

1<sup>a</sup> Prova parziale di Analisi Matematica I (A)  
16/11/2007

Nome.....  
Matricola.....

- 1) Data la funzione  $f(x) = e^{-2x}\sqrt{x-1}$ . Calcolare il campo di esistenza e il suo comportamento agli estremi.
- 2) Definizione di derivata prima di una funzione  $f(x)$  in un punto  $x_0$  e suo significato geometrico. Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva di equazione  $f(x) = \sqrt{\cos x}$  in  $x = \frac{\pi}{3}$ .
- 3) Definizione di limite finito per una funzione  $f(x)$ . Utilizzando i limiti notevoli calcolare il seguente limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin x + 1)}{\operatorname{tg} x (e^x - 1)}$ .
- 4) Calcolare le radici dell'equazione  $z^3 - 27 = 0$  e disegnarle nel campo di Gauss.

1<sup>a</sup> Prova parziale di Analisi Matematica I (B)  
(16/11/2007)

Nome.....  
Matricola.....

- 1) Data la funzione  $f(x) = x\sqrt{\ln x}$ . Calcolare il campo di esistenza, la derivata prima e i punti di non derivabilità.
- 2) Definizione di funzione continua e di funzione derivabile in un punto  $x_0$ .  
Enunciare e dimostrare il Teorema sulla continuità di una funzione derivabile (*derivabilità*  $\Rightarrow$  *continuità*).
- 3) Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 3x + 1}{\ln^3 x + x^2}$ .
- 4) Dato il numero complesso  $z = 2i$ , scriverlo in forma trigonometrica e si calcoli la potenza  $z^{10}$ .

1<sup>a</sup> Prova parziale di Analisi Matematica I (C)  
(16/11/2007)

Nome.....  
Matricola.....

- 1) Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - e^{\sqrt{x}})\sqrt{x}}{\ln(1 + 2x)}$ .
- 2) Data la funzione  $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ . Calcolare il campo di esistenza, la derivata prima e i punti critici.

- 3) Enunciare e dimostrare il Teorema di derivazione della funzione composta.
- 4) Calcolare  $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}\right)^5$ , scriverlo in forma trigonometrica e rappresentarlo nel campo di Gauss.

**1<sup>a</sup> Prova parziale di Analisi Matematica I (D)**  
(16/11/2007)

Nome.....

Matricola.....

- 1) Enunciare e dimostrare il Teorema della permanenza del segno.
- 2) Definizione di limite infinito per una funzione  $f(x)$ . Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{3x}\right)^{3x^2}$ .
- 3) Data la funzione  $f(x) = \sqrt{\cos x} + \sin \sqrt{x + \frac{\pi^2}{16}}$ . Calcolare il campo di esistenza e la derivata prima nel punto  $x=0$ .
- 4) Dato il numero complesso  $z = 1 - \sqrt{3}i$  calcolare  $\bar{z}$ ,  $\frac{1}{z}$  e scriverlo in forma trigonometrica.

**Prova scritta di Analisi Matematica I (E)**  
(16/11/2007)

Nome.....

Matricola.....

- 1) Data la funzione  $f(x) = \arctg \sqrt{x^2 - 1}$ , calcolare il campo di esistenza, la derivata prima e classificare i punti di non derivabilità.
- 2) Definizione di funzione infinita e confronto tra infiniti. Utilizzandolo calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 1}{2x^4 - x^3 + \sqrt{x}}$ .
- 3) Risolvere in campo complesso la seguente equazione  $z^4 - 1 = 0$
- 4) Definizione di massimo e minimo relativo per una funzione  $f(x)$ . Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

Prova scritta di Analisi Matematica I (F)  
(16/11/2007)

Nome.....  
Matricola.....

- 1) Dato il numero complesso  $z = 4 - 3i$ , calcolare  $|z|$ ,  $z \cdot \bar{z}$ ,  $\frac{z}{z}$ .
- 2) Definizione di limite finito per  $x \rightarrow x_0$  per una funzione  $f(x)$ . Enunciare e dimostrare il Teorema di unicità del limite.
- 3) Data la funzione  $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{e^{\sqrt{x}} + 1}$ , calcolare il campo di esistenza e il comportamento agli estremi.
- 4) Data  $f(x) = \arctg \sqrt{1-x}$ , calcolare  $f'(x)$  e scrivere l'equazione della retta tangente a  $f(x)$  in  $x=0$ .

Prova scritta di Analisi Matematica I (G)  
(16/11/2007)

Nome.....  
Matricola.....

- 1) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 3x}$ .
- 2) Dato  $z = \sqrt{3} - i$ , scriverlo in forma trigonometrica e calcolare le tre radici cubiche di  $z$ .
- 3) Data la funzione  $f(x) = \sin x \ln(\sin x)$ , calcolare il campo di esistenza e la derivata prima.
- 4) Enunciare e dimostrare il Teorema della derivata della funzione inversa. Utilizzandolo calcolare la derivata di  $f(x) = \sqrt{x}$ .

Prova scritta di Analisi Matematica I (H)  
(16/11/2007)

Nome.....  
Matricola.....

- 1) Definizione di funzione infinitesima per  $x \rightarrow x_0$  e confronto tra infinitesimi. Utilizzandolo

calcolare il  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x} + x}{x^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{x}}$ .

- 2) Dato  $z = 1 + \sqrt{3}i$ , scriverlo in forma trigonometrica e calcolare  $z^3 + \bar{z}$ .

- 3) Data la funzione  $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{x}$ , calcolare il campo di esistenza e il comportamento agli estremi.

- 4) Enunciare e dimostrare il Teorema della derivata del prodotto di due funzioni. Utilizzandolo calcolare la derivata di  $f(x) = \sin x \sqrt{x}$ .

Prova scritta di Analisi Matematica I (2<sup>a</sup> parte) A

11/01/2008

Nome e cognome .....  
Corso.....  
Matricola.....

- 1) Definizione di serie numerica convergente. Dire se converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2(n+1)}\right)$$

- 2) Data la funzione  $f(x) = \frac{1}{xe^x}$  tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.

- 3) Regola di integrazione per sostituzione. Calcolare  $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx$ .

- 4) Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange: dire se è applicabile alla funzione  $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$  in  $[-1,1]$ .

- 5) Formula di Mac-Laurin. Data la funzione  $f(x) = 1 - \cos x$ , calcolare il polinomio di Mac-Laurin di grado 2 e scrivere il resto di Lagrange.

Prova scritta di Analisi Matematica I (2<sup>a</sup> parte) B

11/01/2008

Nome e cognome .....

Corso.....

Matricola.....

- 1) Data la funzione  $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$  tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.
- 2) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle. Applicarlo alla funzione  $f(x) = x^2 - 1$  in  $[-1, 1]$
- 3) Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra il grafico di  $y = x^2$  e  $y = 2 - x$ .
- 4) Definizione di integrale generalizzato di una funzione  $f(x)$  in  $(a, b]$ . Utilizzandola dire se il seguente integrale converge  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$  e calcolarlo.
- 5) Discutere la convergenza della serie geometrica:  $\sum_{n=0}^{+\infty} (x-1)^n$ .

Prova scritta di Analisi Matematica I  
(11/01/2008)

Nome e cognome .....

Corso.....

Matricola.....

- 1) Definizione di somme superiori ed inferiori. Scrivere la somma superiore  $S(e^x, D)$ , dove  $D := \left\{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2\right\}$
- 2) Data la funzione  $f(x) = x + x \ln x$ 
  - a. determinare il campo di esistenza e comportamento agli estremi,
  - b. studiare la crescita e decrescenza, la concavità la convessità ed eventuali flessi,
  - c. tracciare il grafico.
- 3) Definizione di funzione derivabile in un punto e significato geometrico. Funzioni non derivabili: classificare i vari tipi di non derivabilità facendo un esempio.
- 4) Calcolare  $\int_0^1 \frac{x}{x^2 - 5x + 6} dx$ .
- 5) Definizione di serie convergente e divergente. Enunciare e dimostrare il criterio della radice utilizzandolo verificare che  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n}$  è divergente.

Prova scritta di Analisi Matematica I  
(22/02/2008)

Nome.....

Matricola.....

- 1) Enunciare e dimostrare il teorema della permanenza del segno. Dire se è applicabile alla

funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$  in  $x=0$ .

- 2) Data la funzione  $f(x) = \sqrt{\ln^2(x) - 1}$ ,

- a. determinare il campo di esistenza e il comportamento ai suoi estremi,
- b. calcolare la sua derivata prima e stabilire la crescita o decrescenza,
- c. tracciare il grafico.

- 3) Calcolare l'area della parte di piano delimitata dal grafico di  $y = \ln(x)$ , l'asse delle  $x$  e le semirette  $x = \frac{1}{e}$  e  $x = e$

- 4) Serie numeriche: enunciare e dimostrare il criterio del confronto. Utilizzandolo stabilire il

carattere della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{n^2}$ .

- 5) Enunciare i principali teoremi sulle funzioni derivabili.

Prova scritta di Analisi Matematica I  
26/06/2008

Nome.....

Corso.....

Matricola.....

- 1) Data la funzione  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$ ,

- a) tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.
- b) Enunciare il Teorema di Lagrange e dire se è applicabile alla funzione  $f(x)$  nell'intervallo  $[-1, 1]$ .

- 2) Definizione di derivata prima di una funzione  $f(x)$  in un punto  $x_0$  e suo significato geometrico. Definizione di funzione continua in un punto  $x_0$ . Illustrare con degli esempi il legame tra la derivabilità e la continuità di una funzione  $f(x)$  in  $x_0$ .

- 3) Definizione di massimo e minimo relativo per una funzione  $f(x)$ . Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.

- 4) Calcolare l'area della regione di piano compresa tra l'asse delle  $x$  e la funzione  $y = \sin x$  nell'intervallo  $\left[0, \frac{4}{3}\pi\right]$ .

Prova scritta di Analisi Matematica I  
14/07/2008

Nome.....  
Corso.....  
Matricola.....

- 1) Data la funzione  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$ ,
  - a) tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali,
  - b) enunciare il Teorema di Lagrange e dire se è applicabile alla funzione  $f(x)$  nell'intervallo  $[-1, 1]$ .
- 2) Definizione di derivata prima di una funzione  $f(x)$  in un punto  $x_0$  e suo significato geometrico. Definizione di funzione continua in un punto  $x_0$ . Illustrare con degli esempi il legame tra la derivabilità e la continuità di una funzione  $f(x)$  in  $x_0$ .
- 3) Definizione di massimo e minimo relativo per una funzione  $f(x)$ . Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.
- 4) Calcolare l'area della regione di piano compresa tra l'asse delle  $x$  e la funzione  $y = \sin x$  nell'intervallo  $\left[0, \frac{4}{3}\pi\right]$ .

Prova scritta di Analisi Matematica I  
15/09/2008

Nome.....  
Corso.....  
Matricola.....

- 1) Data la funzione  $f(x) = \arctg\sqrt{x^2 - 1}$ , tracciare il grafico illustrando i passaggi fondamentali.
- 2) Definizione di integrale secondo Riemann. Utilizzandola dire se la funzione  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$  è integrabile secondo Riemann nell'intervallo  $[0, 1]$  e in caso contrario determinare un intervallo in cui risulta integrabile e calcolare l'integrale.
- 3) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle e fare un esempio di applicazione.
- 4) Condizione necessaria e condizione sufficiente per la convergenza di una serie numerica. Utilizzando un criterio sufficiente dire se converge la seguente serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n}{5^n} \left(\frac{n^2 + 1}{n^2}\right)^n$ .