**Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.) 3 ore**
**26/01/2012**

1) Definizione di funzione continua in un punto e classificazione dei punti di discontinuità. Utilizzando la definizione dire per quali valori di k è continua in x=0 la seguente funzione $f(x)=\begin{cases} x^2 \ln|2x| & x \neq 0 \\ k & x=0 \end{cases}$.
2) Studiare il grafico della seguente funzione illustrando i passaggi fondamentali f(x)=sinx $e^x$, con $x \in [-\pi, \pi]$.
3) Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo integrale. Dire se è applicabile alla funzione integrale $F(x)=\int_0^x \ln(t^2+\frac{3}{4})dt$ , calcolare i punti critici di F(x) e classificarli.
4) Risolvere in campo complesso l'equazione $z^3+i=0$ e rappresentare le radici nel piano di Gauss.
5) Risolvere a piacere uno dei due esercizi:
   a) definizione di serie numerica convergente e condizione necessaria. Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\frac{1}{n}$ .
   b) Condizione necessaria affinchè una funzione f(x) sia integrabile secondo Riemann. Definizione di integrale in senso improprio o generalizzato. Dire se converge il seguente integrale improprio: $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x-1}dx$

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore A**
**26/01/2012**

1) Definizione di funzione derivabile in un punto e suo significato geometrico. Utilizzandola calcolare la derivata prima della funzione y=sin3x

2) Data la funzione $f(x)=x^2\sqrt{|x|}$ determinare
   a. campo di esistenza e comportamento ai suoi estremi,
   b. un intervallo in cui essa è monotona crescente o decrescente,
   c. massimi, minimi, flessi, (se esistono)
   d. disegnare il grafico.
3) Determinare per quali valori del parametro k converge la serie $\sum_{n=0}^{\infty}(k^4-1)^n$ e calcolarne la somma.
4) Enunciare la formula di Taylor, utilizzandola scrivere il polinomio di grado 20 che approssima la funzione $f(x)=\ln(1+2x^4)$ nell'intorno di x = 0.

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore B**
**26/01/2012**

1) Definizione di massimo e minimo relativo per una funzione f(x). Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

2) Data la funzione $f(x)=\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ determinare

   a. campo di esistenza e comportamento ai suoi estremi,
   b. studiare la monotonia,
   c. massimi, minimi, flessi, (se esistono)
   d. disegnare il grafico.

3) Utilizzando un criterio sufficiente dire per quali valori del parametro k converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(\sin k)^n}{n^2}$.

4) Applicando la formula di MacLaurin calcolare il seguente limite $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)+x\sin 2x}{(1-\cos 3x)}$

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore C**
**26/01/2012**

1) Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle. Dire se è applicabile alla funzione $f(x)=\sqrt[3]{x^2-1}$ nell'intervallo [-1,1].

2) Data la funzione $f(x)=\frac{x}{\ln^2 x}$ determinare

   a. campo di esistenza e comportamento ai suoi estremi,
   b. studiare la monotonia,
   c. massimi, minimi, flessi, (se esistono)
   d. disegnare il grafico.

3) Definizione di serie assolutamente convergente. Utilizzando un criterio sufficiente studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\cos n}{n^2}$.

4) Definizione di funzione infinitesima e confronto tra infinitesimi. Utilizzandolo dimostrare che l'ordine di infinitesimo della funzione $f(x)=tg^2 x$ per $x\to 0$ è uguale a 2.

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore D**
**26/01/2012**

1) Definizione di $\lim_{x\to x_0} f(x)=l$. Enunciare e dimostrare il teorema di unicità del limite.Fare un esempio di una funzione che non ha limite.

2) Data la funzione $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$ determinare

   a. campo di esistenza e comportamento ai suoi estremi,
   b. trovare gli eventuali punti di discontinuità,
   c. massimi, minimi, flessi, (se esistono)
   d. disegnare il grafico.

3) Utilizzando un criterio sufficiente studiare il carattere della serie

$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{3^n}$.

4) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il seguente limite $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x^2)+x\sin 5x}{(1-\cos 2x)}$.

**Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.) 3 ore**
**09/02/2012**

1) Data la funzione $f(x)=\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.
2) Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra le curve di equazione $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}-1}$ e $g(x)=1+x^2$ con $x\in[0,\frac{1}{4}]$
3) Enunciare e dimostrare il Teorema della media integrale. Fare un esempio.
4) Definizione di funzione infinitesima e ordine di infinitesimo. Calcolare l'ordine di infinitesimo della funzione $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ per $x\to 1$.
5) Svolgere a scelta uno dei seguenti esercizi
   a) definizione di serie convergente, divergente, indeterminata. Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{n=2}^{+\infty}\left(\cos^2 x\right)^n$ e calcolarne la somma.
   b) Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivabilità della funzione composta. Fare un esempio.

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore A**
**09/02/2012**

1) Data la funzione $f(x)=e^{-\frac{x}{x^2-1}}$ , disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.
2) Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange. Dire se è applicabile alla funzione $f(x)=\arcsin x$ con $x\in\left[-1,1\right]$ determinando i punti che soddisfano la tesi del teorema.
3) Enunciare la formula di Taylor. Utilizzandola scrivere il polinomio di grado 3 che approssima la funzione $f(x)=\frac{1}{2-x}$ in un intorno di x=1.
4) Definizione di serie convergente, divergente, indeterminata. Studiare il carattere della seguente serie: $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-2n}-e^{-2(n+1)}$ e se possibile calcolarne la somma.

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore B**
**09/02/2012**

1) Data la funzione $f(x)=arctg\left(\frac{x}{x-1}\right)$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.

2) Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange. Dire se è applicabile alla funzione $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ nell'intervallo [0,2] determinando i punti che soddisfano la tesi del teorema.
3) Enunciare la formula di Mac Laurin. Utilizzandola calcolare il seguente limite
$$\lim_{x\to 0}\frac{3x-\sin 3x+\ln(1+\frac{x^3}{2})}{x(\cos 2x-1)}.$$
4) Studiare il carattere della seguente serie: $\sum_{n=3}^{+\infty}\left(\sin^2 x\right)^n$ e calcolarne la somma.

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore C**
**09/02/2012**

1) Data la funzione $f(x)=\ln\frac{x}{x+1}$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.
2) Enunciare e dimostrare il Teorema di derivazione della funzione inversa. Utilizzandolo calcolare la derivata della funzione inversa di $f(x)=\sqrt[3]{x}$
3) Definizione di funzione infinitesima e confronto tra infinitesimi. Utilizzando il confronto tra infinitesimi calcolare il seguente limite $\lim_{x\to 0}\frac{3x+\ln(1+x^3)}{\sqrt{x}+x^2}$.
4) Studiare il carattere della seguente serie: $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n+1}{2^n}$ illustrando dettagliatamente il criterio sufficiente utilizzato.

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore D**
**09/02/2012**

1) Data la funzione $f(x)=\frac{e^x-1}{e^{2x}+1}$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.
2) Enunciare e dimostrare il teorema sul legame tra la derivabilità e la continuità di una funzione f(x) in un punto. Fare un esempio e un contro esempio.
3) Definizione di funzione infinitesima e ordine di infinitesimo. Determinare il valore del parametro $\alpha>0$ tale che $\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin^3 x+1-\cos x+\sqrt{tgx}}{x^\alpha}=0$.
4) Studiare il carattere della seguente serie: $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(n+1)!}{3^n}$ illustrando il criterio sufficiente utilizzato.

**Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.) 3 ore**
24/02/2012

1) Calcolare l'area della parte di piano compresa fra l'asse X, le rette $x=\frac{2}{3}$ e $x = 2$ e la curva di equazione $y=x\ln(2x^2-1)$.

2) Definizione di funzione infinita per $x \to \infty$ e confronto tra infiniti. Utilizzando il confronto tra funzioni infinite calcolare il limite: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x}-\sqrt{x^2+1}+x^2}{4^x+e^x}$.

3) Studiare il grafico della seguente funzione illustrando tutti i passaggi fondamentali $f(x)=\sqrt{x^2-1}-x$.

4) Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange. Trovare un intervallo nel quale la funzione $f(x)=\left|x-\dfrac{1}{x}\right|$ verifichi il teorema.

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore A**
**24/02/2012**

6) Data la funzione $f(x)=\dfrac{\ln x}{\ln x+1}$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.

7) Calcolare il limite $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\arcsin x - x}{x - arctgx}$ .

8) Condizione necessaria per la convergenza di una serie numerica. Determinare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{\sin n}{n^2}$.

9) Teorema sulle operazioni tra limiti di funzione. Dimostrare che se $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=l_1$ e $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=l_2$ allora $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x)=l_1\cdot l_2$. Dire quando il teorema non vale.

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore B**
**24/02/2012**

1) Data la funzione $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$ nell'intervallo $[0,2\pi]$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.

2) Definizione di $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=l$ . Calcolare il limite $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x}-\ln x}{x-arctgx}$.

3) Determinare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{1}{n}\log\left(1+\dfrac{1}{n}\right)$.

4) Criterio di invertibilità per una funzione f(x). Dire in quale intervallo è invertibile la funzione $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore C**
**24/02/2012**

1) Data la funzione $f(x)=xe^{-\sqrt{x}}$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.

2) Definizione di $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=l$ . Dimostrare geometricamente che $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin 2x}{x}=2$ .

3) Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty}(tgx)^n$ al variare di $x \in R$ e dove è possibile scrivere la somma.
4) Enunciare il Teorema di De l'Hopital. Dire in quali casi non è applicabile fornendo anche un esempio. Utilizzando il teorema calcolare $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+\sqrt{x})}{\ln(1+x^2)}$.

**Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore D**
**24/02/2012**

1) Data la funzione $f(x)=\sqrt{\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)}$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.
2) Enunciare e dimostrare il teorema della permanenza del segno. Trovare un punto in cui la funzione $f(x)=\sqrt{\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)}$ verifica le ipotesi del teorema.
3) Determinare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\arcsin\frac{1}{n}-\arcsin\frac{1}{n+1}$ e se possibile calcolarne la somma.
4) Calcolare il limite $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x-\cos x}{tg2x+\cos 3x}$ utilizzando la formula di Taylor applicata a ciascuna funzione.