3 che approssima la funzione  $y = \sin(3x + \frac{\pi}{2})$
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Utilizzando i limiti notevoli calcolare il  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 \sqrt{x}}{(e^x - 1)\ln(1 + 2x)}$
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 D

14/1/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \cos x e^{\cos x}$  con  $x \in [-\pi, \pi]$ .
2. **(tutti)** Calcolare l'area della porzione di piano nel primo quadrante compresa tra le due curve di equazione  $y = x$  e  $y = \sqrt{1-x^2}$ . (Si consiglia la sostituzione  $x = \sin t$ )
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Utilizzando il metodo della variazione delle costanti risolvere la seguente equazione differenziale  $y'' + 2y' + y = \frac{\ln x}{e^x}$ .
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare il carattere della seguente serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (e^{-n} - e^{-(n+1)})$
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Definizione di funzione infinitesima per  $x \rightarrow x_0$ . Illustrare il principio di sostituzione degli infinitesimi e applicarlo per calcolare il  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{tg} x + x^2 + x^6}{\arcsin x + \sqrt{x}}$
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Data la funzione  $f(x) = (e^x - 1)^2$  scrivere l'equazione della parabola che la approssima nel punto di ascissa  $x=0$ .
7. **(Facoltativo per tutti)** Dimostrare che  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 E

14/1/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$
2. **(tutti)** Utilizzando il metodo di scomposizione in fratti semplici, calcolare l'integrale  
$$\int \frac{x+1}{x^2 + x - 6} dx$$
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Illustrare il comportamento di una serie geometrica. Studiare il carattere della serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} (x^2 - 1)^n$
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Trovare l'integrale generale dell'equazione  $y'' + 4y' - 5y = x^2$
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Dire se è applicabile il Teorema di Rolle alla funzione  $f(x) = \sqrt{x - x^2}$  nell'intervallo  $[0,1]$  e in caso affermativo applicarlo.
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - \cos x}{x(1 - \cos x)}$
7. **(Facoltativo per tutti)** Definizione di funzione derivabile in un punto e classificare i vari tipi di punti di non derivabilità.

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 F

14/1/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = e^{-x} \sqrt{x+1}$
2. **(tutti)** Calcolare l'area della parte di piano compresa tra  $y = \arctg x$  e l'asse X, nell'intervallo  $[0,1]$
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Determinare l'unica soluzione del seguente problema 
$$\begin{cases} y' + \frac{2}{x} y = x^3 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Studiare il carattere della serie 
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{\sin \frac{1}{n}}{n^{\frac{3}{2}}} \right)$$
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\ln(1 - \sin^2 x)}$
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Enunciare il teorema di Weierstrass e trovare un intervallo dove sono verificate le ipotesi per la funzione  $f(x) = \frac{1}{\ln x}$ . Calcolare il massimo e il minimo assoluti.
7. **(Facoltativo per tutti)** Definizione di funzione continua in un punto e classificazione dei vari tipi di discontinuità..

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 A

28/1/2014

8. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ .
9. **(tutti)** Determinare l'area della porzione di piano delimitata dall'asse delle x con  $x \in [-1,1]$ , e dal grafico della funzione  $y = x\sqrt{x+1}$
10. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Determinare l'unica soluzione del problema 
$$\begin{cases} y' = 3x^2(1+y^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
11. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Studiare il carattere e, dove possibile, calcolare la somma della serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} (1-x)^n$ .
12. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x+x^2}}{\ln x + x^3\sqrt{x}}$ .
13. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Scrivere il polinomio di Taylor di grado 3 che approssima la funzione  $y = \sin 2x$  in  $x = \pi$
14. **(Facoltativo per tutti)** Definizione di derivata prima di una funzione  $f(x)$  in un punto  $x_0$  e suo significato geometrico. Definizione di funzione continua in un punto  $x_0$ . Illustrare con degli esempi il legame tra la derivabilità e la continuità di una funzione  $f(x)$  in  $x_0$ .

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 B

28/1/2014

8. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \ln(1+x+x^2)$
9. **(tutti)** Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra le due parabole di equazione  $y = x^2 - 3x + 2$ , e  $y = -x^2 + x + 2$
10. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Definizione di integrale generale per un'equazione differenziale del primo ordine. Risolvere il seguente problema 
$$\begin{cases} y' = (1+x^2)(1+y^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
.
11. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Determinare l'intervallo di convergenza della seguente serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{2^n} x^n$
12. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Utilizzando i prodotti notevoli calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg}^2(x-1)}{1 - \cos(x-1)}$
13. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Definizione di funzione derivabile in un punto e suo significato geometrico. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f(x) = \cos(x^2 - \pi^2)$  in  $x = \pi$
14. **(Facoltativo per tutti)** Definizione di massimo e minimo relativo per una funzione  $f(x)$ . Ricerca dei punti di massimo e minimo per  $f(x)$  in un intervallo  $[a,b]$ .

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 C

28/1/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ .
2. **(tutti)** Calcolare l'integrale  $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx$
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale  $y'' - 3y' + 2y = 1 + x^2$ .
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare il carattere della seguente serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^n}{n^2}$
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Scrivere il polinomio di MacLaurin di grado 3 che approssima la funzione  $y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right)$
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Definizione di funzione infinitesima per  $x \rightarrow x_0$  e loro confronto. Utilizzando il confronto calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x^2 + x^3}{e^x - 1 - \sqrt{x}}$
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 D

28/1/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$
2. **(tutti)** Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra le due curve di equazione  $y = \sqrt{x}$  e  $y = x^2$
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Risolvere la seguente equazione differenziale  $y'' - 2y' + 2y = x^2$ .
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare il carattere della seguente serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{4^n}$
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Utilizzando i limiti notevoli calcolare il  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)\sin x}{1 - \cos x}$
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Data la funzione  $f(x) = \ln(1+x^2)$  scrivere l'equazione della parabola che la approssima nel punto di ascissa  $x=0$ .
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale.

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 A

18/02/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{1+x}{1-|x|}$ .
2. **(tutti)** Determinare l'area della porzione di piano delimitata dall'asse delle x con  $x \in [-1,1]$  e dal grafico della funzione  $y = xe^{3x^2}$
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Determinare l'unica soluzione del problema 
$$\begin{cases} y' = 3x^2(1+y^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Studiare il carattere e, dove possibile, calcolare la somma della serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} (x-3)^n$ .
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Calcolare il limite 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan 2x}{x(e^{x^2} - 1)}$$
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Scrivere il polinomio di Taylor di grado 3 che approssima la funzione  $y = \cos(4x)$  in  $x = \pi$
7. **(Facoltativo per tutti)** Definizione di derivata prima di una funzione  $f(x)$  in un punto  $x_0$  e suo significato geometrico. Definizione di funzione continua in un punto  $x_0$ . Illustrare con degli esempi il legame tra la derivabilità e la continuità di una funzione  $f(x)$  in  $x_0$ .

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 B

18/02/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$
2. **(tutti)** Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra le due parabole di equazione  $y = 1 + \sqrt{x}$  e  $y = 1 + x^2$
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Definizione di integrale generale per un'equazione differenziale del primo ordine. Trovare l'integrale generale di  $y' = x^2(1+y^2)$ .
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare e calcolare il carattere della seguente serie 
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 3n + 2}$$
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Utilizzando i prodotti notevoli calcolare il limite 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan^2(x-1) + \ln^2(x)}{1 - \cos(x-1)}$$
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Definizione di funzione derivabile in un punto e suo significato geometrico. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f(x) = \sin(x^2 - \frac{\pi^2}{4})$  in  $x = \frac{\pi}{2}$
7. **(Facoltativo per tutti)** Definizione di massimo e minimo relativo per una funzione  $f(x)$ . Ricerca dei punti di massimo e minimo per  $f(x)$  in un intervallo  $[a,b]$ .

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 C

18/02/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = e^{\frac{1}{x-1}}$ .
2. **(tutti)** Calcolare l'integrale  $\int_0^1 \frac{4x^3 + 5}{x+5} dx$
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale  $y'' - 2y' + 2y = 1 + x^2$ .
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare il carattere della seguente serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{e^n}$
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Scrivere il polinomio di MacLaurin di grado 3 che approssima la funzione  $y = 1 - \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Definizione di funzione infinitesima per  $x \rightarrow x_0$  e loro confronto. Utilizzando il confronto calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2(\sqrt{x}) + x^2 + x^6}{(e^x - 1)^2 + \sqrt{x}}$
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.

## Prova scritta di Analisi Matematica 1 D

18/02/2014

1. **(tutti)** Illustrando tutti i passaggi, disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{1-2x}{1+|x|}$
2. **(tutti)** Calcolare l'area della porzione di piano, nel primo quadrante, racchiusa dalle due curve di equazione  $y = x^3$  e  $y = 4x - 3x^2$
3. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14, crediti 9)** Risolvere la seguente equazione differenziale  $y'' - 2y' = 2x^2$ .
4. **(solo per le matricole dell'A.A. 2013/14 crediti 9)** Studiare il carattere della seguente serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{2^{2n}}$
5. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Utilizzando i limiti notevoli calcolare il  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) \tan x}{1 - \cos x}$
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Data la funzione  $f(x) = \ln(x + x^2 + 1)$  scrivere l'equazione della parabola che la approssima nel punto di ascissa  $x=0$ .
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo

Integrale.