Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore A
23/1/2013

1) Data la funzione $f(x) = (x+1)\left|\log(x+1)\right|$,
   a) trovare il dominio e studiare il comportamento agli estremi,
   b) Studiare gli eventuali punti di non derivabilità,
   c) Determinare i massimi e minimi assoluti e relativi,
   d) Tracciare il grafico.
2) Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange. Dire se è applicabile alla funzione $g(x) = x^{2/3}$ con $x \in [-1,1]$, motivando la risposta.
3) Enunciare la formula di Taylor e scriverla per la funzione $h(x) = \log(\sin x)$ in un intorno di $x = \frac{\pi}{2}$, con il resto sotto forma di Lagrange di ordine 4.
4) Calcolare il seguente integrale $\int_0^1 x\, arctg(x-1)\, dx$.

Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore B
23/1/2013

1) Data la funzione $f(x) = \arcsin\sqrt{2x - x^2}$, tracciare il grafico illustrando tutti i passaggi (dominio, eventuali punti di non derivabilità, etc.)
2) Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra la curva di equazione $y = x\left|e^x - 1\right|$, l'asse X , $x \in [-1,1]$.
3) Definizione di funzione derivabile in un punto e significato geometrico. Dimostrare che se una funzione è derivabile in un punto è anche continua. Fare un esempio e un contro-esempio.
4) Utilizzando la formula di Mac-Laurin calcolare il seguente limite $\lim_{x\to 0}\frac{2x - tg 2x}{x - \sin x}$.

Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore
C
23/1/2013

1) Data la funzione $f(x) = 1 + (x-1)^{\frac{2}{3}}$,
   a) trovare il dominio e studiare il comportamento agli estremi,
   b) Studiare gli eventuali punti di non derivabilità,
   c) Determinare i massimi e minimi assoluti e relativi,
   d) Tracciare il grafico.
2) Definizione di funzione continua e discontinua, con i vari punti di discontinuità. Determinare a e b in modo che risulti continua la

$$g(x) = \begin{cases} \log(1+x), & x \in (-1,0] \\ a\sin x + b\cos x, & x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \\ x, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

3) Enunciare la formula di Mac-Laurin e scriverla per la funzione $h(x) = \log(\cos x)$ in un intorno di $x = 0$, con il resto sotto forma di Lagrange di ordine 4.

4) Enunciare e dimostrare il teorema della media del Calcolo Integrale. Trovare il valor medio integrale della h(x)= arcsin x nell'intervallo
[0,1].

Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore D
23/1/2013

1) Data la funzione $f(x) = e^x \left| e^x - 1 \right|$, tracciare il grafico illustrando tutti i passaggi (dominio, eventuali punti di non derivabilità, etc.)
2) Condizione necessaria affinché una funzione sia integrabile secondo Riemann. Definizione di integrale improprio del tipo $\int_a^{+\infty} f(x)dx$. Studiare la convergenza del seguente integrale $\int_1^{+\infty} xe^{-x} dx$
3) Enunciare e dimostrare il teorema di unicità del limite di funzione.
4) Utilizzando la formula di Mac-Laurin calcolare il seguente limite $\lim_{x\to 0} \frac{3x - \sin 3x}{x(\ln(1+x) - x)}$.

Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (E) 2 ore

23/1/2013

1. Data la funzione $f(x) = x\sqrt[3]{(\log x)^2}$
- trovare il dominio e studiare il comportamento agli estremi,
- Studiare gli eventuali punti di non derivabilità,
- Determinare i massimi e minimi assoluti e relativi,
- Tracciare il grafico.

2. Calcolare il $\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2} + 2\cos x - 3}{x \sin x^3}$, utilizzando gli sviluppi di Mac-Laurin delle funzioni presenti.
3. Definizione di massimo e minimo relativo per una funzione f(x). Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat e dire se è applicabile alla funzione y = |x-2|, x in R, motivando la risposta.
4. Definizione di integrale improprio su un insieme non limitato. Calcolare l'integrale $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$

Prova scritta di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore F

23/1/2013

1) Data la funzione $f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x - 1}$,
   a) trovare il dominio e studiare il comportamento agli estremi,
   b) Studiare gli eventuali punti di discontinuità,
   c) Determinare gli eventuali massimi e minimi relativi,
   d) Tracciare il grafico.

2) Definizione di funzione continua e di funzione derivabile in un punto. Determinare a e b in modo che

$$g(x)=\begin{cases} -x^2+ax+b, & x<0 \\ e^x, & x\geq 0, \end{cases}$$ risulti continua e derivabile.

3) Calcolare il $\lim_{x\to 0}\frac{x^3\sin x}{1-\cos x^2}$, utilizzando gli sviluppi di Mac Laurin delle funzioni presenti.

4) Illustrare il metodo di sostituzione degli integrali definiti e le condizioni sufficienti per la sua applicabilità. Utilizzandolo, calcolare $\int_1^3 \sqrt{1+\frac{1}{x}}\,dx$.

Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.) 3 ore
23/1/2013

1) Data la funzione $f(x)=\ln x|\ln x-1|$, tracciare il grafico illustrando tutti i passaggi (dominio, eventuali punti di non derivabilità, etc.)
2) Calcolare l'area della porzione di piano compresa tra la curva di equazione $y=\sqrt{x}-x$, l'asse X, $x\in[0,2]$.
3) Enunciare e dimostrare il teorema della permanenza del segno. Fare un esempio
4) Definizione di funzione infinitesima per $x\to x_0$. Utilizzando il confronto tra infinitesimi calcolare il seguente limite $\lim_{x\to 0}\frac{3\sqrt{x}+\sin x^2+\ln(1+x)}{x+\sqrt{e^{4x}-1}}$.
5) Definizione di serie numerica convergente. Studiare il carattere della seguente serie $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{1}{\ln(n+1)}-\frac{1}{\ln n}$.

Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore A
6/2/2013

1) Definizione di integrale definito e sue proprietà. Calcolare l'area della parte di piano compresa tra la curva di equazione $y=\ln|1-x^2|$ e l'asse X con $x\in\left[-\frac{1}{e},\frac{1}{e}\right]$.
2) Data la funzione $f(x)=\ln\left(\frac{1}{tg\frac{x}{2}}\right)$
   a) trovare il dominio e studiare il comportamento agli estremi,
   b) crescenza e decrescenza,
   c) Tracciare il grafico.
3) Funzioni crescenti e decrescenti. Dimostrare che se $f'(x)>0$ in [a,b], allora la $f(x)$ è strettamente crescente. Trovare il massimo intervallo di crescenza di $h(x)=x^3e^{\frac{1}{x}}$.
4) Enunciare il Teorema di de l'Hospital. Utilizzandolo calcolare il $\lim_{x\to+0}\frac{x-\sin x}{tg^3 x}$.

Prova scritta del modulo di Analisi Matematica i (N.O.) 2 ore B
6/2/2013

1) Definizione di funzione continua. Discutere se la definizione è valida per la funzione $g(x) = x - [x]$, ($[x]$: massimo intero contenuto in x) nel punto x=2.
2) Utilizzando sia il metodo di sostituzione che quello per decomposizione trovare che $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx = \frac{2}{3}\left(2-\sqrt{2}\right)$.
3) Data la funzione $f(x) = 2^{-x}\sqrt[3]{x}$
   a) trovare il dominio e studiare il comportamento agli estremi,
   b) crescenza e decrescenza,
   c) Tracciare il grafico.
4) Definizione di funzione infinitesima per $x \to \pi$ e ordine di infinitesimo. Determinare il l'ordine di infinitesimo per $x \to \pi$ di $f(x) = tgx - (x - \pi)$.

Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore C
6/2/2013

1) Data la funzione $f(x) = 2 + \ln\left(\frac{1}{\sin 2x}\right)$
   a) trovare il dominio e studiare il comportamento agli estremi,
   b) crescenza e decrescenza,
   c) Tracciare il grafico.
2) Funzioni crescenti e decrescenti. Dimostrare che se $f'(x) < 0$ in [a,b], allora la $f(x)$ è strettamente decrescente. Trovare un intervallo di decrescenza di $h(x) = \sqrt[3]{\left(\ln|x|\right)^2}$.
3) Illustrare il metodo di integrazione per sostituzione. Utilizzandolo calcolare l'area compresa nel primo quadrante della curva (asteroide) di equazione $y = \left(a^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$ con la sostituzione $x = a\sin^3 t$.
4) Enunciare il teorema di Weierstrass per le funzioni contiune. Determinare il massimo e minimo assoluto di $f(x) = 1 + \left|\ln\frac{x}{2}\right|$

Prova scritta del modulo di Analisi Matematica I (N.O.) 2 ore D
6/2/2013

1) Definizione di limite $\lim_{x\to+\infty} f(x) = l$. Calcolare il limite $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2} - \frac{1}{tg^2 x}$
2) Calcolare l'area della regione piana compresa tra l'asse delle X e la curva di equazione $y = tg^4 x$ nell'intervallo $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$
3) Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange. Determinare il valore dei punti che lo soddisfano per la funzione $f(x) = \frac{x^2 - x - 4}{x-1}$ nell'intervallo $[-1,0]$.
4) Data la funzione $f(x) = \sqrt[3]{\ln(\cos(3x))}$

a) trovare il dominio e studiare il comportamento agli estremi,
b) crescenza e decrescenza,
c) Tracciare il grafico.

Prova scritta di Analisi Matematica I (V.O.) 3 ore
6/2/2013

1) Definizione di integrale generalizzato del tipo $\int_a^{+\infty} f(x)dx$. Dire se converge l'integrale $\int_{\frac{1}{2}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2x}(2x+1)}dx$.
2) Data la funzione $f(x) = arctg\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$
   a) trovare il dominio e studiare il comportamento agli estremi,
   b) crescenza e decrescenza,
   c) Tracciare il grafico.
3) Definizione di serie numerica convergente. Dire per quali valori $x \in R$ converge la serie $\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\cos^2 x\right)^n$ e calcolarne la somma.
4) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle. Dire se è applicabile alla funzione $f(x) = |x-2|$ nell'intervallo [0,4] (motivando la risposta).
5) Enunciare il Teorema di de l'Hospital. Utilizzandolo calcolare il $\lim_{x\to+0} \frac{x-\sin x}{tg^3 x}$.

Prova scritta di Matematica 1 (N.O.) 2 ore

20/2/2013

1. Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange. Dire se è applicabile alla funzione $f(x) = e^x(|x-1|+1)$ nell'intervallo [0,2] motivando la risposta.
2. Enunciare il teorema di de l'Hospital. Utilizzandolo calcolare $\lim_{x\to+\infty} x\left(arctgx - \frac{\pi}{2}\cos\frac{1}{x}\right)$.
3. Definizione di integrale generalizzato per una funzione non limitata. Calcolare $\int_0^1 \frac{1+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}dx$ (si utilizzi il metodo di sostituzione).
4. Data la funzione $f(x) = \ln\left[(2-x)^2(1+x)\right]$ calcolare
   a)campo di esistenza e comportamento agli estremi,
   b)intervalli dove cadono le intersezioni con gli assi,
   c) massimi e minimi,
   d) disegnare il grafico

Prova scritta di Matematica 1 (N.O.) 2 ore

20/2/2013

1. Data la funzione $f(x) = \frac{x}{\ln^3|x|}$ calcolare

a)campo di esistenza e comportamento agli estremi,
b) massimi e minimi,
c)punti di flesso,
d) disegnare il grafico

2. Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle. Dire se è applicabile alla funzione $f(x) = e^{2x}\left(\left|x^2 - x\right| - 2\right)$ nell'intervallo [-1,2] motivando la risposta.
3. Formula di Mac-Laurin e ipotesi di validità. Calcolare $\lim_{x\to 0}\frac{e^{\frac{x^2}{2}} - \cos x}{tg^2 x - tgx^2}$ utilizzando gli sviluppi di Mac-Laurin.
4. Definizione di integrale generalizzato per una funzione non limitata. Calcolare $\int_1^2 \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}dx$ (si utilizzi il metodo di sostituzione).