Prova scritta di Analisi Matematica 1 Tempo 150 minuti A

23/1/2015

1. (**tutti**) Data la funzione $f(x)=\dfrac{\ln(x)}{\ln(x)-1}$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.
2. (**tutti**) Calcolare l'area della regione di piano D compresa tra le due curve di equazione $y=\dfrac{1}{3}(x-2)$ e $y=\dfrac{1}{x}$ con $1\le x\le 3$.
3. (**solo per le matricole dall'A.A. 2013/14, crediti 9**) Calcolare l'integrale generale della seguente equazione differenziale $y'''-y=x^2e^x$
4. (**solo per le matricole dall'A.A. 2013/14, crediti 9**) Definizione di funzione infinitesima (per $x\to x_0$) e confronto tra infinitesimi. Utilizzando il confronto tra infinitesimi, calcolare il limite $\lim_{x\to 0^+}\dfrac{x\sqrt{x}+x^3}{\sin x^2+3x\sqrt{\sin x}}$
5. (**solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5**) Definizione di derivata prima di una funzione f(x) in un punto x_0 e suo significato geometrico. Calcolare l'equazione della retta tangente nel punto $x=0$ alla curva di equazione $f(x)=\arctan(e^x)$
6. (**solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5**) Calcolare il limite $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(1+\sqrt{x})}{\ln(1+x)}$
7. **(Facoltativo per tutti)** Data una funzione $y=f(x)$, enunciare le ipotesi di validità della formula di Mac Laurin all'ordine n con resto di Lagrange e illustrare le proprietà del polinomio di Mac-Laurin di ordine n. Fare un esempio

Prova scritta di Analisi Matematica 1 Tempo 150 minuti B

23/1/2015

1. (**tutti**) Data la funzione $f(x)=(x-1)e^{|x|}$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.
2. (**tutti**) Calcolare $\displaystyle\int_0^1\frac{1}{x^2-x-2}\,dx$
3. (**solo per le matricole dall'A.A. 2013/14, crediti 9**) Studiare il carattere e, dove possibile, calcolare la somma della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\left(x-2x^2\right)^n$.
4. (**solo per le matricole dall'A.A. 2013/14, crediti 9**) Utilizzando il metodo della variazione delle costanti, calcolare l'integrale generale della seguente equazione differenziale $y''-2y'+y=e^{-x}$.
5. (**solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5**) Calcolare il limite $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin 2x}{tg2x}$ utilizzando la formula di Taylor applicata a ciascuna funzione.
6. **(solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5)** Enunciare il Teorema di Lagrange e verificare le ipotesi per la funzione di equazione $y=\sqrt{x-1}$ nell'intervallo [1,2]. In caso di applicabilità determinare il punto "c" che lo soddisfa.

7. **(Facoltativo per tutti)** Teorema sulle operazioni tra limiti di funzione. Dimostrare che se $\lim_{x\to x_0} f(x)=l_1$ e $\lim_{x\to x_0} g(x)=l_2$ allora $\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x)=l_1\cdot l_2$. Dire quando il teorema non vale.

Prova scritta di Analisi Matematica 1 Tempo 150 minuti C

23/1/2015

1. (**tutti**) Data la funzione $f(x)=(1-\log x)x$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.
2. (**tutti**) Utilizzando il metodo di integrazione per parti, calcolare $\int e^x \sin x dx$.
3. (**solo per le matricole dall'A.A. 2013/14, crediti 9**) Enunciare il teorema di esistenza e unicità per il problema $\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0)=y_0 \end{cases}$. Applicarlo al problema: $\begin{cases} y' = x^3 - \dfrac{1}{x}y \\ y(1)=1 \end{cases}$
4. (**solo per le matricole dall'A.A. 2013/14, crediti 9**) Determinare il carattere della seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}\log\left(1+\frac{1}{n}\right)$.
5. (**solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5**) Definizione di funzione infinita per $x\to+\infty$ e confronto tra infiniti. Utilizzando il confronto tra infiniti, calcolare il limite $\lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{x}+e^{2x}+1}{x\sqrt[3]{x}+2e^x}$.
6. (**solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5**) Definizione di funzione continua e derivabile in un punto. Data la funzione $f(x)=\sqrt{2-x}-|x-1|$ studiarne la continuità e derivabilità nel punto $x=1$.
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle. Dire se il teorema è applicabile alla funzione $f(x)=\sqrt[3]{x^2}-1$ nell'intervallo [-1,1].

Prova scritta di Analisi Matematica 1 Tempo 150 minuti D

23/1/2015

1. (**tutti**) Data la funzione $f(x)=arctg(1-x^2)$, disegnare il grafico illustrando tutti i passaggi fondamentali.
2. (**tutti**) Utilizzando il metodo di integrazione per sostituzione calcolare $\int_0^1 \frac{1+2e^x}{2+e^{-x}}dx$.
3. (**solo per le matricole dall'A.A. 2013/14, crediti 9**) Dato il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = x^2\sqrt{y} \\ y(1)=1 \end{cases}$ dire se esiste unica la soluzione e determinarla .
4. (**solo per le matricole dall'A.A. 2013/14, crediti 9**) Data una funzione *y*=*f*(*x*), enunciare la formula di Taylor all'ordine n con resto di Peano (scrivere le ipotesi di validità e le proprietà del polinomio approssimante). Applicare tale formula alla funzione $y=x\ln x$ in x=1 e n=3.

5. (**solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5**) Enunciare il teorema di De l'Hopital. Utilizzandolo calcolare il limite $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + 2x}{e^{2x} + 1}$
6. (**solo per le matricole fino all'A.A. 2012/13, crediti 5**) Enunciare il criterio di invertibilità per una funzione f(x). Dire in quale intervallo è invertibile la funzione $f(x) = \sqrt[3]{\cos x}$.
7. **(Facoltativo per tutti)** Enunciare il teorema di Weiertrass per l'esistenza dei massimi e minimi assoluti per una funzione *f*(*x*) definita in un intervallo [a,b]. Data la funzione $y = |x^2 - 4| + 1$ dire se è applicabile il Teorema di Weierstrass nell'intervallo [1,3] ed eventualmente applicarlo, calcolando il massimo ed il minimo assoluti della funzione in tale intervallo.