

PROGETTO SULL' OTTIMIZZAZIONE LINEARE



• INTRODUZIONE AL PROBLEMA

Un centro di addestramento cinofilo ha deciso di aprire una nuova sede in città.

I proprietari devono occuparsi delle diverse spese che questa espansione comporta, e decidono di iniziare dall'acquisto delle nuove attrezzature, in particolare dal rifornimento di pettorine per cani.

Decidono quindi di contattare i loro vecchi rivenditori con l'obiettivo di ridurre il più possibile i costi di acquisto mantenendo una certa qualità nelle attrezzature.

Il centro cinofilo informa i rivenditori che la scelta che verrà presa sarà fatta sulla base delle seguenti caratteristiche:

- **PREZZO:** indica il prezzo della singola pettorina.
- **TAGLIA:** vista la differente stazza dei cani che frequenteranno il centro si avrà bisogno di diverse taglie (S per i cani di taglia piccola, M per quelli di taglia media e L per quelli di grossa taglia).
- **MATERIALE:** indica il diverso materiale con cui possono essere fatte le pettorine; il nylon è quello più utilizzato per via del suo prezzo di fabbrica minore, mentre il cuoio e la pelle sono materiali di qualità maggiore che comportano però costi di produzione maggiori.
- **MARCA:** indica la marca che produce pettorine, i rivenditori individuati possiedono pettorine Rabbitgoo, Ruffwear e PerrosLIFE.
- **DISPOSIZIONE:** indica la disponibilità di pettorine che ciascun rivenditore al momento possiede.

Tenendo conto delle richieste dei proprietari del centro i rivenditori comunicano le loro offerte:

Rivenditori	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prezzo(€)	12,5	8,68	11	7,8	14,25	8	11,25	9,5	10	12
Taglia (EU)	M	L	S	S	L	M	S	M	S	L
Materiale	nylon	pelle	nylon	cuoio	cuoio	pelle	pelle	cuoio	nylon	nylon
Marca	Rabbitgoo	PerrosLIFE	Ruffwear	Rabbitgoo	Ruffwear	PerrosLIFE	Ruffwear	Rabbitgoo	PerrosLIFE	Ruffwear
Disposizione	12	23	18	10	5	8	12	7	15	6

• I VINCOLI

Dopo aver valutato diversi fattori, e basandosi sulle proprie esigenze e disponibilità, il centro di addestramento e i rivenditori hanno imposto i seguenti vincoli:

1. I rivenditori hanno a disposizione un numero limitato di pettorine, ognuno di essi ha comunicato un numero massimo di pettorine acquistabili.
2. Il centro cinofilo ha stimato, vista la disponibilità della struttura in cui si terranno le lezioni e che i pacchetti che offrono sono di massimo due lezioni a settimana, che il numero massimo di iscritti per quest'anno sarà di 55 cani; quindi si vogliono acquistare 60 pettorine.
3. Essendo situato in centro città si stima che la possibilità di tenere un cane di grossa taglia sia molto bassa, quindi anche quella che ci

siano cani di grosse dimensioni iscritti al centro. Si richiede dunque che solo il 10% delle pettorine sia di taglia L.

4. Poiché si è stimato che ci sarà una notevole affluenza di cani di taglia media si richiede che almeno il 30% di pettorine di taglia M.
5. Inoltre se si considera il fatto che i cani di piccola taglia sono quelli più presenti in città e che la stragrande maggioranza dei cani che si iscriveranno saranno cuccioli la richiesta di pettorine di taglia S risulta essere del 50%.
6. Poiché le pettorine in nylon risultano essere le più leggere e quindi le più pratiche per lavorare con cani inesperti si richiede che almeno il 40% del totale delle pettorine sia realizzato in nylon.
7. Il centro ha bisogno anche di pettorine di qualità e più durature per i cani che devono essere addestrati al lavoro, per questo si richiede che almeno il 25% sia di pettorine in cuoio e pelle.
8. Il centro ha bisogno anche di una buona immagine e avere attrezzature di qualità può aiutare ad attirare più clientela. Dopo un'analisi è risultato che Rabbitgoo e Ruffwear siano le marche più utilizzate in ambito cinofilo, quindi si richiede che almeno il 60% delle pettorine totali sia di queste marche.

• LE VARIABILI DECISIONALI

Le variabili decisionali del problema sono il numero di pettorine acquistate da ciascun rivenditore:

χ_1 : n° di pettorine acquistati dal rivenditore 1

χ_2 : n° di pettorine acquistati dal rivenditore 2

χ_3 : n° di pettorine acquistati dal rivenditore 3

χ_4 : n° di pettorine acquistati dal rivenditore 4

χ_5 : n° di pettorine acquistati dal rivenditore 5

χ_6 : n° di pettorine acquistati dal rivenditore 6

χ_7 : n° di pettorine acquistati dal rivenditore 7

χ_8 : n° di pettorine acquistati dal rivenditore 8

χ_9 : n° di pettorine acquistati dal rivenditore 9

χ_{10} : n° di pettorine acquistati dal rivenditore 10

• I VINCOLI ESPRESSI IN EQUAZIONI E DISEQUAZIONI

- Pettorine acquistabili da ciascun rivenditore:

$$0 \leq \chi_1 \leq 12$$

$$0 \leq \chi_2 \leq 23$$

$$0 \leq \chi_3 \leq 18$$

$$0 \leq \chi_4 \leq 10$$

$$0 \leq \chi_5 \leq 5$$

$$0 \leq \chi_6 \leq 8$$

$$0 \leq \chi_7 \leq 12$$

$$0 \leq \chi_8 \leq 7$$

$$0 \leq \chi_9 \leq 15$$

$$0 \leq \chi_{10} \leq 6$$

- Il numero di pettorine che serve acquistare è pari a 60:

$$\chi_1 + \chi_2 + \chi_3 + \chi_4 + \chi_5 + \chi_6 + \chi_7 + \chi_8 + \chi_9 + \chi_{10} = 60$$

- Almeno il 10% delle pettorine totali deve essere di taglia L :

$$(0,6 * 10 = 6)$$

$$\chi_2 + \chi_5 + \chi_{10} \geq 6$$

- Almeno il 30% delle pettorine totali deve essere di taglia M:

$$(0,6 * 30 = 18)$$

$$\chi_1 + \chi_6 + \chi_8 \geq 18$$

- Almeno il 50% delle pettorine totali deve essere di taglia S:

$$(0,6*50 = 30)$$

$$\chi_3 + \chi_4 + \chi_7 + \chi_9 \geq 30$$

- Almeno il 40% delle pettorine totali deve essere realizzato in nylon:

$$(0,6*40 = 24)$$

$$\chi_1 + \chi_3 + \chi_9 + \chi_{10} \geq 24$$

- Almeno il 25% delle pettorine totali deve essere realizzato in cuoio e pelle:

$$(0,6*25 = 15)$$

$$\chi_2 + \chi_4 + \chi_5 + \chi_6 + \chi_7 + \chi_8 \geq 15$$

- Le pettorine di marca Rabbitgoo e Ruffwear devono essere almeno il 60% delle pettorine totali:

$$(0,6*60 = 36)$$

$$\chi_1 + \chi_3 + \chi_4 + \chi_5 + \chi_7 + \chi_8 + \chi_{10} \geq 36$$

• LA FUNZIONE OBIETTIVO

$$\sum_{i=1}^n P_i * x_i$$

F.O.:

$$\min (12.5\chi_1 + 8.68\chi_2 + 11\chi_3 + 7.80\chi_4 + 14.25\chi_5 + 8\chi_6 + 11.25\chi_7 + 9.50\chi_8 + 10\chi_9 + 12\chi_{10})$$

• RISOLUZIONE

Risolviamo tramite il risolutore di Microsoft Excel:

Vincoli	Sx		Dx
Quantità	60	=	60
Taglia L	12	≥	6
Taglia M	18	≥	18
Taglia S	30	≥	30
Materiale	29	≥	24
Materiale	31	≥	15
Marca	36	≥	36
Disponibilità	3	≤	12
Disponibilità	6	≤	23
Disponibilità	10	≤	18
Disponibilità	10	≤	10
Disponibilità	0	≤	5
Disponibilità	8	≤	8
Disponibilità	0	≤	12
Disponibilità	7	≤	7
Disponibilità	10	≤	15
Disponibilità	6	≤	6

Variabili	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
	3	6	10	10	0	8	0	7	10	6

FO	580,08
Costo	

Rivenditori	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prezzo(€)	12,5	8,68	11	7,8	14,25	8	11,25	9,5	10	12
Taglia (EU)	M	L	S	S	L	M	S	M	S	L
Materiale	nylon	pelle	nylon	cuoio	cuoio	pelle	pelle	cuoio	nylon	nylon
Marca	Rabbitgoo	PerrosLIFE	Ruffwear	Rabbitgoo	Ruffwear	PerrosLIFE	Ruffwear	Rabbitgoo	PerrosLIFE	Ruffwear
Disposizione	12	23	18	10	5	8	12	7	15	6

• ANALISI DI SENSIBILITÀ

Celle variabili

Cella	Nome	Finale Valore	Ridotto Costo	Obiettivo Coefficiente	Consentito Incremento	Consentito Decremento
\$G\$16	X1	3	0	12,5	1E+30	2,82
\$H\$16	X2	6	0	8,68	1,32	1E+30
\$I\$16	X3	10	0	11	0,25	1
\$J\$16	X4	10	0	7,8	3,2	1E+30
\$K\$16	X5	0	0	14,25	1E+30	4,57
\$L\$16	X6	8	0	8	3,5	1E+30
\$M\$16	X7	0	0	11,25	1E+30	0,25
\$N\$16	X8	7	0	9,5	3	1E+30
\$O\$16	X9	10	0	10	1	1,32
\$P\$16	X10	6	0	12	1E+30	2,32

Vincoli

Cella	Nome	Finale Valore	Ombreggiatura Prezzo	Vincolo a destra	Consentito Incremento	Consentito Decremento
\$G\$28	Quantità Sx	60	8,68	60	17	6
\$G\$29	Taglia L Sx	12	0	6	6	1E+30
\$G\$30	Taglia M Sx	18	2,82	18	5	3
\$G\$31	Taglia S Sx	30	1,32	30	5	5
\$G\$32	Materiale Sx	29	0	24	5	1E+30
\$G\$33	Materiale Sx	31	0	15	16	1E+30
\$G\$34	Marca Sx	36	1	36	8	5
\$G\$35	Disponibilità Sx	3	0	12	1E+30	9
\$G\$35	Disponibilità Sx	3	0	0	3	1E+30
\$G\$36	Disponibilità Sx	6	0	23	1E+30	17
\$G\$36	Disponibilità Sx	6	0	0	6	1E+30
\$G\$37	Disponibilità Sx	10	0	18	1E+30	8
\$G\$37	Disponibilità Sx	10	0	0	10	1E+30
\$G\$38	Disponibilità Sx	10	-3,2	10	5	8
\$G\$38	Disponibilità Sx	10	0	0	10	1E+30
\$G\$39	Disponibilità Sx	0	0	5	1E+30	5
\$G\$39	Disponibilità Sx	0	4,57	0	5	0

\$G\$40	Disponibilità Sx	8	-3,5	8	3	5
\$G\$40	Disponibilità Sx	8	0	0	8	1E+30
\$G\$41	Disponibilità Sx	0	0	12	1E+30	12
\$G\$41	Disponibilità Sx	0	0,25	0	5	0
\$G\$42	Disponibilità Sx	7	-3	7	3	7
\$G\$42	Disponibilità Sx	7	0	0	7	1E+30
\$G\$43	Disponibilità Sx	10	0	15	1E+30	5
\$G\$43	Disponibilità Sx	10	0	0	10	1E+30
\$G\$44	Disponibilità Sx	6	0	6	1E+30	0
\$G\$44	Disponibilità Sx	6	2,32	6	0	5

Con l'analisi di sensibilità otteniamo un parametro definito come ombreggiatura del prezzo che ci fornisce indicazioni per ogni vincolo, ovvero di quanto varia la funzione obiettivo in relazione al variare di 1 unità del vincolo. L'aumento e la diminuzione dell'unità del vincolo ci permette di individuare un limite entro il quale possiamo far variare le quantità da acquistare da ogni rivenditore.

Nel nostro caso possiamo notare che per alcuni valori finali abbiamo delle ombreggiature del prezzo negative, ciò vuol dire che in caso ci fosse un aumento di un'unità del valore noto del vincolo ci sarebbe una diminuzione della nostra funzione obiettivo. Per esempio se la disponibilità del rivenditore 4 non fosse di 10 ma bensì di 11 avremmo una diminuzione della spesa totale di 3.20€; infatti possiamo notare che da questo rivenditore siamo andati ad acquistare la totalità delle pettorine disponibili. In egual modo per quanto riguarda i rivenditori 6 e 8, dai quali otterremmo una diminuzione della spesa di rispettivamente 3,50€ e 3€ all'aumentare di ogni unità.

• CONCLUSIONI

Il costo totale minimizzato per l'acquisto di tutte le pettorine per il centro di addestramento cinofilo è 580,08€.

Sfruttando la risoluzione del progetto di ottimizzazione possiamo notare che dai rivenditori 5 e 7 al fine di minimizzare le spese non conviene comprare alcuna pettorina, mentre converrà acquistare la totalità delle pettorine disponibili dai rivenditori 4,6,8 e 10.

Al fine poi di completare l'acquisto delle pettorine necessarie al centro dovrà acquistarne la mancante parte dai rivenditori 1,2,3 e 9.

Notiamo inoltre anche che volendo acquistare almeno 30 pettorine di taglia S e almeno 18 di taglia M, come richiesto, la scelta più vantaggiosa sia quella di comprarne esattamente quel tanto; mentre dovendo rispettare la richiesta di acquistarne almeno 6 di taglia L, al fine di minimizzare la spesa, converrà acquistarne il doppio.

Per quanto riguarda il materiale invece la scelta più vantaggiosa sarebbe comprare 29 pettorine in nylon e 31 in cuoio e pelle.

Infine per quanto riguarda la marca dell'attrezzatura si è rivelato conveniente acquistare il minimo delle pettorine necessarie di marca Rabbitgoo e Ruffwea, cioè 36.