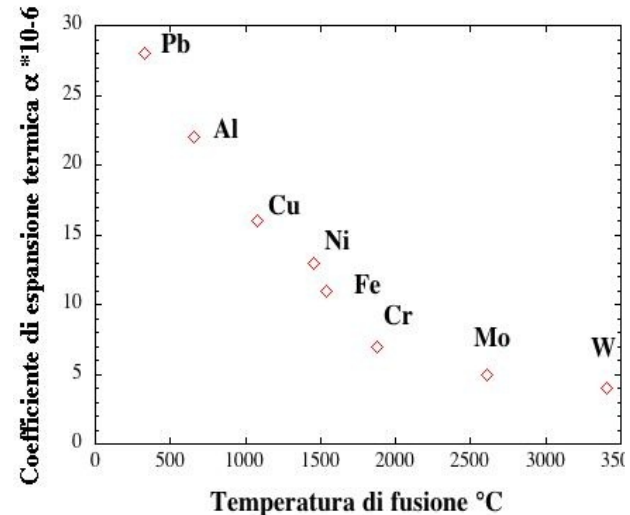


ESERCIZIO 1.1

La temperatura di fusione ed il coefficiente di espansione termica di alcuni metalli sono riportati nella tabella e nel diagramma sottostante:

Metallo	Temperatura di fusione [°C]	Coefficiente di espansione $\alpha \cdot 10^{-6} [^{\circ}\text{C}^{-1}]$
Tungsteno	3410	4.2
Molibdeno	2610	5.5
Cromo	1875	7.0
Ferro	1537	11.7
Nichel	1453	13.0
Rame	1083	16.0
Alluminio	660	22.0
Piombo	327	28.8



Sulla base dei dati forniti:

a) Descrivere la dipendenza che si desume dall'osservazione del diagramma;

Dall'osservazione del diagramma si evince che ad un'elevata temperatura di fusione del metallo corrisponde un basso valore del coefficiente di espansione termica. Questo corrisponde ad una proporzionalità inversa.

In particolare, se si considerano il tungsteno e il piombo, si vede che il primo ha la più alta temperatura di fusione fra i metalli elencati (di contro il valore del suo coefficiente di espansione termica è il più basso della serie) mentre il piombo, il quale possiede il più alto valore del coefficiente di espansione termica fra i materiali elencati, ha la più bassa temperatura di fusione.

b) Come si può spiegare questo fatto a livello atomico?

Entrambe le proprietà, T_{fus} e α , dipendono dall'energia di legame. Un'alta energia di legame porta ad una temperatura di fusione elevata ed una piccola espansione termica.

c) Quale altra proprietà dei metalli dipende dall'energia di legame?

Un'altra proprietà che dipende dall'energia di legame è il modulo di Young E . Per metalli con alta energia di legame, l'applicazione di una forza porta ad un allungamento piccolo, dunque ad un modulo di Young elevato.

Ulteriori spiegazioni:

Come è stato illustrato profusamente nel corso delle lezioni teoriche, la comprensione di molte proprietà fisiche dei materiali discende dalla conoscenza delle interazioni esistenti fra gli atomi. A questo proposito si deve fare esplicito riferimento alle curve di "Condon-Morse" riportate in figura 1.

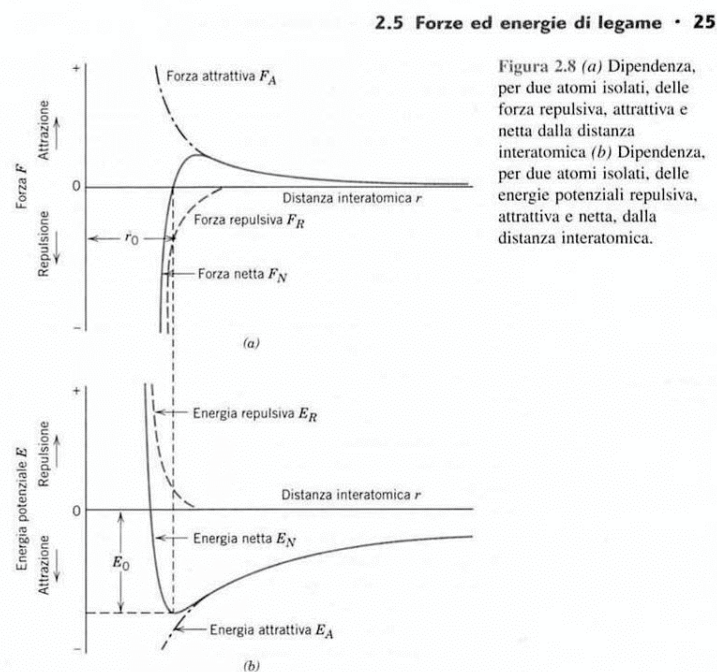


Figura 2.8 (a) Dipendenza, per due atomi isolati, delle forze repulsive, attrattive e netta dalla distanza interatomica (b) Dipendenza, per due atomi isolati, delle energie potenziali repulsive, attrattive e netta, dalla distanza interatomica.

Se per semplicità, si fa riferimento all'interazione fra due soli atomi, si può osservare che l'entità delle forze che essi si scambiano (attrazione o repulsione) è funzione della distanza interatomica di separazione fra i medesimi atomi. Nelle curve di Condon-Morse tale dipendenza è chiaramente rappresentata sia in riferimento alle forze che in riferimento all'energia potenziale (si ricordi a tale proposito che, come è stato chiarito nei corsi di fisica e di meccanica, esiste una ben precisa correlazione matematica tra forze ed energia potenziale per mezzo della funzione potenziale). L'energia di legame E_0 , indicata nella seconda curva in figura, corrisponde all'energia minima del sistema di due atomi e rappresenta proprio l'energia che sarebbe necessario fornire ad essi per portarli ad una distanza infinita.

Il ragionamento che si è fatto finora è naturalmente riferibile ad una situazione ideale di interazione fra due soli atomi; le cose diventano un po' più complesse se si considerano più atomi. Il ragionamento sostanziale però non cambia, è possibile infatti, associare ad ogni atomo di un solido un'energia di legame analoga alla E_0 . L'andamento delle curve di Condon-Morse varia da materiale a materiale in dipendenza dal tipo di legame atomico.

Le alte temperature di fusione di certi materiali (come il tungsteno del nostro esempio) derivano dal fatto che tali materiali sono caratterizzati da elevate energie di legame. Si ricordi inoltre che se, a temperatura ambiente, le energie di legame sono elevate è stabile la fase solida; a basse energie di legame è invece favorita la fase gassosa. Quando invece le energie di legame hanno, a temperatura ambiente, valori intermedi allora abbiamo la fase liquida.

A riguardo del coefficiente di espansione termica, che indica quanto un materiale si dilata per riscaldamento (o più in generale quanto si deforma in seguito ad una variazione di temperatura), possiamo osservare che i materiali aventi elevate energie di legame hanno normalmente bassi valori del coefficiente di espansione termica. Quindi, per restare nel nostro esempio, il tungsteno ha un'elevata energia di legame alla quale corrisponde un'elevata temperatura di fusione ed un basso coefficiente di espansione termica.

Il piombo invece, avendo un'energia di legame decisamente più bassa di quella del tungsteno, ha ovviamente una temperatura di fusione minore, ma il suo coefficiente di espansione termica è molto maggiore di quello del tungsteno. Questo significa quindi che, a parità di energia termica fornita, il piombo si dilata più del tungsteno.

Un'altra proprietà dei materiali strettamente correlata all'andamento delle curve di Condon-Morse è il modulo di elasticità E , o modulo di Young. Come evidenziato in figura 2, il modulo di Young è interpretabile sia come pendenza del tratto elastico lineare del diagramma sforzi-deformazioni (σ - ϵ) sia come la pendenza della curva forza-distanza interatomica (in corrispondenza del valore r_0 di equilibrio di tale distanza). Quella che a livello macroscopico percepiamo come una deformazione elastica è una diretta conseguenza delle piccolissime variazioni della distanza interatomica e dello "stiramento" dei legami interatomici.

Anche in questo caso possiamo sintetizzare la correlazione affermando che ad un elevato valore dell'energia potenziale di legame E_0 corrisponde un elevato valore del modulo di elasticità E . Si ricordi che il modulo elastico diminuisce al crescere della temperatura.

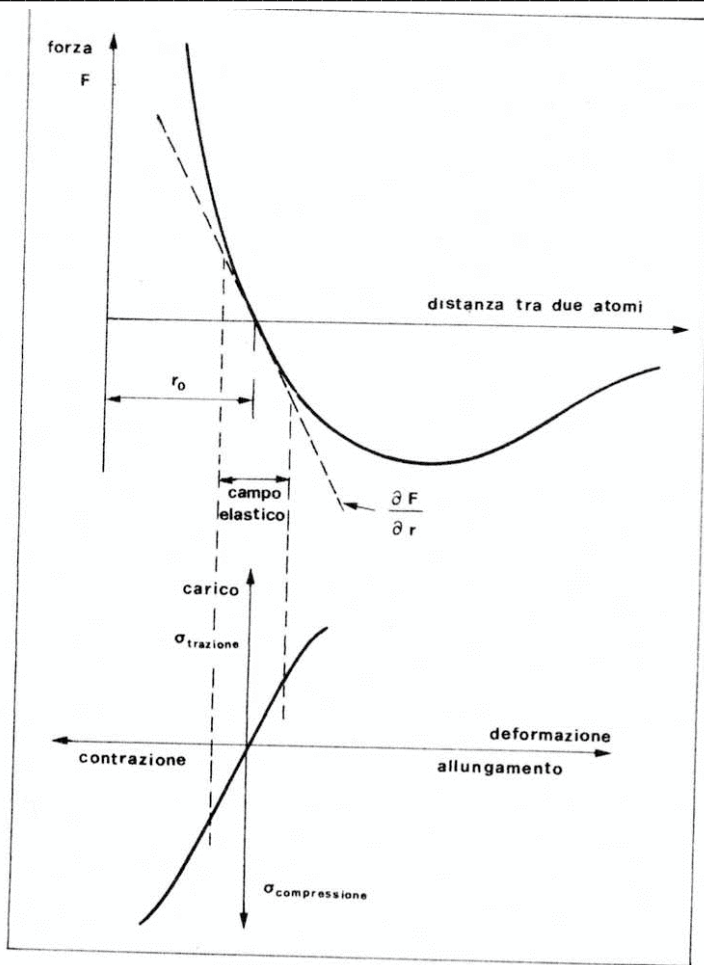


Figura 2.23 – Comportamento elastico di un materiale cristallino a livello micro e macro.

ESERCIZIO 1.2

Si risolvano i seguenti esercizi e si confrontino i risultati ottenuti.

a) Una barra di acciaio a sezione circolare, di diametro $d=20$ [mm], è sollecitata da una forza di trazione $F=9,8$ [kN]. Si valuti lo sforzo nominale di trazione σ , la deformazione subita dalla barra in direzione longitudinale e l'allungamento. Si assuma $E=210$ [GPa], lunghezza iniziale della barra $L_0=50$ [cm], tensione di snervamento $\sigma_s=300$ [MPa].

Questo secondo esercizio, a dispetto della semplicità dei calcoli richiesti, mostra tuttavia un fatto di fondamentale importanza: l'influenza del modulo elastico sulle prestazioni meccaniche dei materiali. A questo scopo è stato richiesto di ragionare sul confronto di tre barre di identica geometria, soggette alla medesima forza, differenti però per materiale (aventi quindi modulo di elasticità differente).

Ricapitoliamo i dati forniti dal problema:

$$d = 20 \text{ [mm]}$$

$$F = 9,8 \text{ [kN]}$$

$$E = 210 \text{ [kPa]}$$

$$L_0 = 50 \text{ [cm]}$$

$$\sigma_s = 300 \text{ [MPa]}$$

Calcolo dell'area della sezione resistente della barra d'acciaio:

$$A = \pi r^2 = 314 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Calcolo dello sforzo applicato:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{9,8 \cdot 10^3 \text{ [N]}}{314 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]}} = 0,031 \cdot 10^3 \text{ [Pa]} = 31 \text{ [MPa]}$$

Poiché $\sigma < \sigma_s$, la deformazione è pienamente in campo elastico e quindi possiamo usare la legge di Hooke per calcolarla:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{31 \cdot 10^6 \text{ [Pa]}}{210 \cdot 10^9 \text{ [Pa]}} = 15 \cdot 10^{-5} \text{ [-]}$$

$$\varepsilon_{\%} = \varepsilon \cdot 100\% = 15 \cdot 10^{-3}\% = 0,015\%$$

Avendo moltiplicato il rapporto σ/E per 100 si è ottenuta la deformazione nominale percentuale. A questo punto, se moltiplichiamo la deformazione nominale per la lunghezza iniziale, possiamo finalmente calcolare l'allungamento totale:

$$\Delta L = \varepsilon \cdot L_0 = 0,075 \text{ [mm]}$$

b) Una barra di una lega di alluminio a sezione circolare, di diametro $d=20$ [mm], è sollecitata da una forza di trazione $F=9,8$ [KN]. Si valuti lo sforzo nominale di trazione σ , la deformazione subita dalla barra in direzione longitudinale e l'allungamento. Si assuma $E=70$ [GPa], lunghezza iniziale della barra $L_0=50$ [cm], tensione di snervamento $\sigma_s=75$ [MPa].

Ricapitoliamo i dati forniti dal problema:

$$d = 20 \text{ [mm]}$$

$$F = 9,8 \text{ [KN]}$$

$$E = 70 \text{ [KPa]}$$

$$L_0 = 50 \text{ [cm]}$$

$$\sigma_s = 75 \text{ [MPa]}$$

Con identico procedimento si ottiene, nel caso della barra di alluminio, una deformazione nominale $\epsilon = 0.00044$ ($\epsilon\% = 0.044\%$) e un allungamento totale $\Delta L = 0.22$ [mm].

c) Una barra di policarbonato a sezione circolare, di diametro $d=20$ [mm], è sollecitata da una forza di trazione $F=9,8$ [KN]. Si valuti lo sforzo nominale di trazione σ , la deformazione subita dalla barra in direzione longitudinale e l'allungamento. Si assuma $E=2$ [GPa], lunghezza iniziale della barra $L_0=50$ [cm], tensione di snervamento $\sigma_s=70$ [MPa].

Ricapitoliamo i dati forniti dal problema:

$$d = 20 \text{ [mm]}$$

$$F = 9,8 \text{ [KN]}$$

$$E = 2 \text{ [KPa]}$$

$$L_0 = 50 \text{ [cm]}$$

$$\sigma_s = 70 \text{ [MPa]}$$

Con identico procedimento si ottiene, nel caso della barra di alluminio, una deformazione nominale $\epsilon = 0.0155$ ($\epsilon\% = 1.6\%$) e un allungamento totale $\Delta L = 7.8$ [mm].

Ulteriori spiegazioni:

Si noti che, dal confronto dei casi a, b e c si evince che, a parità di sezione resistente e di forza applicata, i materiali con basso modulo di Young presentano una deformazione nominale e un allungamento maggiore (in particolare si faccia caso al notevole allungamento subito dalla barra di policarbonato rispetto a quella di alluminio e soprattutto rispetto a quella d'acciaio). In effetti lo sforzo applicato, in tutti e tre i casi, non cambia poiché non dipende dal materiale con cui è

realizzata la barra (ma dipende solamente dalla forza applicata e dall'area della sezione resistente). Quello che cambia invece, nei tre esempi considerati, è il modulo elastico. Il modulo elastico del policarbonato è circa 100 volte inferiore rispetto a quello dell'acciaio!

Possiamo anche osservare che, in tutti e tre i casi, lo sforzo applicato ai provini è inferiore alla tensione di snervamento, per cui l'uso della legge di Hooke è lecito.

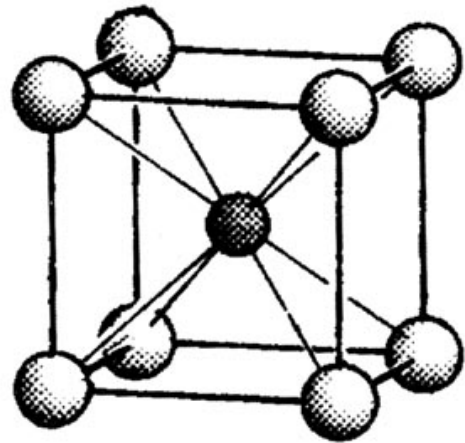
ESERCIZIO 1.3

Il ferro a 20° C ha una struttura CCC con gli atomi di raggio atomico paria a 0,124 [nm]. **Calcolare la costante reticolare "a" del lato del cubo della cella elementare del ferro.**

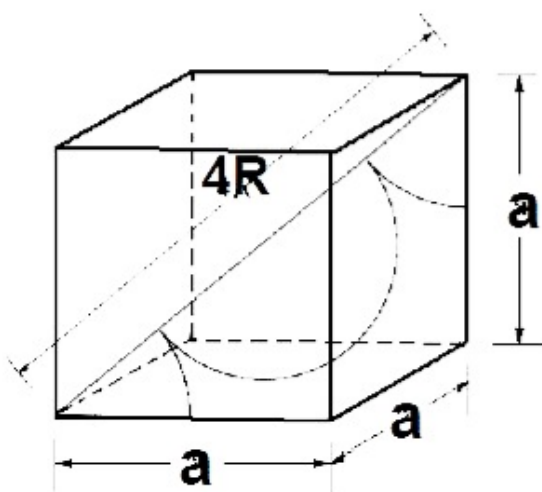
La struttura CCC è rappresentata in figura.

Come si vede chiaramente, questa struttura è costituita da un atomo centrale (corpo centrato) circondato da altri 8 atomi. Nella cella elementare, lungo le diagonali del cubo, gli atomi sono tra loro in contatto, come è meglio mostrato in figura 4. Chiaramente la diagonale, in funzione della costante reticolare a, è data dalla relazione:

$$4R = \sqrt{3}a$$



1 Immagine descrittiva e non rappresentativa della struttura CCC. In tale struttura tutti gli atomi esterni sono in contatto con l'atomo centrale.



Detto ciò, il valore richiesto sarà:

$$a = \frac{4R}{\sqrt{3}} = \frac{4(0.124 \text{ [nm]})}{\sqrt{3}} = 0.2864 \text{ [nm]}$$

Materiale aggiuntivo: Prefissi del Sistema Internazionale di unità di misura

1000^m	10ⁿ	Prefisso italiano	Simbolo
1000 ⁸	10 ²⁴	yotta	Y
1000 ⁷	10 ²¹	<u>zetta</u>	Z
1000 ⁶	10 ¹⁸	<u>exa</u>	E
1000 ⁵	10 ¹⁵	<u>peta</u>	P
1000 ⁴	10 ¹²	<u>tera</u>	T
1000 ³	10 ⁹	<u>giga</u>	G
1000 ²	10 ⁶	mega	M
1000 ¹	10 ³	chilo	k
-	10 ²	etto	h
-	10 ¹	deca	da
1000 ⁰	10 ⁰	-	-
-	10 ⁻¹	deci	d
-	10 ⁻²	centi	c
1000 ⁻¹	10 ⁻³	milli	m
1000 ⁻²	10 ⁻⁶	micro	μ
1000 ⁻³	10 ⁻⁹	nano	n
1000 ⁻⁴	10 ⁻¹²	pico	p
1000 ⁻⁵	10 ⁻¹⁵	femto	f
1000 ⁻⁶	10 ⁻¹⁸	atto	a
1000 ⁻⁷	10 ⁻²¹	zepto	z
1000 ⁻⁸	10 ⁻²⁴	yocto	y