

Prova scritta di Analisi Matematica 1 (V.O.)

16/01/2009

- 1) Utilizzando il metodo di integrazione per sostituzione e per parti, calcolare $\int (x^2 + 2x + 1)e^{x+1} dx$.
- 2) Data la funzione $f(x) = \log(4 - x^2)$ determinare
 - a) il campo di esistenza e comportamento agli estremi,
 - b) crescita e decrescita e calcolare i punti critici,
 - c) dire se è applicabile il Teorema di Rolle in $[-1,1]$,
 - d) tracciare il grafico.
- 3) Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{\sin x - \operatorname{tg} x}$.
- 4) Definizione di funzione derivabile in un punto e suo significato geometrico. Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva di equazione $g(x) = \frac{1}{\sin \frac{x}{2}}$ in $x = \frac{\pi}{3}$.

Prova scritta di Analisi Matematica 1 (corso 1 A.A. 08/09)

16/01/2009

- 1) Data la funzione $f(x) = \frac{1}{\ln(x-1)}$, calcolare il campo di esistenza e il comportamento della funzione ai suoi estremi.
- 2) Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat
- 3) Formula di Taylor, utilizzandola scrivere il polinomio di grado 2 che approssima la funzione $f(x) = \cos 5x$ nell'intorno di $x = 0$.
- 4) Definizione di funzione derivabile in un punto e suo significato geometrico. Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = \sin(x^2 - \pi^2)$ in $x = \pi$.
- 5) Data la serie numerica alternata $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{n^4}$ dire se converge.

Prova scritta di Analisi Matematica 1 (V.O.)

2/02/2009

- 1) Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo. Determinare il valore di b affinché sia continua in $x = 0$ la funzione $g(x) = \begin{cases} 2x + b & x > 0 \\ 1 - x^2 & x \leq 0 \end{cases}$
- 2) Scrivere sotto quali condizioni una funzione si può sviluppare con la formula di Taylor e scriverne lo sviluppo. Utilizzandolo sviluppare $f(x) = 1 - \cos 2x$ in $x = 0$ con il resto di ordine 3.
- 3) Data la funzione $h(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x^2 - 4}\right)$, studiare
 - a) campo di definizione e comportamento agli estremi;
 - b) massimi e minimi relativi;
 - c) disegnare il grafico.

- 4) Calcolare l'area della regione compresa tra le due curve di equazione $y = \sqrt{x-1}$, e $g(x)=(x-1)^2$.
- 5) Enunciare e dimostrare il teorema del valor medio del calcolo integrale; suo significato geometrico.

.....

Prova scritta di Analisi Matematica 1 (corso 1 A.A. 08/09)

2/02/2009

- 1) Data la funzione $f(x) = x(1 - \ln x)$ calcolare
 - a) il campo di esistenza e il comportamento agli estremi
 - b) massimi e minimi relativi e disegnare il grafico.
- 2) Definizione di funzione infinitesima per $x \rightarrow x_0$ e ordine di infinitesimo. Determinare l'ordine di infinitesimo di $g(x) = \ln(1 + 2x^2)$ per $x \rightarrow 0$.
- 3) Illustrare le condizioni sufficienti per la convergenza di una serie numerica. Utilizzandone una a piacere dire se converge la seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{5^n}$.
- 4) Data la funzione $g(x) = (x-1)\sqrt{x}$ calcolare e classificare i punti di non derivabilità e quelli con $g'(x) = 0$.

.....

Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.)

(16/02/2009)

- 1) Condizione necessaria affinché una funzione $f(x)$ sia integrabile secondo Riemann.
Calcolare l'integrale $\int x e^{-x} dx$. Dire se è convergente e calcolare $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$.
- 2) Data la funzione $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$ tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.
- 3) Definizione di funzione continua e derivabile in un punto x_0 . Legami tra derivabilità e continuità di una funzione $f(x)$ (con dimostrazione).
- 4) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2-x)}{e^{x^2-1} - 1}$
- 5) Formula di Taylor (specificare le ipotesi): utilizzandola scrivere il polinomio di grado 2 che approssima la funzione $h(x) = e^{x-1}$ nell'intorno di $x=1$.

.....

Prova scritta di Analisi Matematica I (CORSO 1 A.A. 2008/2009)

16/02/2009

- 1) Calcolare il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \ln(1+x^2)}{1 - e^{2x}}$.

- 2) Definizione di limite $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l < +\infty$. Enunciare e dimostrare il teorema di unicità del limite per una funzione $f(x)$.
- 3) Data la funzione $g(x) = \arctg\left(\frac{1}{x}\right)$, disegnare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.
- 4) Stabilire il carattere della seguente serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1 + \cos n}{3^n}$.
- 5) Definizione di funzione infinita in un punto x_0 e confronto tra infiniti. Fare un esempio.

Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.)

11/06/2009

- 1) Studiare il grafico della funzione $f(x) = e^{\frac{x-1}{x+1}}$.
- 2) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale. Fare un esempio.
- 3) Definizione di derivata prima di una funzione in un punto e suo significato geometrico. Calcolare l'equazione della retta tangente alla curva di equazione $f(x) = \ln(2\sqrt{x} - 1)$ nel punto $x = 1$.
- 4) Illustrare il metodo di integrazione per sostituzione. Utilizzandolo risolvere l'integrale $\int_a^b 3x^2 \sqrt{2-x^3} dx$ con $t = 2 - x^3$, scegliendo a e b in modo che l'integrale esista.
- 5) Scrivere lo sviluppo di Mac Laurin con il resto di Lagrange, di ordine 4, della funzione $f(x) = \ln(1 + 2x^2)$.

Prova scritta di Analisi Matematica I (Corso 1 A.A. 08/09)

11/06/2009

- 1) Si studi il grafico della seguente funzione $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$.
- 2) Enunciare e dimostrare il criterio del rapporto e utilizzandolo studiare il carattere della serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^{n+1}}{n!}$.
- 3) Formula di Taylor e Mac-Laurin, utilizzandola calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \cos x}{\sin x + \ln(1 + x^2)}$.
- 4) Enunciare il teorema di derivazione della funzione composta. Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \cos \sqrt{x}$.

Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.)

30/06/2009

- 1) Data la funzione $f(x) = (x^2 - x)e^x$,
 - a) disegnare il grafico illustrando i passaggi fondamentali,

b) enunciare il teorema di Rolle e dire se è applicabile alla funzione $f(x)$ nell'intervallo $[0,1]$.

2) Definizione di integrale improprio o generalizzato del tipo $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ e sua convergenza.

Dire se converge l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 1} dx$.

3) Definizione di massimo e di minimo relativo. Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.

4) Calcolare l'area del dominio D compresa tra le due curve di equazione $y = \sqrt{1-x^2}$ e $y = |x|$. Disegnare il dominio D .

.....
Prova scritta di Analisi Matematica I (Corso 1 A.A. 08/09)

30/06/2009

- 1) Disegnare il grafico della funzione $f(x) = x \ln^2 x$, illustrando i passaggi fondamentali.
- 2) Definizione di funzione continua in un punto x_0 . Fare un esempio. Illustrare i vari tipi di discontinuità in un punto.
- 3) Enunciare e dimostrare il teorema di derivazione del prodotto di due funzioni.
- 4) Utilizzando il confronto tra funzioni infinitesime calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2) - e^x + 1}{\sin^2 x + 2x}.$$

.....
Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.)

15/07/2009

- 1) Studiare il grafico della funzione $f(x) = \frac{x - \sin x \cos x}{2}$, nell'intervallo $[0, 2\pi]$, mettendo in evidenza i punti a derivata prima nulla e i flessi.
- 2) Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale.
- 3) Utilizzando la definizione, calcolare la derivata prima di $g(x) = \frac{1}{x}$ in un punto x generico.
- 4) Calcolare $\int_0^1 \frac{1 - \sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt[3]{x+2}} dx$, con la sostituzione $x+2 = t^6$.
- 5) Data la funzione $f(x) = \ln(\cos x)$: scrivere il Polinomio di Mac Laurin di ordine 4.

.....
Prova scritta di Analisi Matematica I (Corso 1 A.A. 08/09)

15/07/2009

- 1) Data la funzione $f(x) = \arctg\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$, tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.
- 2) Data la serie $\sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{2x}{x^2 + 4}\right)^k$ dire per quali valori di x converge e calcolarne la somma.

3) Definizione di funzione continua in un punto. Dire se è continua in $x=0$ la funzione così

$$\text{definita: } f(x) = \begin{cases} 1 - e^{2x \ln|x|} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}.$$

4) Definizione di $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$. Enunciare e dimostrare il teorema di unicità del limite.

.....
Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.)

16/9/2009

1) Definizione di integrale secondo Riemann. Calcolare $\int_0^{\pi} \sin(x - \pi) \cos(x - \pi) dx$.

2) Si studi il grafico della seguente funzione $f(x) = x e^{\sqrt{x}}$.

3) Calcolare l'area della porzione di piano delimitata dalla parabola di equazione $y=x^2-1$ e l'asse x , con $0 \leq x \leq 2$.

4) Definizione di funzione infinitesima per $x \rightarrow x_0$ e ordine di infinitesimo.

Utilizzandolo calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + \sin 3x}{\ln(1 + 2x) + \operatorname{tg} x^2}$.

5) Definizione di serie numerica convergente, divergente, indeterminata. Studiare

il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$.

.....
Prova scritta di Analisi Matematica I (Corso1 A.A. 08/09)

16/9/2009

1) Data la funzione $f(x) = x\sqrt{x-1}$ tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.

2) Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{n} - \operatorname{arctg} \frac{1}{n+1}\right)$ e calcolarne la somma.

3) Definizione di estremo relativo. Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.

4) Data la funzione $f(x) = x + \ln(\cos x^2)$, scrivere l'equazione della retta tangente nel punto $x=0$.

.....
Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.)

30/9/2009

1) Formula di Mac-Laurin. Scrivere il polinomio di Mac-Laurin di grado 6 che approssima la funzione $f(x) = e^{-x^2}$ in un intorno di $x = 0$.

2) Data la funzione $\sqrt{\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)}$ tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.

3) Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo integrale.

Utilizzandolo mostrare che la funzione integrale $F(x) = \int_0^x \frac{t}{1+4t^2} dt$,

a) è continua e derivabile,

b) calcolare $F'(x)$, i massimi e i minimi relativi di $F(x)$.

4) Utilizzando il metodo di integrazione per sostituzione calcolare il seguente

integrale definito: $\int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} dx$.

.....
Prova scritta di Analisi Matematica I (Corso1 A.A. 08/09)

30/9/2009

1) Data la funzione $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\sin x}}$ tracciare il grafico in $[0, 2\pi]$ illustrando i passaggi fondamentali.

2) Definizione di serie convergente assolutamente e semplicemente. Studiare la convergenza assoluta e semplice della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{\arctg n}{n^3 + 3n} \right)$.

3) Calcolare il seguente limite utilizzando lo sviluppo di Taylor

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{3x^2 \ln(1 + \sin x)}.$$

4) Enunciare e dimostrare il Teorema di derivazione della funzione composta. Fare un esempio.