

# Corso di biosensori

Sensori Fisici

# Sensori fisici

---

- Un sensore/trasduttore fisico **trasduce una variabile fisica in un segnale elettrico** misurabile:
  - temperatura
  - deformazione
  - flusso
  - pressione
  - accelerazione
  - ...

# Sensori di temperatura

---

- Importanza della temperatura in ambito biomedico
- Resistance Temperature Detector – RTD
- Termocoppia
- Termistore
- Sensore a lamina bi-metallica
- Sensori di temperatura basati su dispositivi a semiconduttore

# Importanza della temperatura in applicazioni biomediche

---

- In campo biomedico la temperatura può rappresentare un fattore **condizionante** e spesso **perturbante** lo stato di salute o di benessere di un soggetto. Il suo controllo viene effettuato sia per **scopi diagnostici che di semplice monitoraggio** delle condizioni di un paziente/individuo
- Il monitoraggio della temperatura è essenziale in molte altre applicazioni “bio”. Per esempio, tutte le proteine hanno un range ottimale di T all’interno del quale la loro attività è massimizzata.
- Nel caso specifico di un enzima, la **temperatura** può influenzarne l’attività in due modi:
  - Rallentamento della velocità della reazione
  - Denaturazione dell’enzima
- Temperatura e velocità di reazione sono correlate dall’equazione di Arrhenius:

$$k = Ae^{(-E_a/RT)}$$

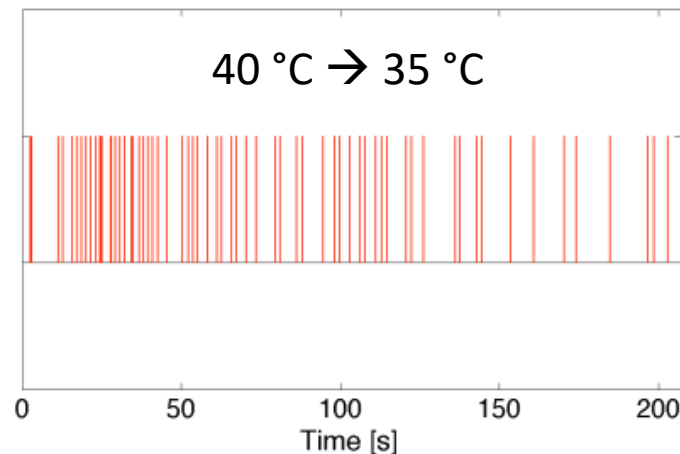
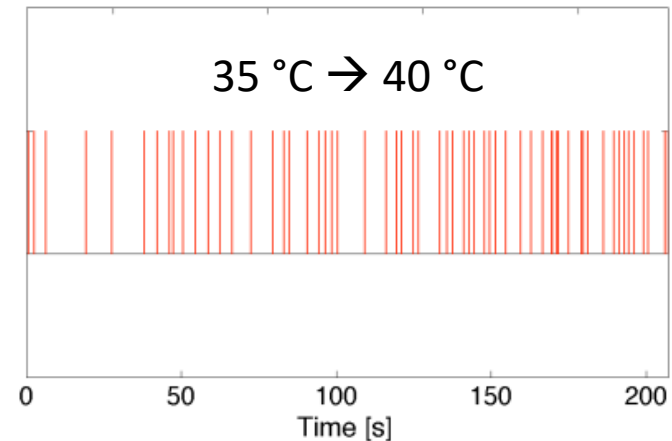
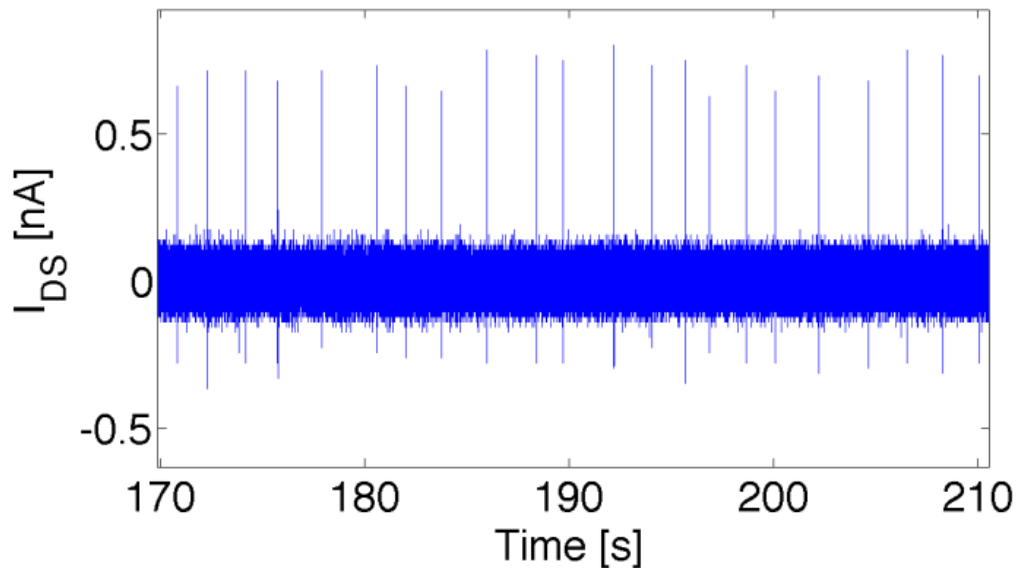
Dove **k è la costante specifica di velocità di reazione**; A è una costante caratteristica della reazione;  $E_a$  è l’energia di attivazione; R è la costante universale dei gas e T è la temperatura in Kelvin.

# Importanza della temperatura in applicazioni biomediche

Esempio: applicazioni elettrofisiologiche in vivo. Nelle applicazioni cellulari, la **temperatura è fortemente correlata all'attività metabolica** delle cellule stesse.

Nel caso specifico di cellule elettroattive, la **temperatura agisce anche nella modulazione dell'attività elettrica** (ed elettro-meccanica).

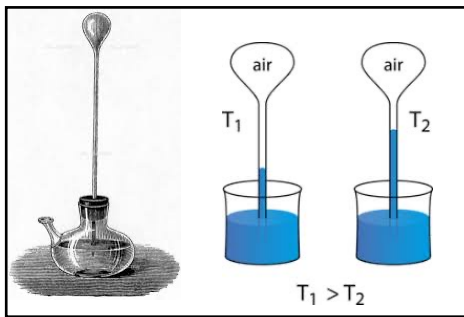
Attività elettrica di una **coltura di cellule cardiache**



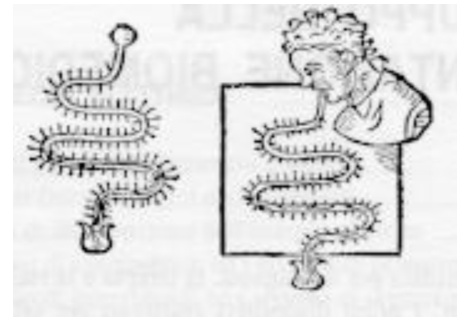
In tutti gli esperimenti farmacologici la temperatura deve essere mantenuta costante.

# History of temperature measurements

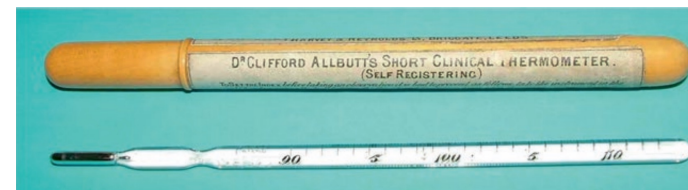
- Thermometer:
  - 1593 - Galileo: thermoscope (it **measures temperature differences**).
  - 1625 - Santorio: first use of the thermoscope for biomedical applications
  - 1714 - Fahrenheit: first example of Hg thermometer
  - 1742 - Anders Celsius: °C
  - 1866 - Thomas Clifford Allbutt: fast (5 min) clinical thermometer
  - 1974 - Theodor H. Benzinger: infrared, non-contact ear thermometer



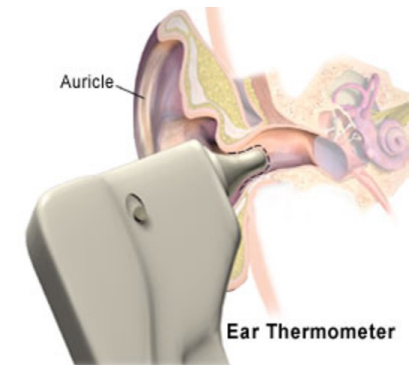
Galileian thermoscope



Santorio experiments



First clinical thermometer



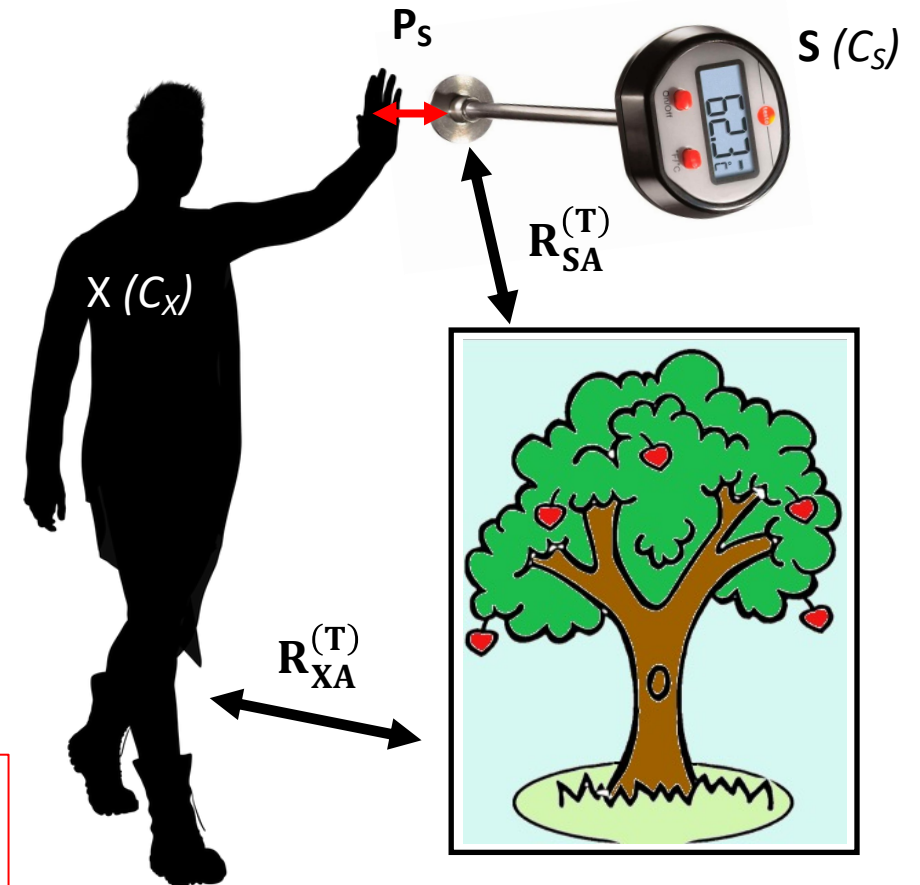
Infrared thermometer

# Misure di temperatura: concetti generali

Si consideri un sensore di temperatura (S) messo in contatto con il corpo (X) di cui si vuole valutare la temperatura. **Idealmente abbiamo istantaneamente  $T_X = T_S$** , mentre la temperatura del corpo non viene influenzata dal contatto col sensore; in realtà il sistema è più complesso e **l'errore a cui siamo soggetti si può indicare come  $e = (T_S - T_X)$** .

- X: corpo di cui si vuole misurare la temperatura
- S: sensore di temperatura
- A: ambiente esterno
  
- $P_S$ : flusso di calore tra corpo e sensore
- $C_S$ : capacità termica del sensore
- $C_X$ : capacità termica del corpo
- $R_{SA}^{(T)}$ : resistenza termica tra sensore e ambiente esterno
- $R_{XS}^{(T)}$ : resistenza termica tra corpo e sensore

*Capacità termica* =  $\frac{Q}{\Delta T}$ : quantità di calore (Q) da fornire ad un oggetto per produrre una certa variazione di temperatura.



# Misure di temperatura: concetti generali

*Capacità termica C*: quantità di calore da fornire ad un oggetto caratterizzato da una certa massa per produrre una certa variazione di temperatura.

$$Q = M \cdot c \cdot \Delta T \rightarrow Q = C \cdot \Delta T$$

*M*: massa [kg]

*c*: *calore specifico*  $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]$  Il calore specifico unitario di un materiale rappresenta il **calore necessario per far variare di un grado la temperatura di una massa unitaria.**

$$C = M \cdot c \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}}\right]$$

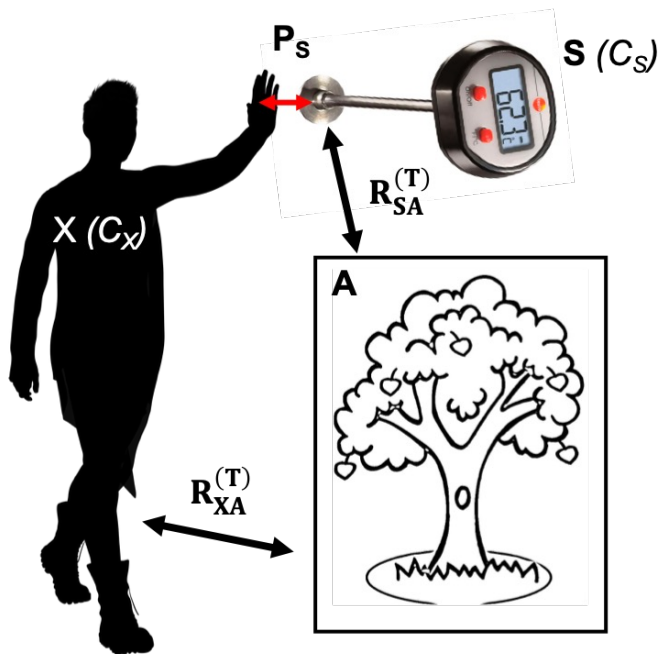
Un'**elevata capacità termica** di un oggetto implica che la sua **temperatura varia lentamente** al variare della temperatura esterna.

La capacità termica di un oggetto dipende da due fattori:

- Massa
- Materiale (calore specifico)

# Misure di temperatura: concetti generali

- Il sensore ha una capacità termica  $C_S$  non nulla, e **raggiunge l'equilibrio solo in seguito a uno scambio di calore col corpo stesso** (modificando di fatto la sua temperatura)
- Nel caso reale  $R_{XS}^{(T)}$  non è nulla.
- Nel caso reale  $R_{SA}^{(T)}$  non è infinita. Questo scambio di calore indesiderato tra A e S introduce ulteriore rumore nella misura (spesso trascurabile in quanto  $R_{XS}^{(T)} \ll R_{SA}^{(T)}$  ).

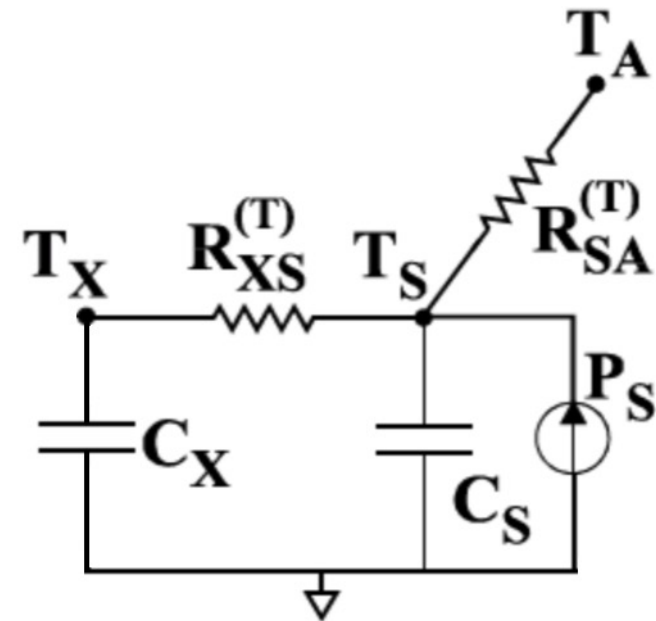


$P [W] \rightarrow$  potenza ( $R_S \cdot I_S^2$ )  
 $C_T [J/K] \rightarrow C$   
 $\Delta T [K] \rightarrow \Delta V$   
 $R^T [K/W] \rightarrow R$   
 $W [J/s] \rightarrow$  flusso radiante

$\equiv$

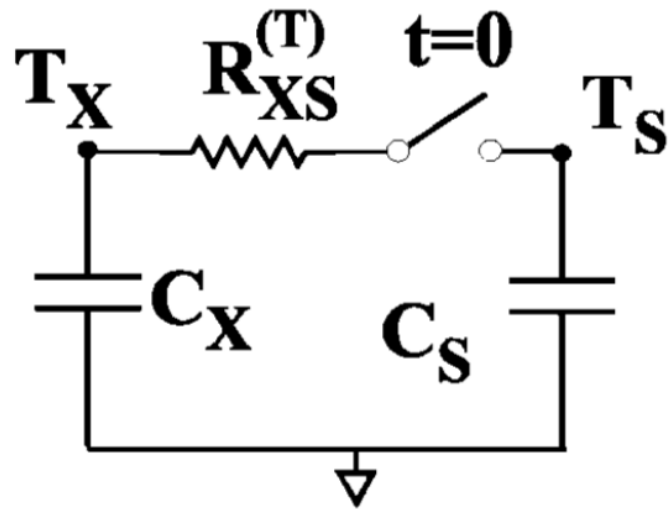
$R_S$ : resistenza sensore  
 $I_S$ : corrente di alimentazione del sensore

Equivalente elettrico



# Misure di temperatura: concetti generali

Caso 1: sensore e corpo isolati al tempo  $t_0$



Sistema del prim'ordine

$$T_S = T_S(0) + (T_E - T_S(0)) \left(1 - e^{-t/(R_{XS}^T C_{TOT})}\right)$$

$$T_S = T_E + (T_S(0) - T_E) e^{-t/(R_{XS}^T C_{TOT})}$$

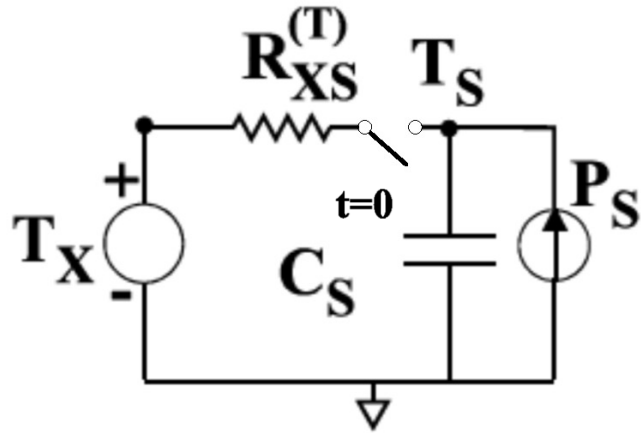
$$T_E = \frac{C_S T_S(0) + C_X T_X(0)}{C_X + C_S}$$

$$C_{TOT} = \left(\frac{1}{C_X} + \frac{1}{C_S}\right)^{-1}$$

- Al tempo  $t_0$ ,  $T_X(0) \neq T_S(0)$ ; **all'equilibrio e in condizioni ideali  $T_X = T_S = T_E$ .**
- L'errore associato alla misura sarà dunque  **$e = T_E - T_X(0)$**  e **diminuisce al diminuire di  $C_S$**  (così come il tempo di risposta)
- **Una opportuna miniaturizzazione del sensore può aiutare a minimizzare  $C_S$**

# Misure di temperatura: concetti generali

Caso 2: temperatura del corpo mantenuta costante. Il **sensore è isolato** dall'ambiente esterno ma **si scalda durante il funzionamento**.

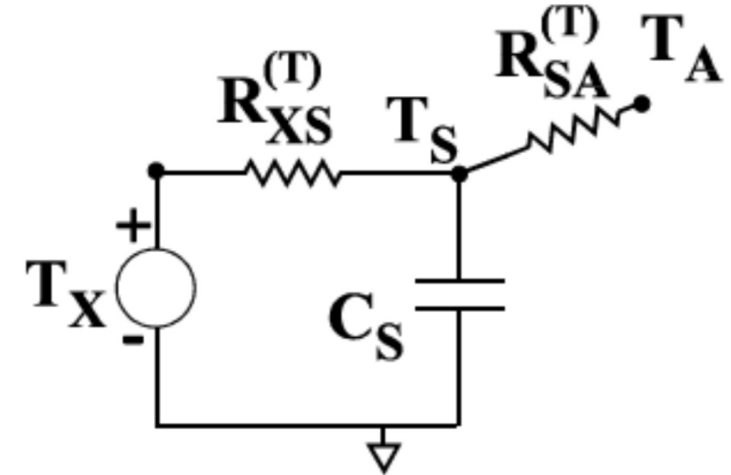


$$T_S = T_E + (T_S(0) - T_E)e^{-t/(R_{XS}^T C_S)}$$

$$T_E = T_X + \boxed{R_{XS}^T P_S}$$

- A regime avremo un errore non nullo dovuto alla presenza dell'**autoriscaldamento**.
- Necessaria una **minimizzazione della resistenza termica  $R_{XS}^T$** .

Caso 3: temperatura del corpo mantenuta costante. Il **sensore NON è isolato** dall'ambiente esterno ma **non si scalda durante il funzionamento**.

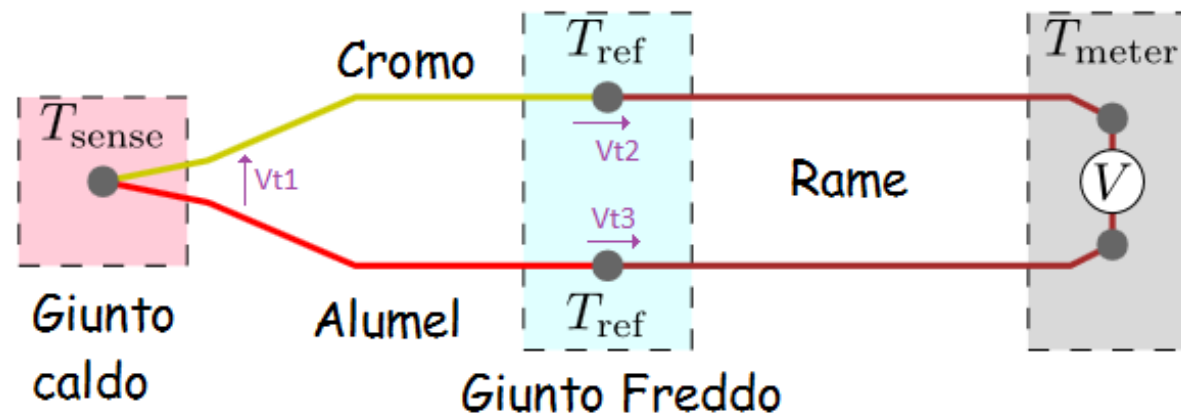


$$T_E = T_X + (T_A - T_X) \left( 1 + \frac{R_{SA}^T}{R_{XS}^T} \right)^{-1}$$

- A regime avremo un errore non nullo dovuto allo scambio di calore tra S e A.
- Necessaria una **massimizzazione della resistenza termica  $R_{SA}^T$**  → isolamento del sensore.

# La termocoppia

- **Termocoppia:** è costituita da due **conduttori differenti** di materiale noto che si uniscono in un punto in prossimità del quale viene effettuata la misura di temperatura. Gli altri due estremi sono collegati ad un voltmetro
  - Le termocoppie sfruttano l'effetto Seebeck
  - Non lineari
  - Necessitano di compensazione di temperatura
  - Accuratezza non elevata



# La termocoppia

---

**L'effetto Seebeck:** quando due metalli diversi sono messi a contatto, gli elettroni presenti nel metallo dove questi sono più "liberi" tendono a spostarsi verso l'altro metallo. In particolare, **più alto è il livello di Fermi in un metallo** (cioè il livello energetico che separa i livelli energetici occupati da quelli non occupati), **maggiore sarà la tendenza dei suoi elettroni a muoversi.**

Considerando due metalli con livelli di Fermi  $W_1$  e  $W_2$  rispettivamente, quando questi vengono messi a contatto si instaurerà un flusso di elettroni che continuerà finché i due livelli di Fermi saranno allo stesso livello a causa dell'instaurarsi del cosiddetto **potenziale di contatto:**

$$e\varphi_{12} = W_1 - W_2 \Rightarrow \varphi_{12} = \frac{W_1 - W_2}{e}$$

# La termocoppia

---

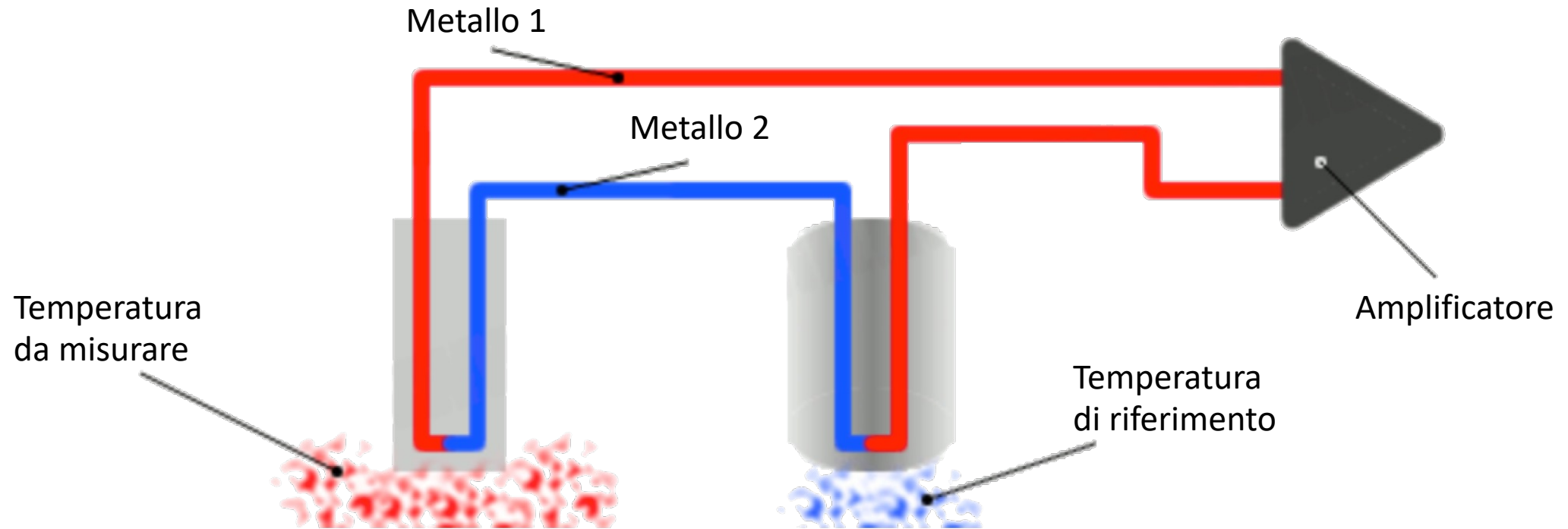
- In un circuito chiuso costituito da due differenti metalli (due giunzioni poste alla stessa temperatura), i due potenziali di contatto si elidono a vicenda: **nessuna forza elettro-motrice=nessun flusso di elettroni**.
- Quando però le due giunzioni si trovano a temperature differenti, dato che  $W_1(T) \neq W_2(T)$ , si avrà uno **sbilanciamento dei due potenziali di contatto** che genererà una **forza elettromotrice**, la quale dipenderà dalla differenza di temperatura tra le due giunzioni.
- **La generazione di questa forza termo-elettromotrice è chiamato effetto Seebeck** e la sua dipendenza dalla differenza di temperatura tra le giunzioni è approssimativamente lineare.
- Coefficiente di Seebeck (S): **indica quanto un materiale sia capace di rispondere con una variazione di potenziale ad un gradiente di temperatura**.

$$S = \frac{\Delta V}{\Delta T} \left[ \frac{V}{K} \right]$$

- Esempio: in una termocoppia costituita da ferro e costantana (lega al 60% rame e al 40% Nickel), **la forza termo elettromotrice per una differenza di 100 °C è di circa 5 mV: necessità di amplificazione**.

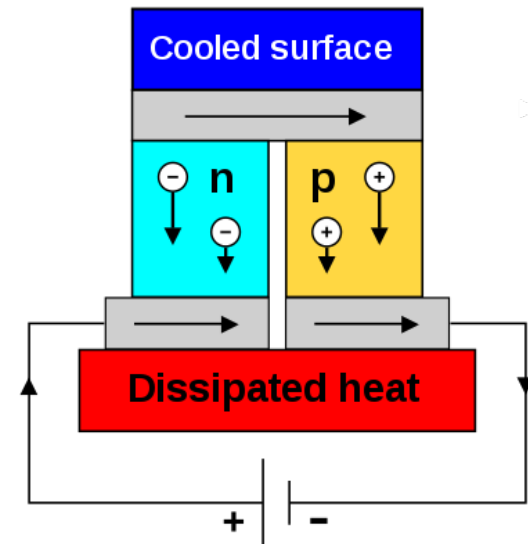
# La termocoppia

Possibile configurazione circuitale:



# La cella di Peltier (attuatore NON sensore)

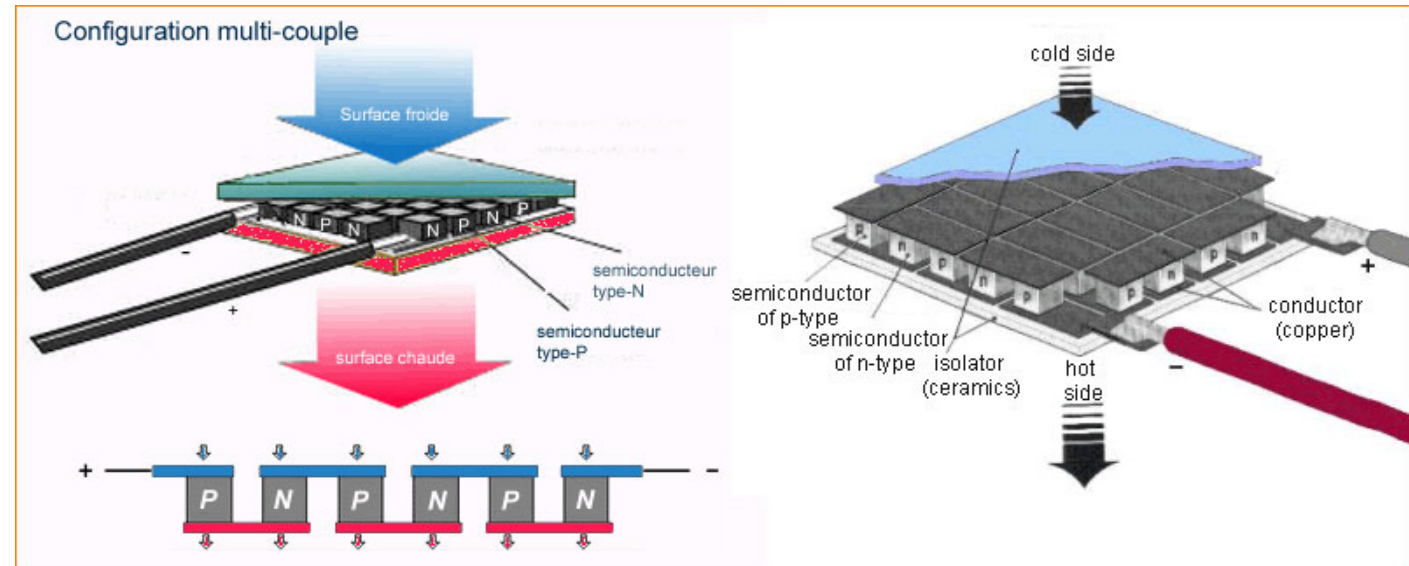
- Effetto Peltier: effetto inverso a quello Seebeck (altra faccia della stessa medaglia), descrive la **generazione o l'assorbimento di calore in una giunzione attraversata da una corrente**. Entrambi gli effetti si manifestano in giunzioni composte da **due metalli**, un **metallo e un semiconduttore** e tra **due semiconduttori**.
- Questo effetto è sfruttato in un dispositivo chiamato cella di Peltier, il quale è costituito da giunzioni tra tellurio di Bismuto (un semiconduttore con un elevato coefficiente di Seebeck) di tipo n e di tipo p **connesse in serie dal punto di vista elettrico e in parallelo dal punto di vista termico**. Quando viene fatta scorrere una corrente nel circuito, si instaura una differenza di temperatura tra le giunzioni
- Le celle di Peltier sono utilizzate per mantenere la temperatura di oggetti piccoli (es. colture cellulari).
- Sono compatte e non hanno parti meccaniche in movimento (buona durabilità).
- Possono essere regolate con grande precisione.



# La cella di Peltier

Materiali utilizzati:

- Tellururo di Bismuto ( $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ )
- Tellururo di Piombo o Altaite ( $\text{PbTe}$ )
  - Elevata conducibilità elettrica
  - Bassa conducibilità termica
  - Elevato coefficiente di Seebeck



# Sensori di temperatura RTD

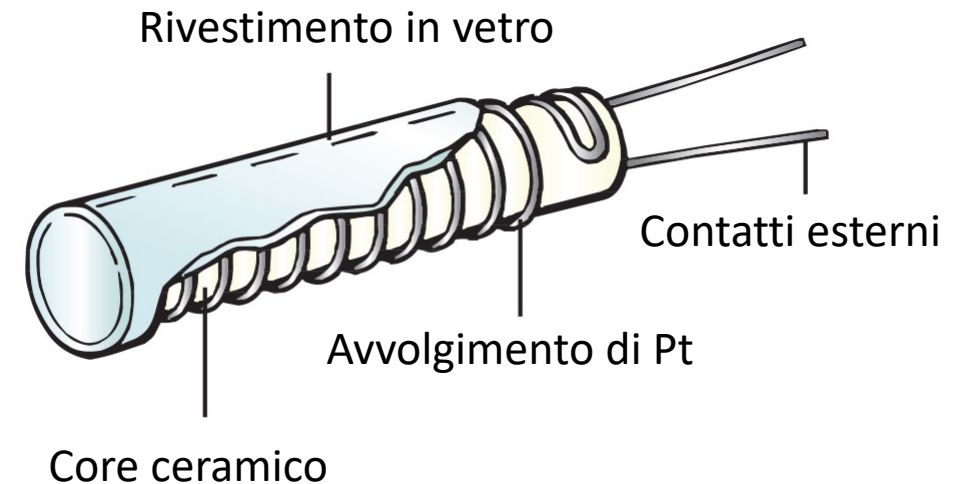
Resistance Temperature Detector (RTD): Si tratta di un trasduttore che sfrutta la **proprietà dei metalli di variare la conducibilità elettrica con la temperatura.**

I **termoresistori o RTD** (Resistance Temperature Detectors) usano in genere come materiale il platino per le sue caratteristiche di lunga durata, stabilità e riproducibilità.

- Una comune implementazione di un RTD è una spira di Platino avvolta ad un core ceramico o di vetro)
- La sua resistenza è data da:

$$R = \rho(T) \frac{L}{A}$$

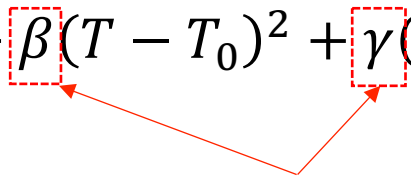
- dove L è la lunghezza del filo e A la sua sezione.



# Sensori di temperatura RTD

---

Nei metalli, la resistività varia con la temperatura secondo la seguente relazione:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2 + \gamma(T - T_0)^3)$$


Trascurabili nella maggior parte delle applicazioni

dove i coefficienti  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  sono determinati sperimentalmente e sono diversi per ogni metallo, mentre  $\rho_0$  è la resistività misurata ad una temperatura di riferimento, tipicamente 20 o 0 °C.

# Sensori di temperatura RTD

- Un parametro importante che caratterizza un sensore RTD è il **TCR (Temperature Coefficient of Resistance)**, il quale indica la **variazione di resistenza per grado centigrado** (misurata nel range 0-100 °C), e corrisponde al coefficiente  $\alpha$  precedentemente visto:

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \alpha(T - T_0) \quad \circ \quad R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

$$TCR = \alpha = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{dT} = \frac{S}{R_0} \leftarrow \text{sensibilità}$$

- Maggiore è il valore di TCR, maggiore sarà la sensibilità del sensore
- **Nei metalli il TCR è positivo** (la resistenza aumenta all'aumentare della temperatura), mentre per elementi come il carbonio, alcune leghe metalliche e alcuni semiconduttori come il silicio e il germanio è negativo (dunque la resistenza diminuisce all'aumentare della temperatura).

# Sensori di temperatura RTD

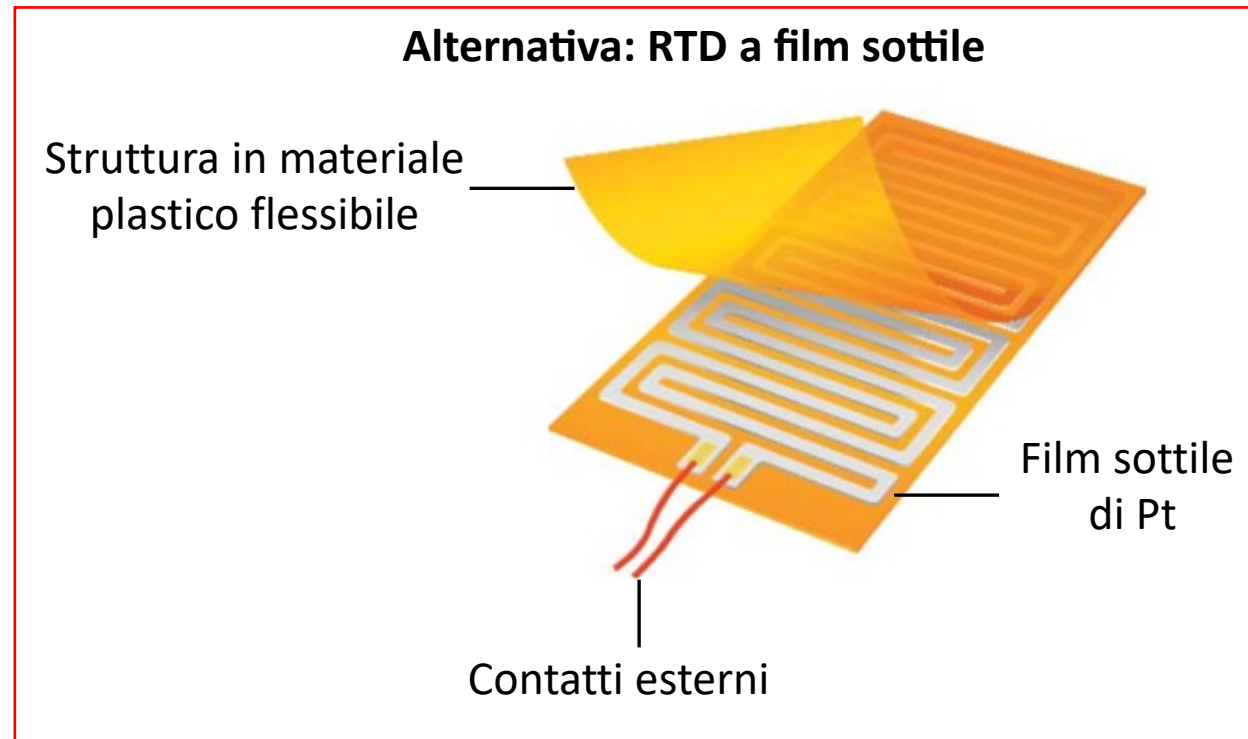
---

Valori di TCR ( $\alpha$ ) per i più comuni metalli utilizzati (misurato a 20 °C):

Nickel	-----	Element	-----	0.005866
Iron	-----	Element	-----	0.005671
Molybdenum	----	Element	-----	0.004579
Tungsten	-----	Element	-----	0.004403
Aluminum	-----	Element	-----	0.004308
Copper	-----	Element	-----	0.004041
Silver	-----	Element	-----	0.003819
→ Platinum	-----	Element	-----	0.003729
Gold	-----	Element	-----	0.003715
Zinc	-----	Element	-----	0.003847

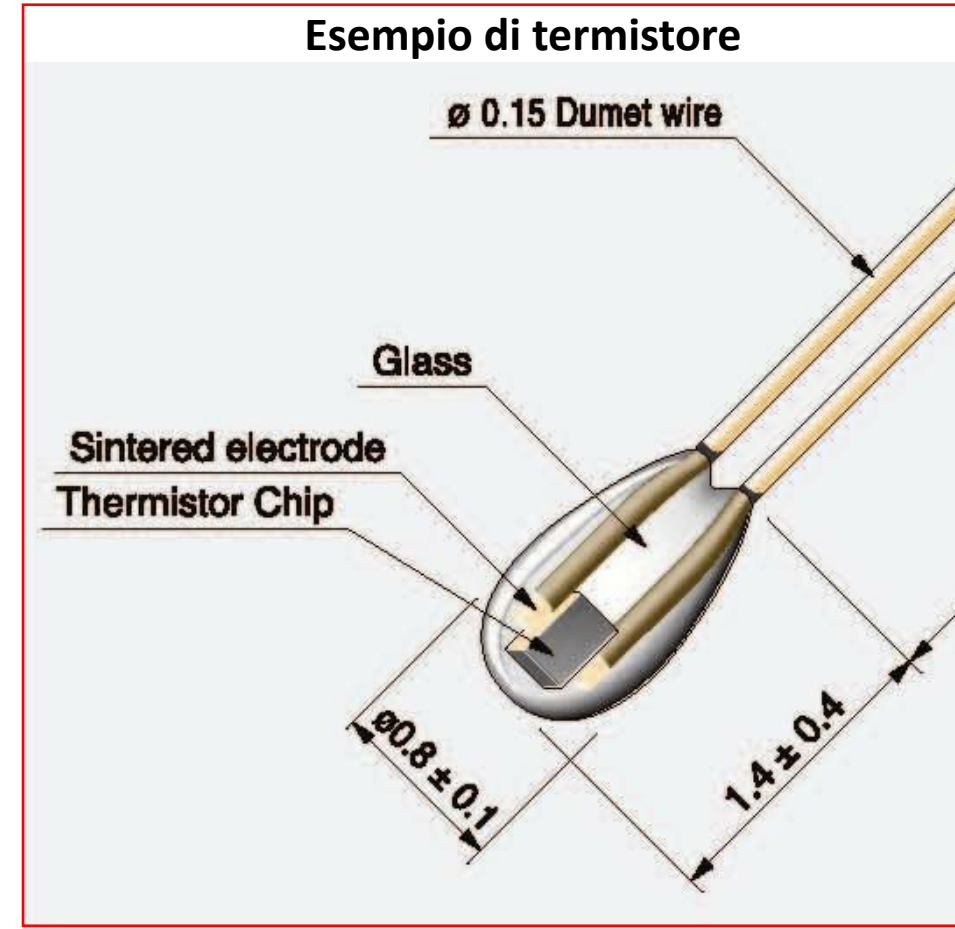
# Sensori di temperatura RTD

- Alcune caratteristiche dei sensori di temperatura RTD:
  - Altissima accuratezza
  - Costo (relativamente) elevato
  - Elevata stabilità chimica, stabilità temporale della risposta
  - Range di funzionamento: -200 / 600 °C (Pt)



# Il termistore NTC

- **Termistore:** un resistore sensibile alla temperatura caratterizzato da un sostanziale (e predicibile) cambiamento di resistività dipendente dalla temperatura.
  - Materiali: particolari materiali con proprietà semiconduttive (spesso ossidi metallici sinterizzati)
  - Range di funzionamento: -50 /250 °C
  - **Non lineari** in tutto il range di funzionamento
  - Fino a 1000 volte più sensibile di un RTD me meno stabili
  - Economici
- NTC: Negative Temperature Coefficient
  - La resistenza ( $R_{NTC}$ ) diminuisce con la T



# Il termistore NTC

Equazione (semplificata) del termistore:

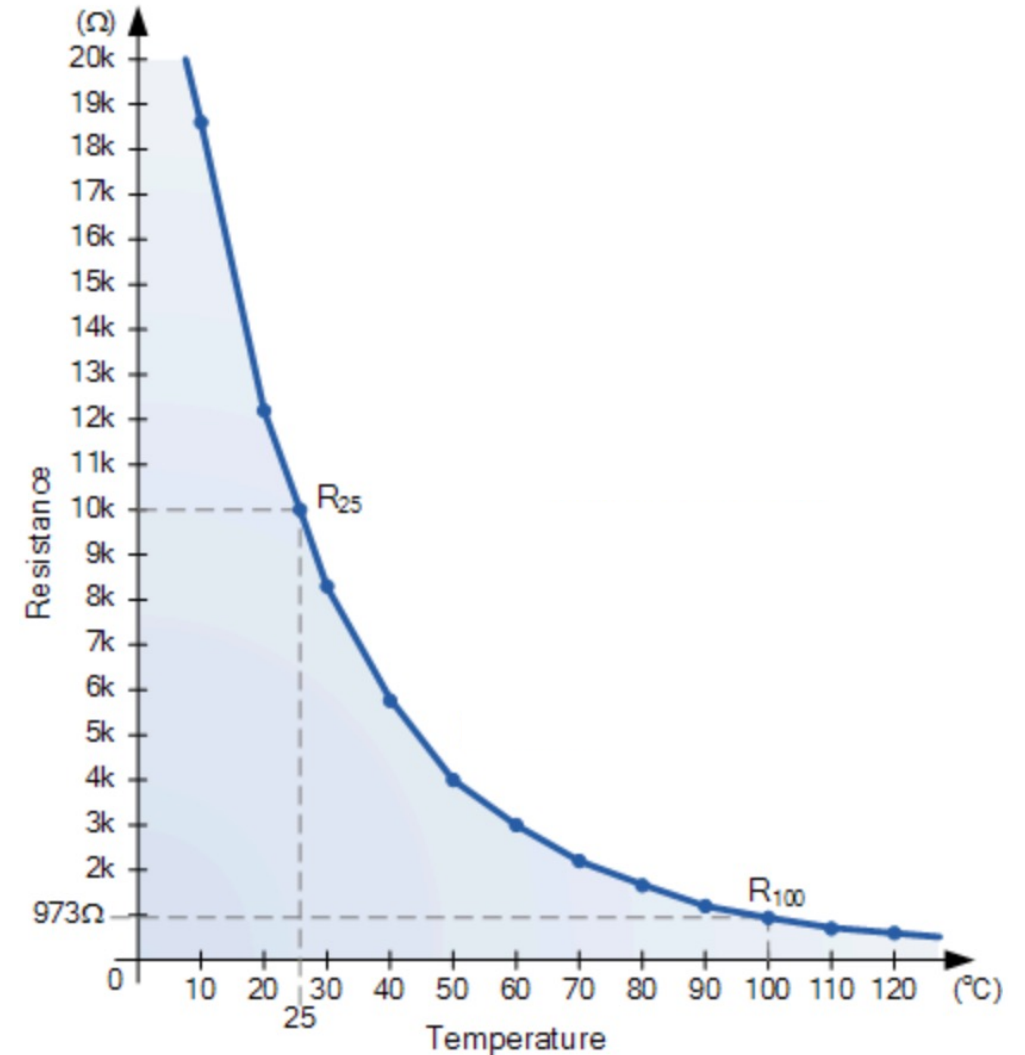
$$R(T) = R_0 e^{\beta \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$$

$$S(T) = \frac{dR}{dT} = - \frac{R_0 \beta}{T^2} e^{\beta \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$$

- T è la temperatura misurata (in Kelvin)
- $R_0$  è la temperatura di riferimento misurata alla temperatura  $T_0$
- Il parametro  $\beta$  dipende dal materiale e si calcola partendo dalla misura della resistenza per due valori di temperatura (in un range indicato dal produttore)
- S è la sensibilità del termistore

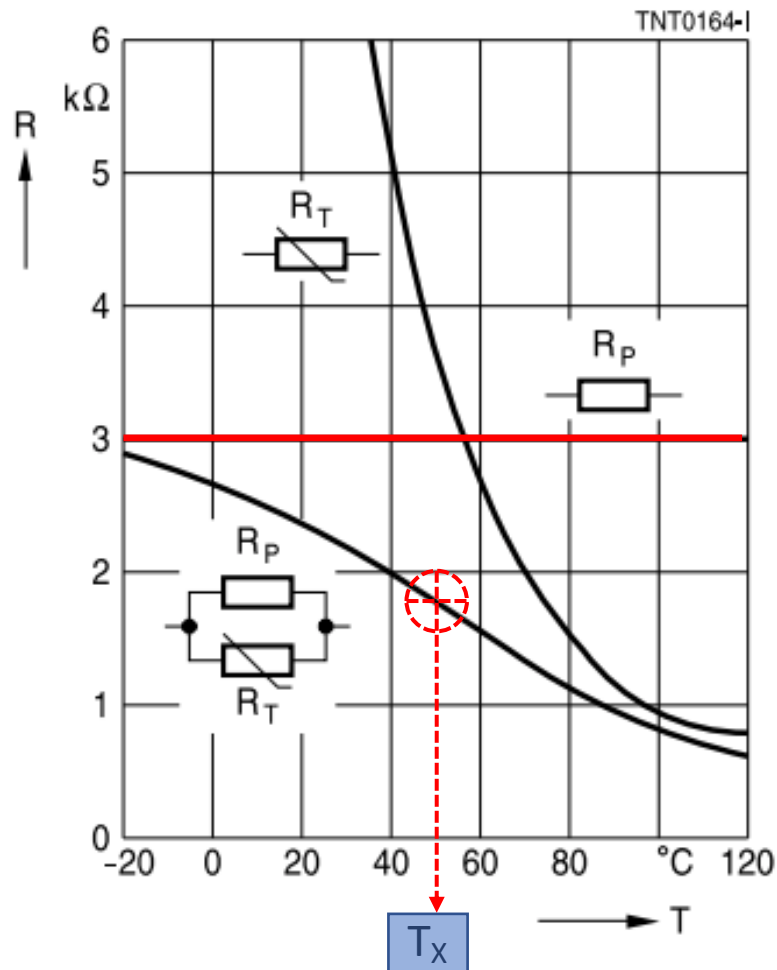
$$\beta_{T1/T2} = \frac{\ln \frac{R_{T1}}{R_{T2}}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

- $R_{T1}$  è la resistenza del termistore alla temperatura  $T1$
- $R_{T2}$  è la resistenza del termistore alla temperatura  $T2$



# Il termistore NTC

Se si necessita di una risposta lineare è possibile **linearizzare la caratteristica attorno al punto di lavoro ( $T_X$ )** utilizzando una opportuna **resistenza in parallelo (o in serie) al termistore**.



La resistenza in parallelo (in rosso nel grafico) può essere trovata usando la seguente equazione:

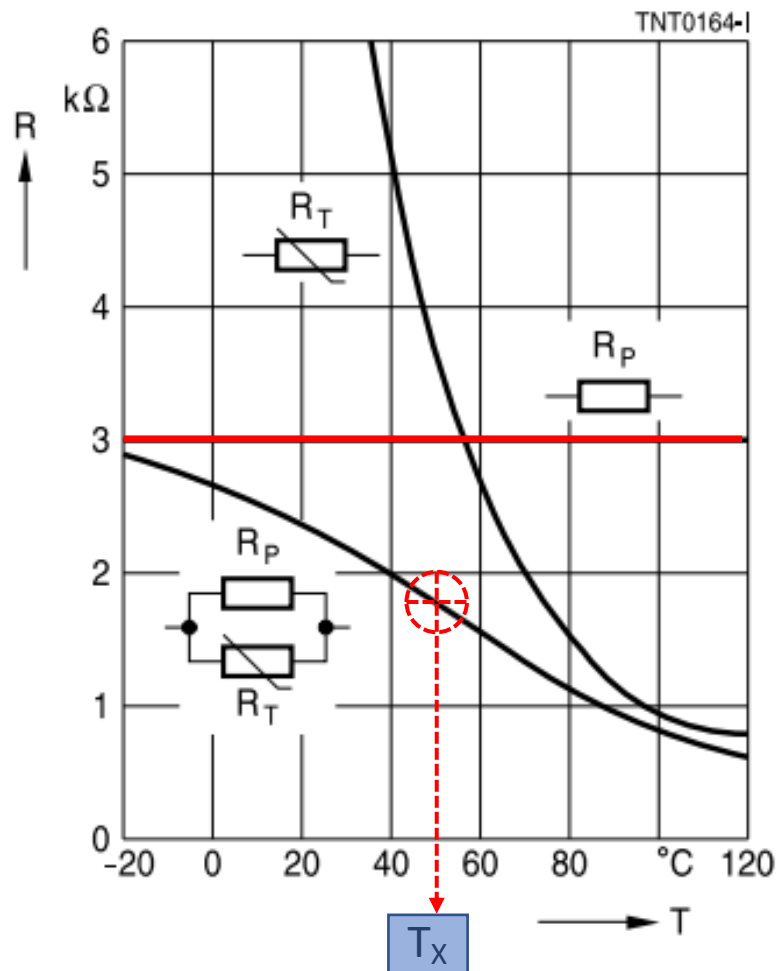
$$R_P = R_T \frac{\beta - 2 \cdot T_X}{\beta + 2 \cdot T_X}$$

La resistenza totale è dunque pari al parallelo tra  $R_P$  e  $R_T$ :

$$R_{TOT} = \frac{R_P \cdot R_T}{R_P + R_T}$$

# Il termistore NTC

Se si necessita di una risposta lineare è possibile **linearizzare la caratteristica attorno al punto di lavoro ( $T_X$ )** utilizzando una opportuna **resistenza in parallelo (o in serie) al termistore**.



La variazione della  $R_{TOT}$  in funzione della temperatura diventa dunque:

$$\frac{dR_{TOT}}{dT} = -\frac{R_T}{\left(1 + \frac{R_T}{R_P}\right)} \cdot \frac{\beta}{T^2}$$

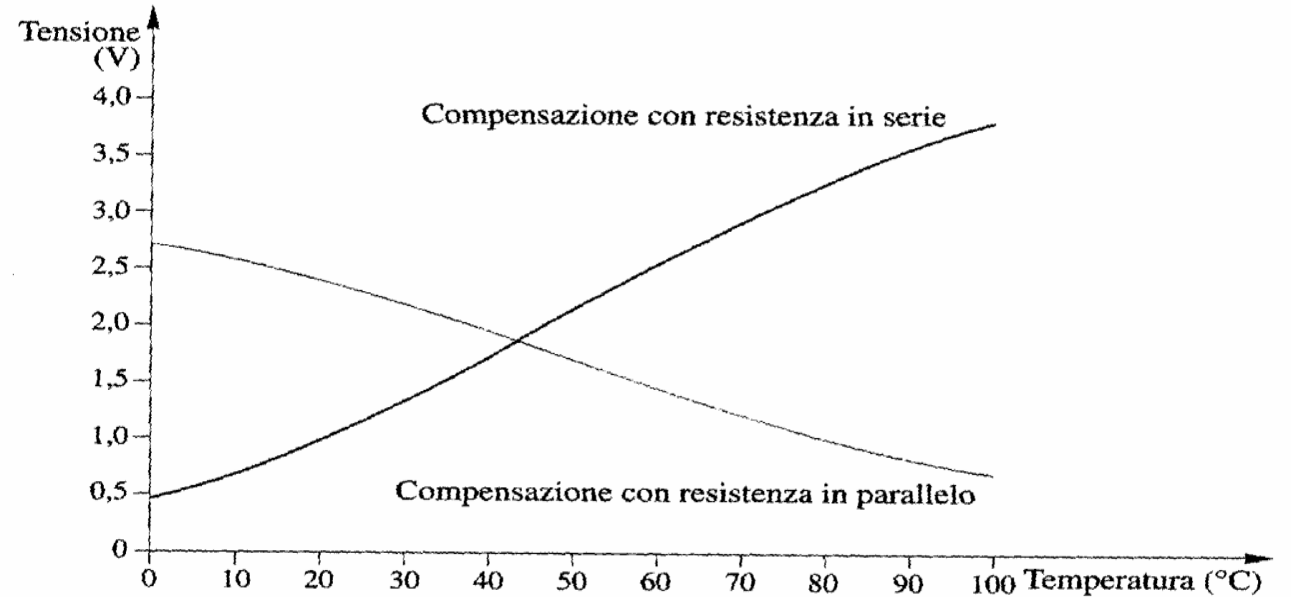
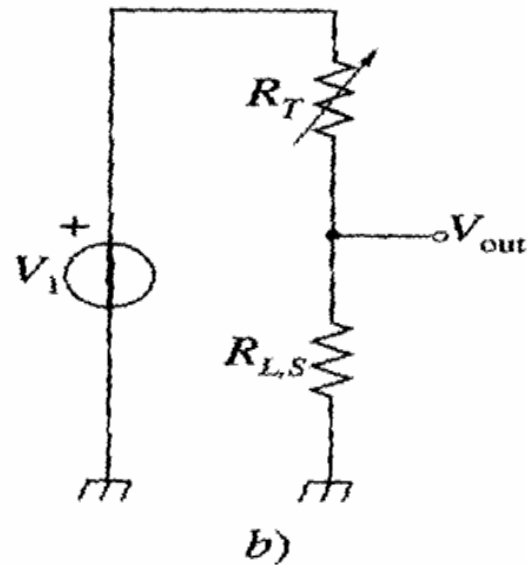
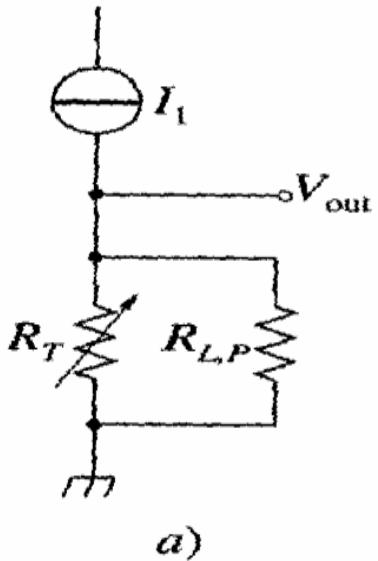
Un volta attuata la linearizzazione, è possibile ragionare come per i sensori RTD:

$$R(T) = R(T_X)(1 + \alpha(T - T_X))$$

con  $\alpha = -\frac{\beta}{T^2} = TCR$

# Il termistore NTC

Se si necessita di una risposta lineare è possibile **linearizzare la caratteristica attorno al punto di lavoro ( $T_X$ )** utilizzando una opportuna **resistenza in parallelo (o in serie)** al termistore.



R parallelo

$$R_P = R_T \frac{\beta - 2 \cdot T_X}{\beta + 2 \cdot T_X}$$

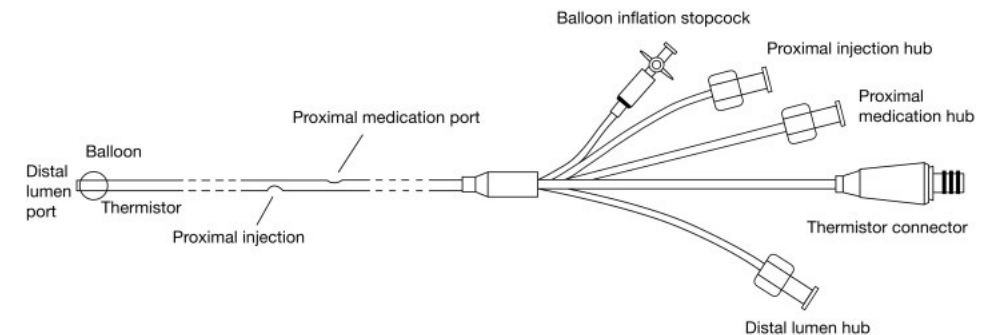
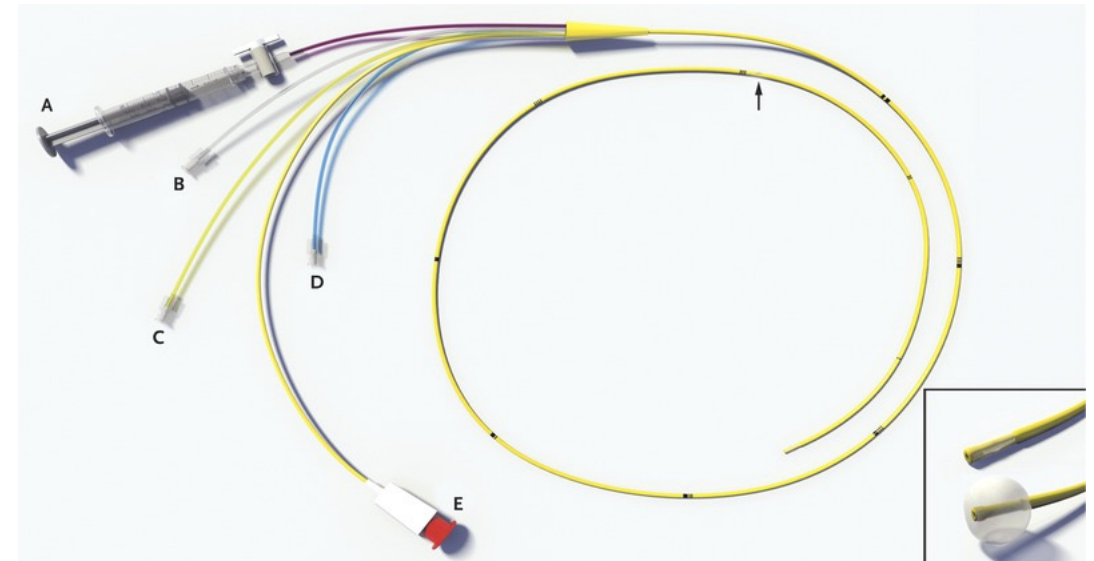
R serie

$$R_S = R_T \frac{\beta + 2 \cdot T_X}{\beta - 2 \cdot T_X}$$

# Thermistor (NTC)

Mobile communication devices:	<p>temperature monitoring and compensation for</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- TCXO (temperature compensated crystal oscillator)</li> <li>- power amplifier modules</li> <li>- liquid crystal displays (LCD)</li> <li>- temperature monitors</li> <li>- battery packs</li> </ul>
Computer and consumer electronics:	<p>temperature monitoring and compensation for</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- hard disk drive (HDDs)</li> <li>- optical disk drive (ODD)</li> <li>- central processing unit (CPU)</li> <li>- liquid crystal display (LCD)</li> <li>- battery pack and battery management systems (BMS)</li> <li>- printers</li> <li>- PC main boards</li> <li>- audio and video systems, medical devices</li> </ul>
Household electronics:	refrigerators and deep-freezers, washing machines, electric cookers, hair-dryers, electronic ballast, power tools, LED lighting etc.
Heating and air-conditioning:	heating systems, thermostats, room temperature monitoring, underfloor heating and water boilers, outdoor temperature sensors
Industrial electronics:	temperature stabilization of laser diodes and photo elements, temperature compensation in copper coils or reference point compensation in thermo elements, LED and semiconductor overheating protection
Automotive electronics:	<p>electronic control units (ECUs), e.g. motor management, airbags, cooling control units, gearbox controls, cylinder head or braking systems, temperature controls for the battery pack in conventional and hybrid automobiles</p>
	sensor systems, e.g. temperature controls in tire air-pressure modules, temperature sensors for air-conditioning and passenger compartment
	headlights, e.g. LED lighting
	displays, e.g. dashboard, car radio, navigation, GPS, in-car TV

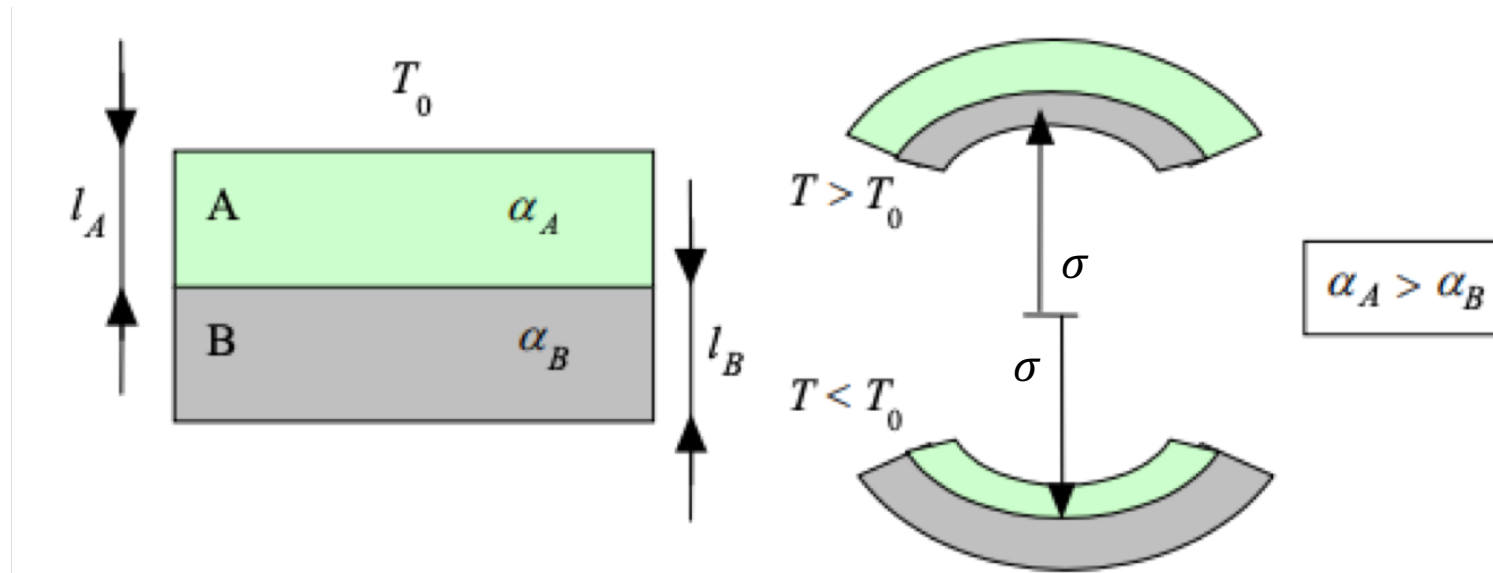
## Biomedical applications: pulmonary artery catheterization



# Sensori di temperatura a lamina bimetallica

Questi sensori di temperatura sono **costituiti da due sottili lamine di due diversi metalli** le quali vengono saldate fra loro. Dato che tipicamente metalli diversi **hanno coefficienti di espansione termica diversi**, una variazione di temperatura provoca una curvatura (C) della lamina stessa, e tale curvatura dipende dallo spessore delle lamine, dalle costanti di elasticità e dai coefficienti di espansione termica dei due materiali.

$$\sigma = f(l_A, l_B, K_A, K_B, \alpha_A, \alpha_B)$$

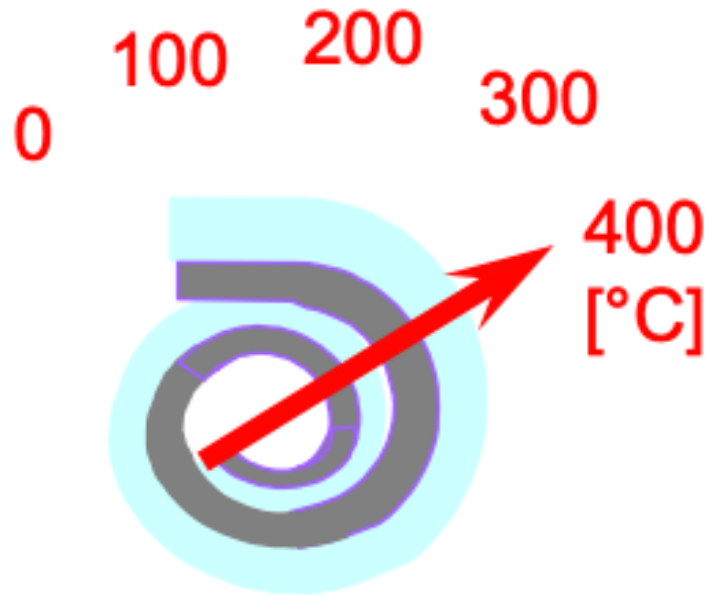


# Interruttore termico bimetallico

---

Questo tipo di sensori può essere utilizzato come interruttore o come vero e proprio sensore, aggiungendo una lancetta solidale alla lamina.

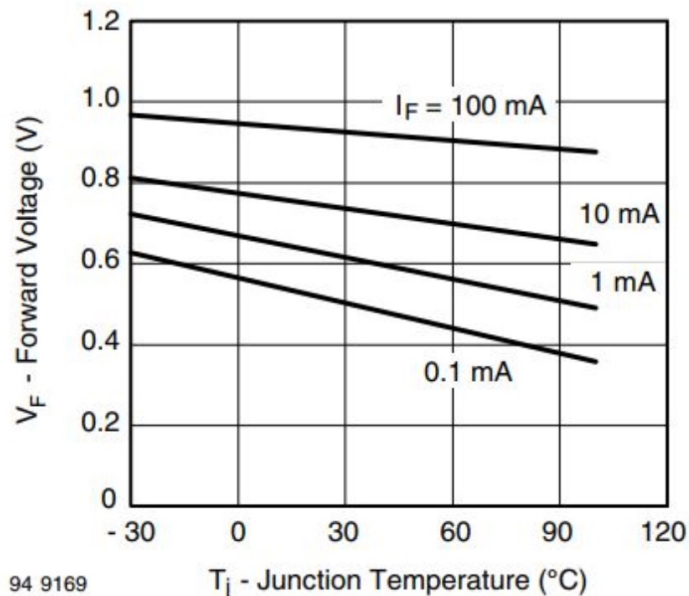
Questi sensori sono economici ma sono generalmente poco accurati e presentano problemi di isteresi. Usati solo per applicazioni che non necessitano una elevata precisione (spesso nei termostati per regolare la temperatura di un ambiente).



# Sensori di temperatura

- Sensori basati su dispositivi a semiconduttore: sono in genere costituiti da **circuiti contenenti diodi** (i quali hanno una caratteristica I/V dipendente dalla temperatura)
  - Risposta lineare
  - Economici
  - Range di funzionamento: -50 / 150 °C

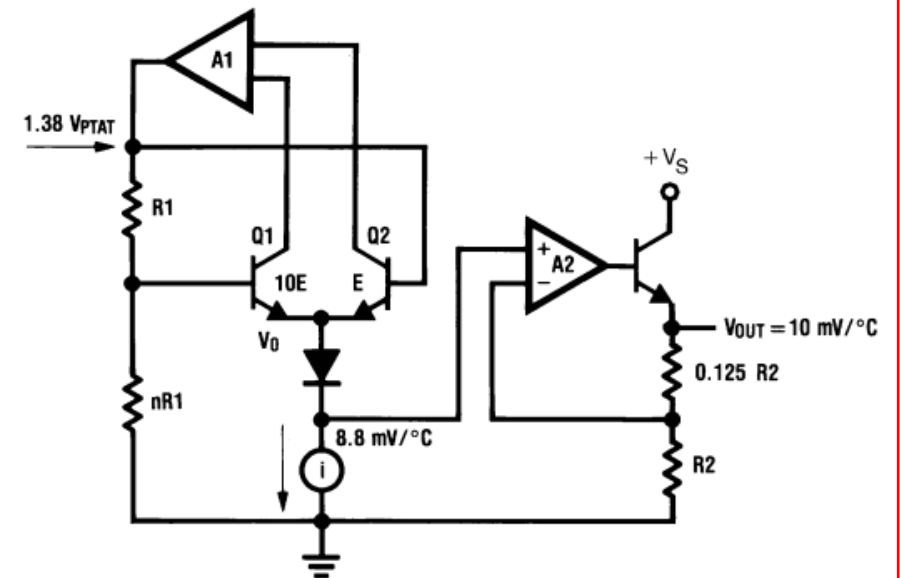
Dipendenza dalla temperatura della corrente di uscita di un diodo commerciale



$$I \approx I_0 e^{\frac{V_F}{nV_T}}$$

$$V_T = \frac{kT}{q}$$

Circuito di lettura e condizionamento



# Sensori di deformazione meccanica

---

I segnali meccanici di maggior interesse:

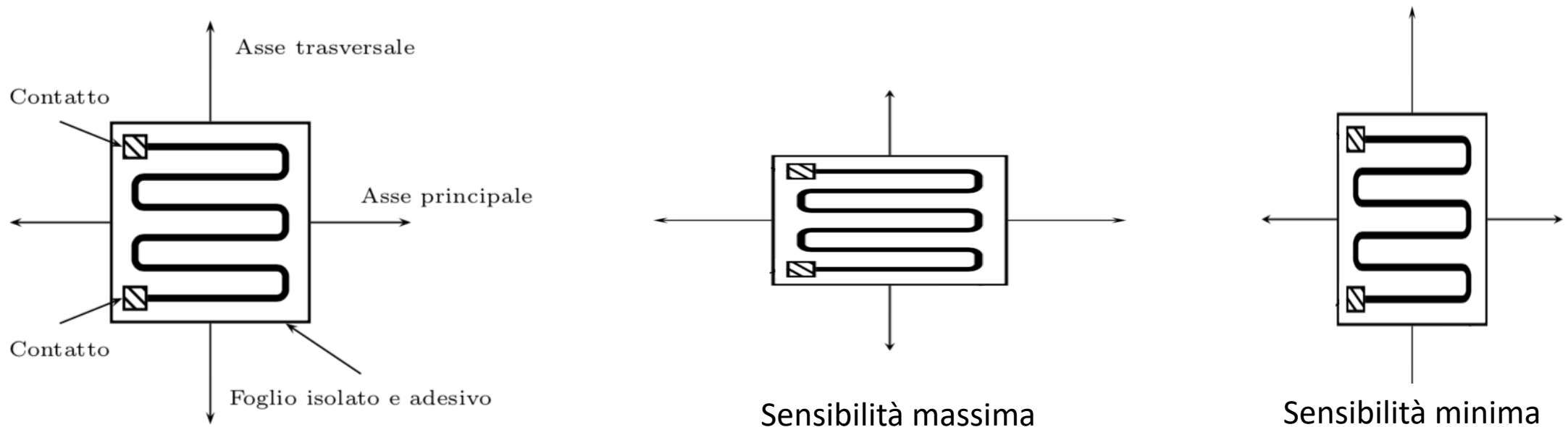
- Deformazione
- Accelerazione/decelerazione
- Spostamento
- Torsione
- Posizione
- Angolo
- Pressione/Forza...

# Strain gauge

Il principio di trasduzione di uno strain gauge (o estensimetro) è legato ad una **variazione di resistenza** indotta nel materiale da una **deformazione elastica**.

In una configurazione molto utilizzata, lo strain gauge è costituito da un **sottile film metallico realizzato su un substrato plastico flessibile**.

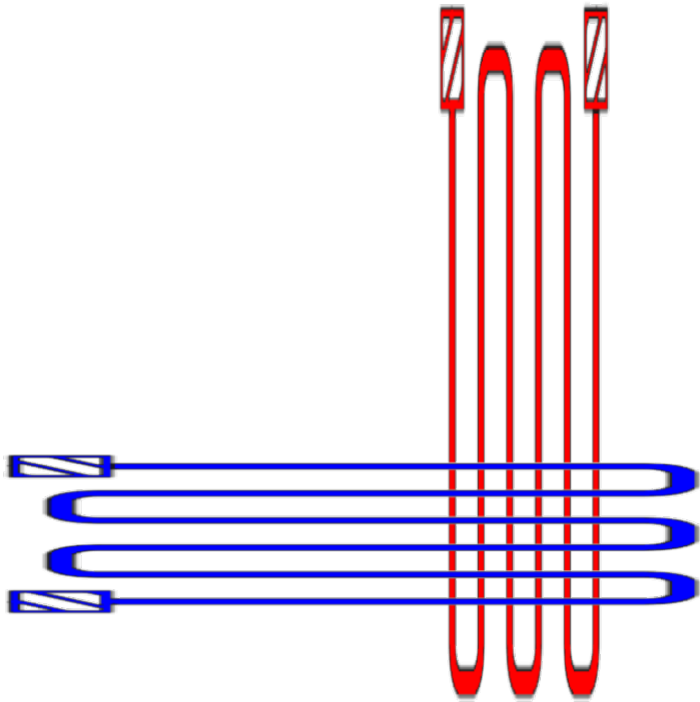
La forma della pista è studiata in modo da **massimizzare la risposta lungo un asse** (asse principale) e **minimizzarla lungo l'asse ortogonale**.



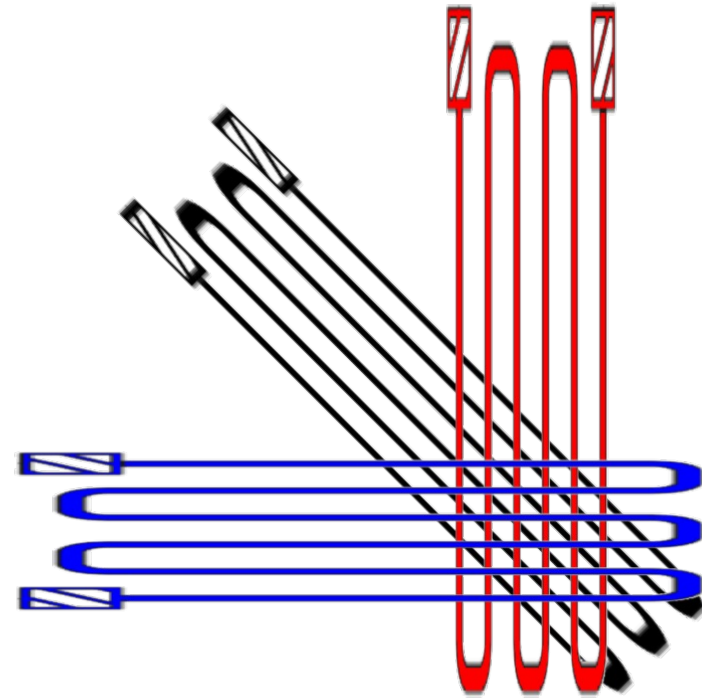
# Strain gauge

---

Nella maggior parte delle applicazioni reali vengono utilizzati **più estensimetri disposti secondo assi concorrenti** in modo tale da discriminare le varie componenti della deformazione.



Estensimetro biassiale con griglia a 90°



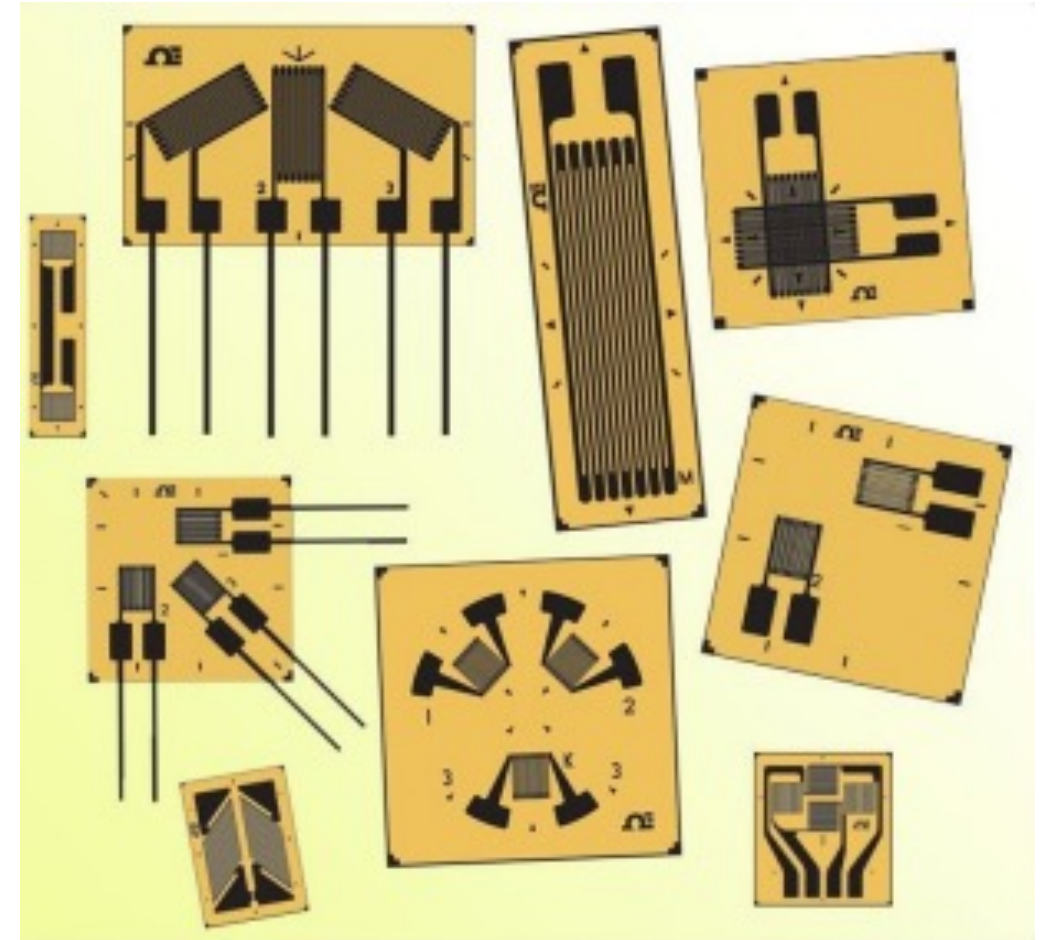
Estensimetro triassiale con griglia intermedia a 45°

# Strain gauge

Il valore nominale di resistenza per questo tipo di estensimetri è nel range  $100\ \Omega - 1\ \text{k}\Omega$  con delle tolleranze garantite tra l'1 e il 2%.

Alcune proprietà degli stain gauges:

- molto precisi
- piccole dimensioni
- Riproducibilità del processo di fabbricazione
- facilità di posizionamento
- facilità di connessione con circuiti esterni  
(ampi contatti terminali)



# Strain gauge

---

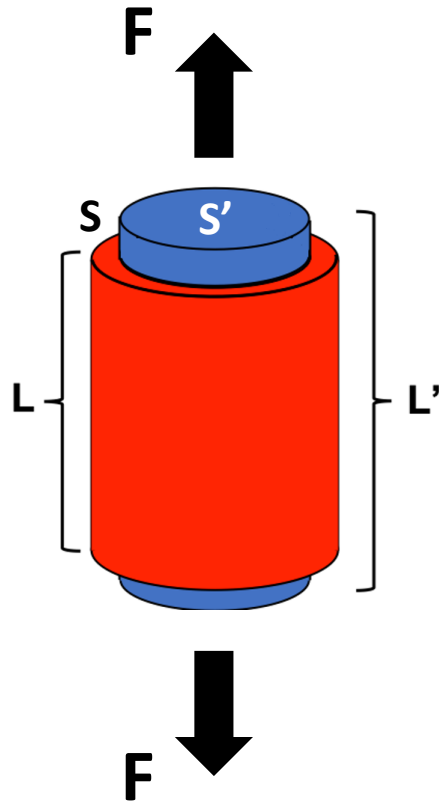
**Sensibilità di uno strain gauge:** come detto in precedenza, lo strain gauge trasduce una **deformazione** in una **variazione di resistenza elettrica**.



Bisogna dunque trovare una relazione che leghi queste due grandezze.

# Strain gauge

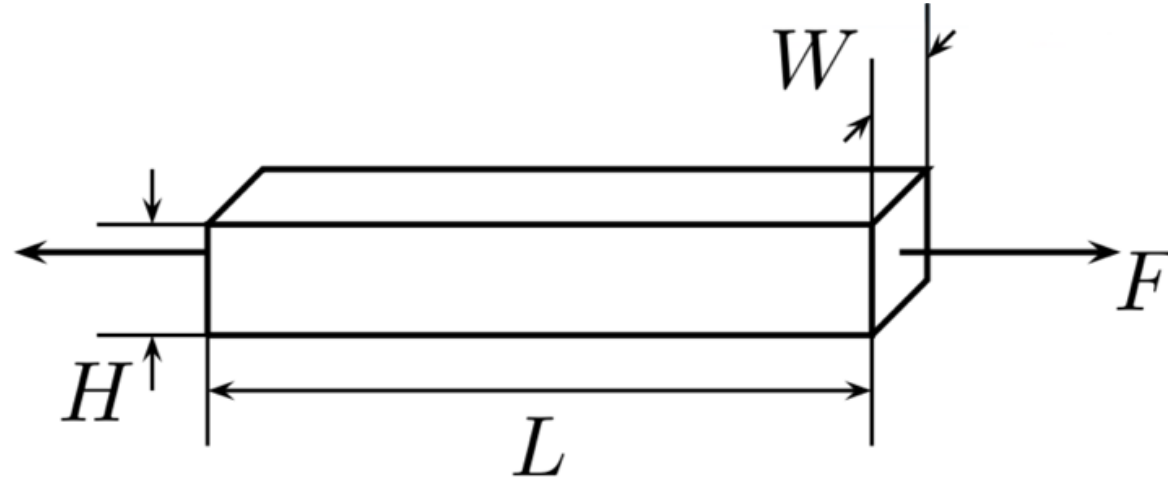
Consideriamo un conduttore cilindrico di altezza  $L$ . In seguito ad una sollecitazione in trazione, il cilindro subirà un allungamento  $\Delta L = L' - L$ .



- Il rapporto  $\varepsilon = \Delta L/L$  costituisce un indice della deformazione subita dal cilindro e viene chiamato strain.
- $\varepsilon$  è **adimensionale** e viene solitamente indicato in termini di microstrain ( $\mu\varepsilon = \varepsilon * 10^{-6}$ )
- Deformazione massima per i comuni strain gauges metallici: 40000  $\mu\varepsilon$ , pari ad una deformazione del 4%

# Strain gauge

Formule per la deformazione. Consideriamo il seguente parallelepipedo:



dove  $L$  è la lunghezza e  $S=W*H$  è la sezione trasversale. Lo sforzo viene indicato come rapporto tra la forza (trazione in questo caso) e la sezione dell'oggetto:

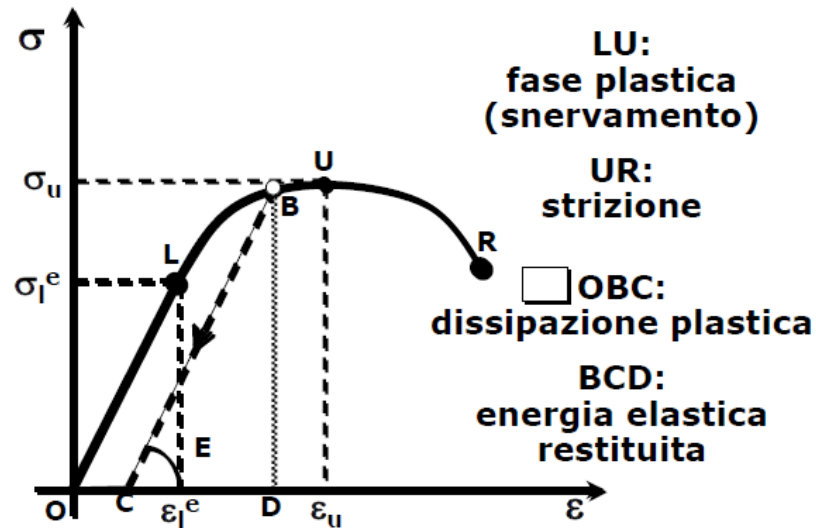
$$\sigma = \frac{F}{S_{INIZIALE}} [MPa]$$

# Strain gauge

Una parametro importante da conoscere in un materiale utilizzato per la realizzazione di strain gauges è il **modulo di Young**, il quale è definito come:

$$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Il modulo di Young è un **parametro essenziale per valutare il comportamento dei materiali** in seguito a sollecitazioni meccaniche.



Prof. Bernardino Chiaia  
Politecnico di Torino

## • Valori tipici di E:

metalli.....	70-230	GPa
ceramici.....	10-400	GPa
diamante.....	1000	GPa
polimeri.....	2-8	GPa
legno.....	10-30	GPa

Osso umano

Tessuto nervoso: 1-2 kPa

# Strain gauge

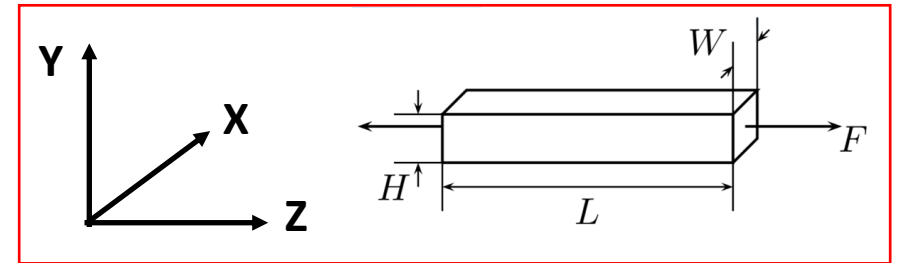
Una misura della deformazione si ottiene valutando il **modulo di Poisson** del materiale, il quale è definito come:

$$\nu = - \frac{\varepsilon_{Laterale}}{\varepsilon_{Longitudinale}} = - \frac{\varepsilon_X = \varepsilon_Y}{\varepsilon_Z}$$

Deformazione trasversale o laterale ← (red arrow)  
Deformazione longitudinale ← (blue arrow)

Considerando il parallelepipedo visto in precedenza possiamo definirlo come:

$$\nu = - \frac{\Delta W / W}{\Delta L / L} = - \frac{\Delta H / H}{\Delta L / L}$$



Valori comuni di modulo di Poisson per i metalli più utilizzati (come Cu e Fe, ma anche leghe come l'acciaio) sono:

$$0,3 < \nu < 0,35$$

# Strain gauge

---

Una volta stabilite le variazioni morfologiche che incontra un materiale quando è soggetto ad una forza di trazione, è possibile metterle in relazione con le **relative variazioni di proprietà elettriche**. In particolare, partendo dalla formula della resistenza di un generico conduttore:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

la variazione di resistenza (all'interno del **regime di comportamento elastico** del materiale) sarà:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

La variazione di sezione (per variazioni molto piccole) si può esprimere in termini di **coefficiente di Poisson**:

$$\frac{\Delta S}{S} \cong \frac{\Delta W}{W} \cdot \frac{\Delta H}{H} = -2\nu \frac{\Delta L}{L}$$

# Strain gauge

---

Sostituendo quanto appena ottenuto nell'equazione di partenza si ottiene:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} (1 + 2\nu) + \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

La variazione relativa di resistività può essere calcolata considerando la **forte piezoresistività** (che consiste nella **variazione di resistività causata da una sollecitazione meccanica**) che caratterizza i metalli e le leghe metalliche utilizzate per gli strain gauge:

$$\rho' = \rho(1 + \beta\sigma) \implies \frac{\Delta \rho}{\rho} = \beta\sigma$$

con  $\beta$  **coefficiente di piezoresistività** (caratteristico del materiale),  $\rho$  la resistività del materiale prima dell'applicazione dello sforzo e  $\sigma$  lo strain precedentemente visto.

# Strain gauge

---

La variazione relativa di resistenza diventa dunque:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} (1 + 2\nu) + \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta L}{L} \left[ 1 + 2\nu + \frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta L / L} \right] \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} \left[ 1 + 2\nu + \beta \frac{\sigma}{\varepsilon} \right] \Rightarrow$$

Dunque è ora possibile descrivere la variazione relativa di resistenza in termini di modulo di Poisson, modulo di Young (**caratteristiche meccaniche del materiale**) e di coefficiente di piezoresistività (**proprietà elettriche**):

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} [1 + 2\nu + \beta E]$$

# Strain gauge

---

È ora possibile indicare un indice caratteristico dello strain gauge chiamato **Gauge Factor (GF)**, il quale descrive quantitativamente la **capacità di un dato estensimetro di trasdurre una variazione relativa di lunghezza  $\varepsilon = \Delta L/L$  in una variazione relativa di resistenza  $\Delta R/R$** :

$$GF = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L} = [1 + 2\nu + \beta E]$$

La dipendenza tra resistenza e strain si può dunque indicare nel seguente modo:

$$R(\varepsilon) = R_0(1 + GF \cdot \varepsilon)$$

Considerando i valori più comuni di  $E$  e  $\nu$  si ottengono valori tipici di Gauge factor di 2-4 (estensimetri metallici) e oltre i 100 (per estensimetri basati su Silicio).

# Strain gauge

---

Problematiche associate all'uso degli estensimetri:

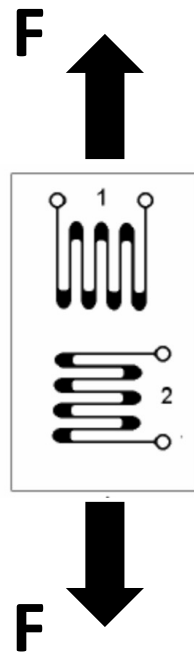
- il fattore di gauge è **influenzato dalla temperatura**
- possibili effetti di deformazione dovuto a **diversi coefficienti di dilatazione termica** del materiale di cui si misura la deformazione e il materiale di cui è fatto l'estensimetro
- variazioni di resistenza solitamente molto piccole

# Strain gauge – effetto della temperatura

In quanto costituiti da materiali metallici, **gli estensimetri sono soggetti a variazioni di resistenza dovute a variazioni di temperatura:**

$$R(\varepsilon) = R_0(1 + GF \cdot \varepsilon)(1 + \alpha(T - T_0))$$

Per ovviare a questo problema **si utilizzano solitamente due strain gauge**: uno posizionato in modo da rispondere ad una determinata sollecitazione mentre l'altro (identico al primo) posto nelle immediate vicinanze ma posizionato in modo da non essere influenzato dallo sforzo applicato:



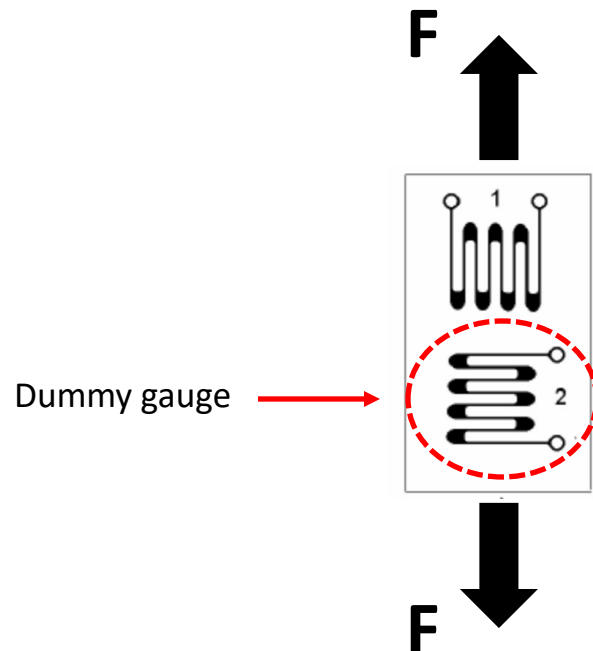
Domanda: considerata la direzione della forza applicata, quale dei due strain gauge è quello che risponderà alla deformazione indotta?

# Strain gauge – effetto della temperatura

In quanto costituiti da materiali metallici, **gli estensimetri sono soggetti a variazioni di resistenza dovute a variazioni di temperatura:**

$$R(\varepsilon) = R_0(1 + GF \cdot \varepsilon)(1 + \alpha(T - T_0))$$

Per ovviare a questo problema **si utilizzano solitamente due strain gauge**: uno posizionato in modo da rispondere ad una determinata sollecitazione mentre l'altro (identico al primo) posto nelle immediate vicinanze ma posizionato in modo da non essere influenzato dallo sforzo applicato:

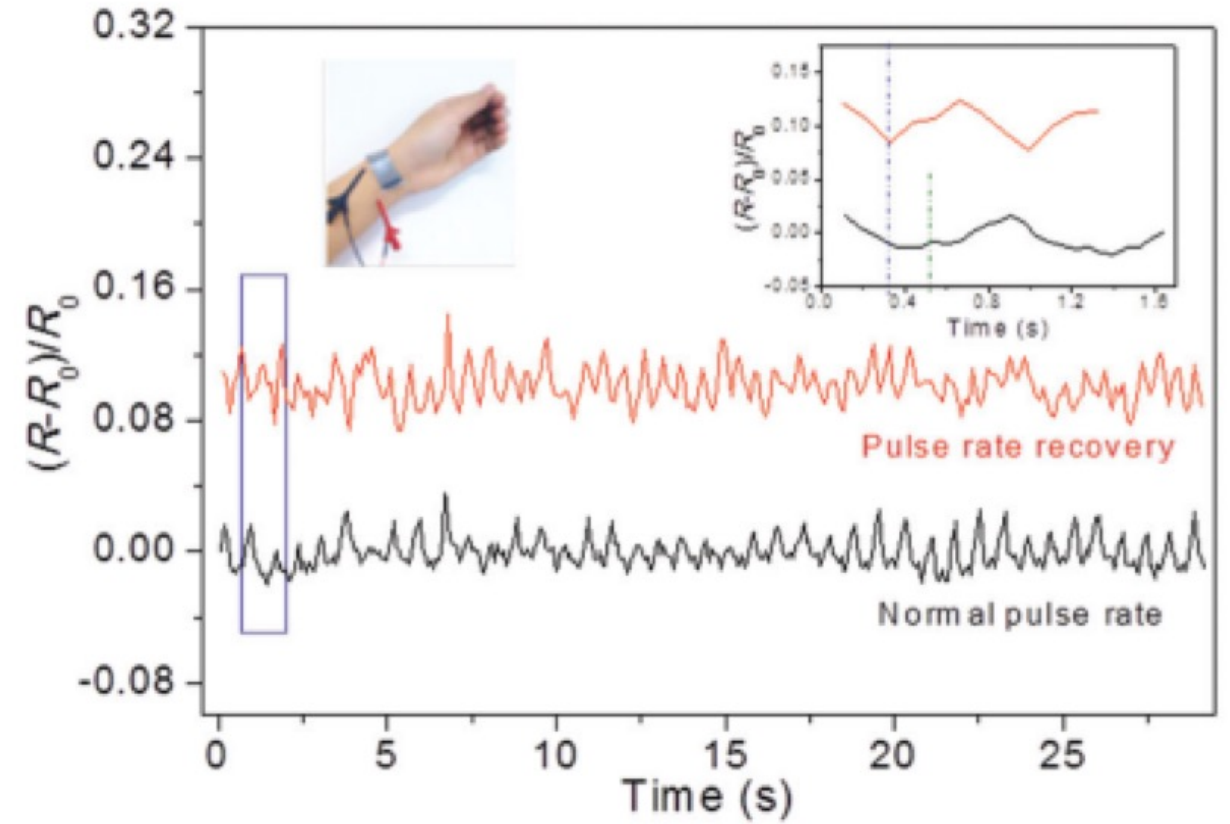
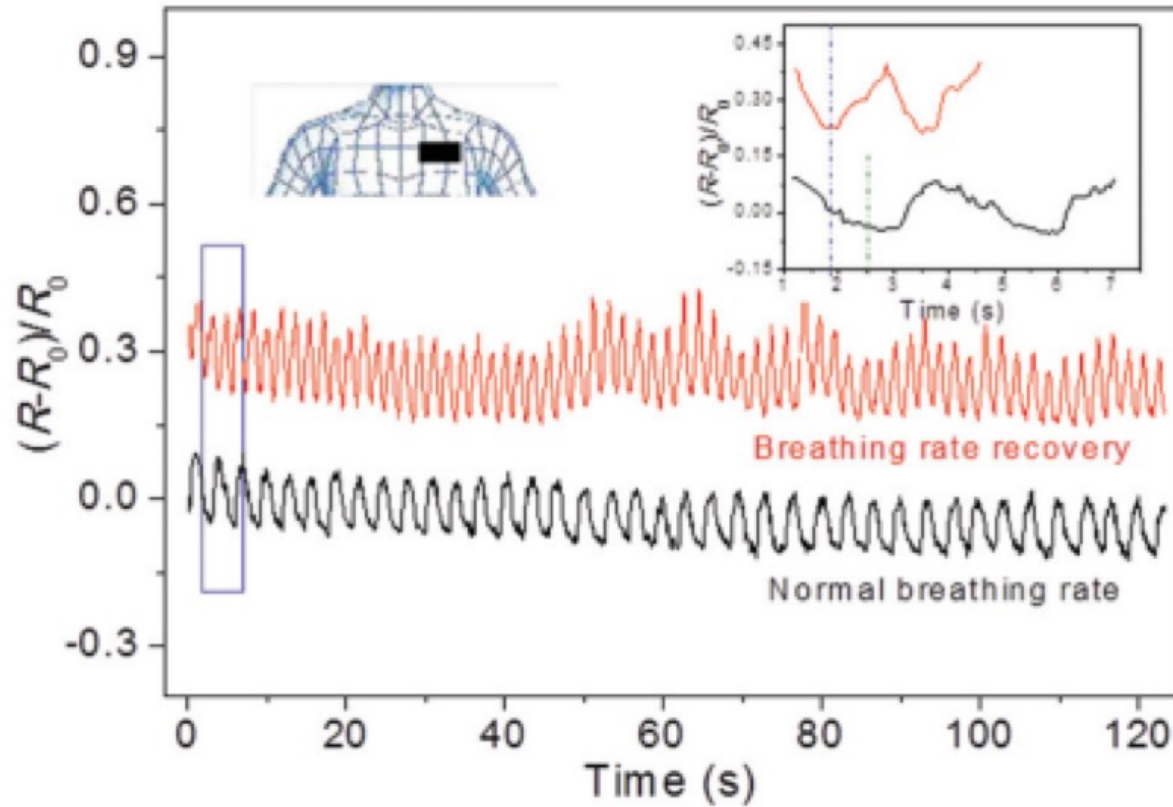


Il sensore 1 e il sensore 2 sentono la stessa temperatura ma solo il sensore 1 sente la deformazione.

In questo modo è possibile effettuare **misure differenziali**, eliminando così l'effetto di eventuali variazioni di resistenza dovute a variazioni di temperatura.

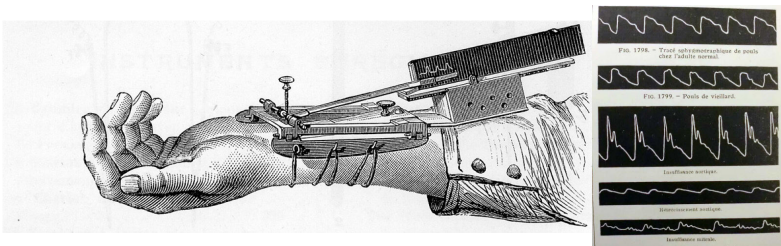
# Strain gauge – applicazioni in campo biomedico

Monitoraggio del ritmo respiratorio e del pulse rate

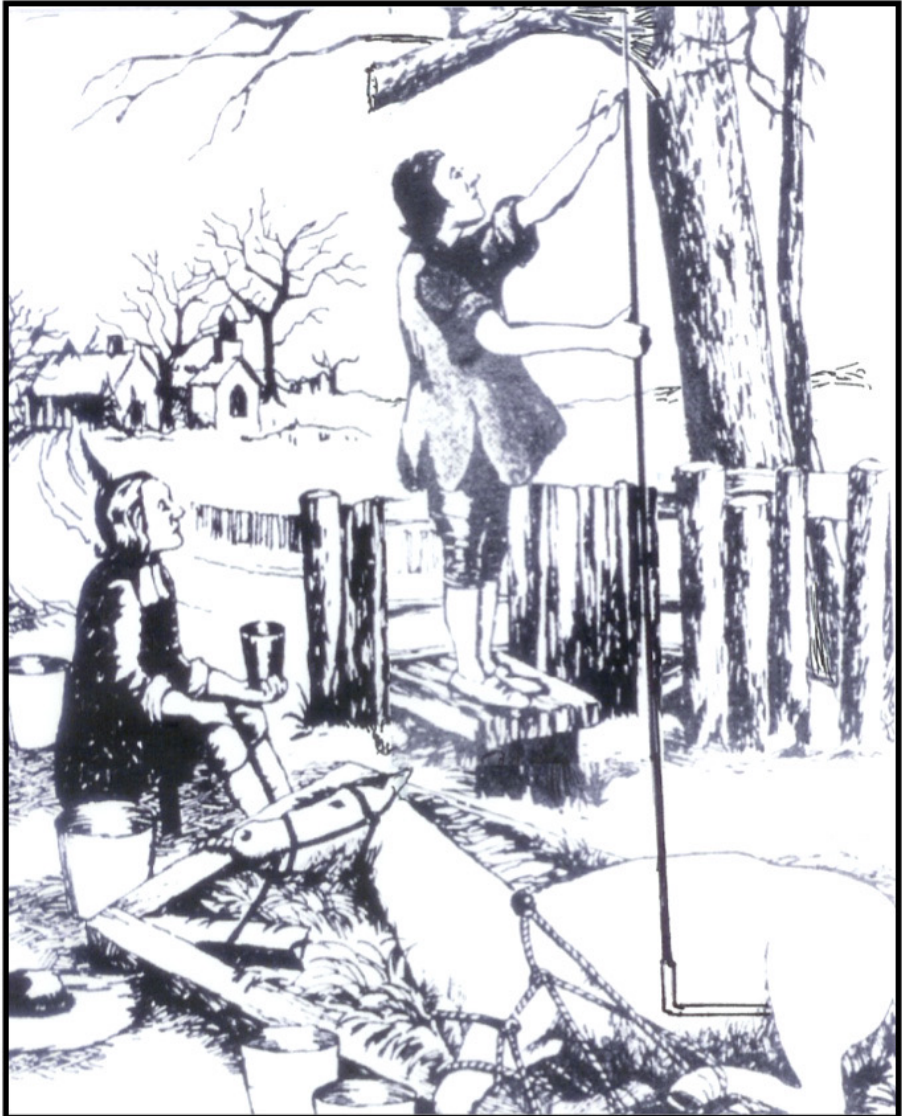
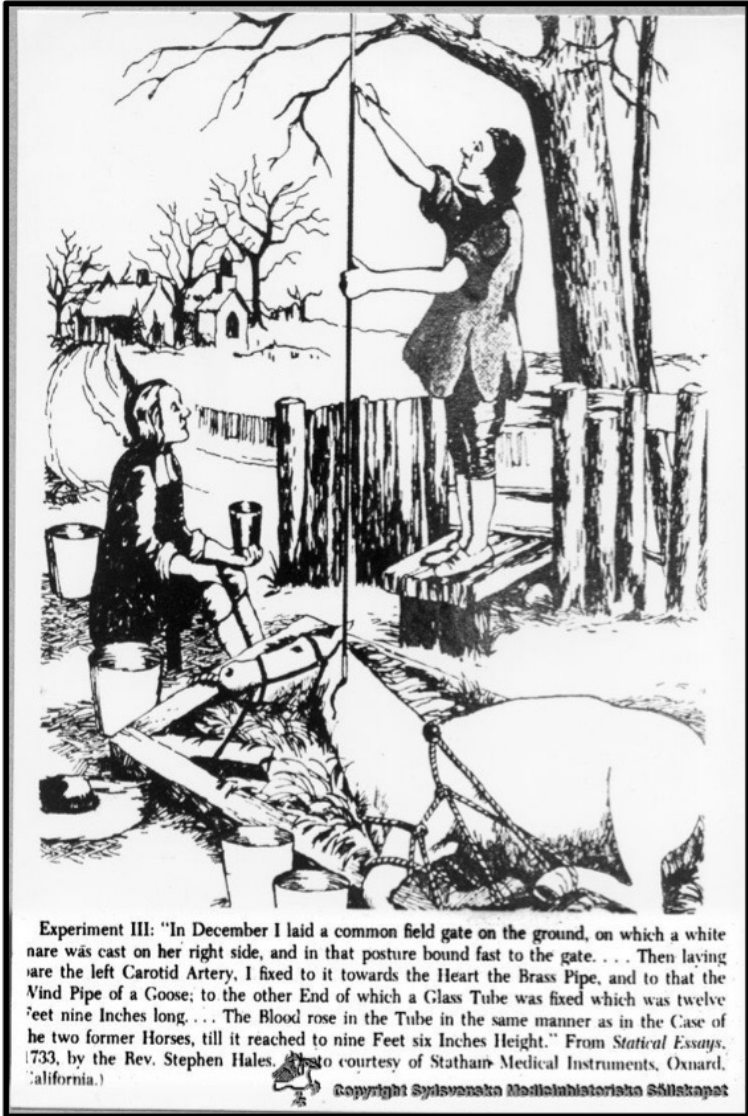


# Strain gauge – applicazioni in campo biomedico

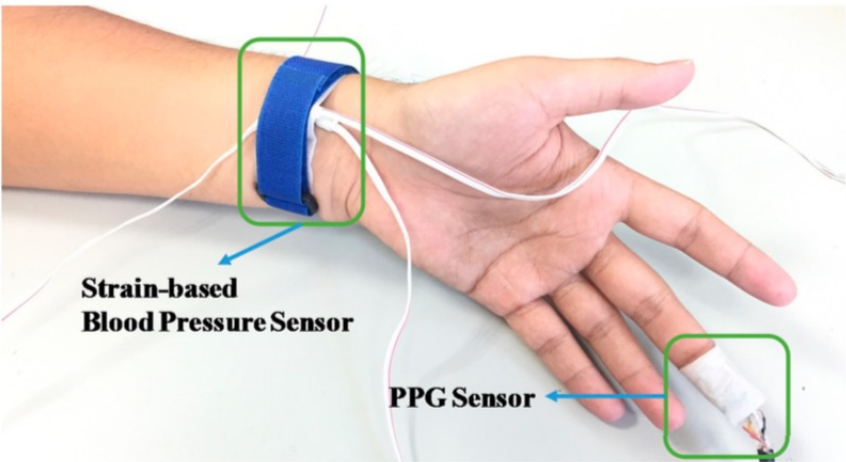
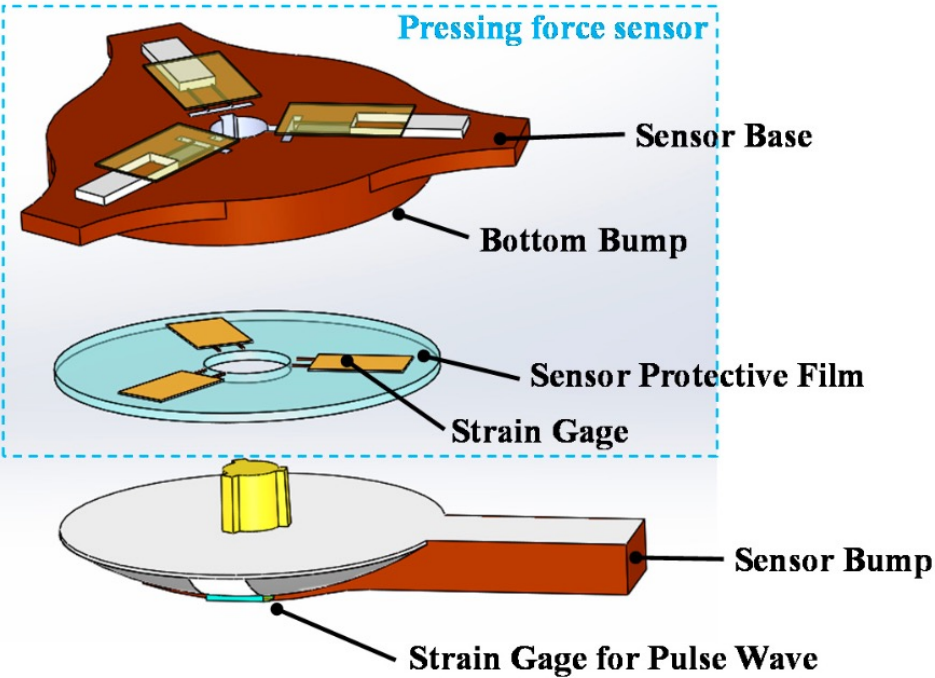
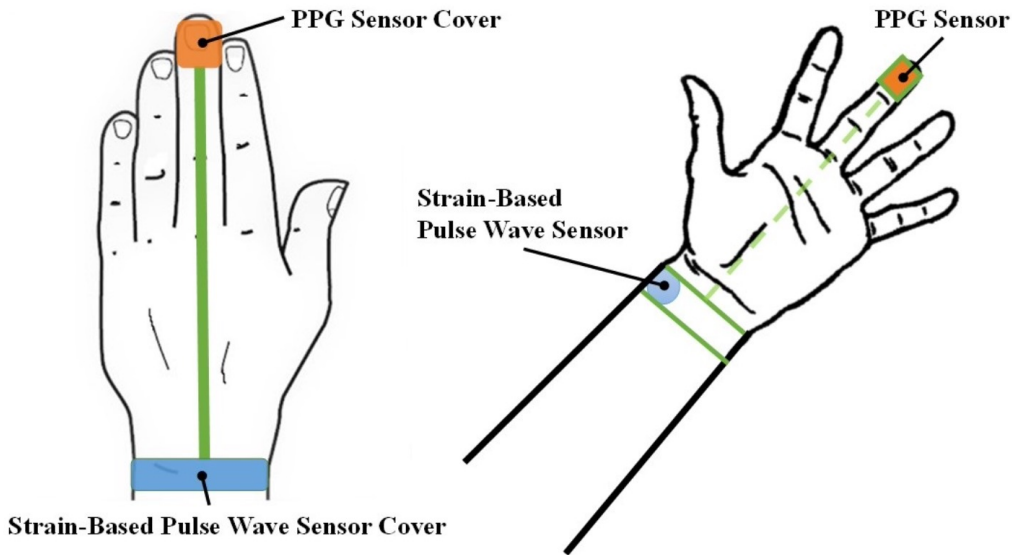
- Misura pressione arteriosa:
  - Stephen Hales (1677-1761)
  - Jean Poiseuille (1797-1869)
  - Sfigmografo (misure qualitative)
  - Riva-Rocci (1896) e Hill e Barnard (1897):
  - Sfigmomanometro digitale



# Strain gauge – applicazioni in campo biomedico



# Strain gauge – applicazioni in campo biomedico



Stima della pressione arteriosa: processo complicato...

accordingly. The influence of intravascular pressure ( $p_i$ ) on the external vessel wall can be expressed as:

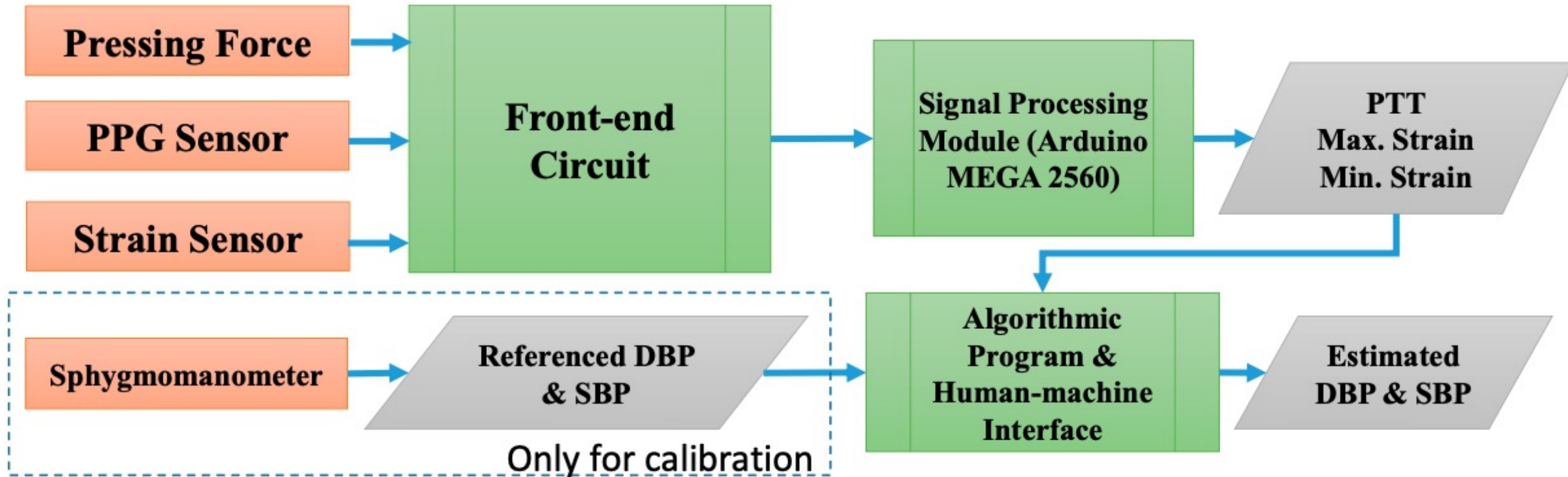
$$p_i = \frac{1}{2r_i^2} \cdot \left[ \frac{-E_{eff} \cdot v}{(1-2v)(1+v)} \cdot \epsilon_{\theta\theta} \cdot (r_o^2 - r_i^2) + p_o (r_o^2 + r_i^2) \right], \quad (1)$$

where  $r_i$  denotes the inner diameter of the blood vessel,  $r_o$  the vascular diameter plus the distance between the vessel and the skin surface,  $p_o$  the pressing force applied to the skin surface;  $\epsilon_{\theta\theta}$  the circumferential strain,  $E_{eff}$  the equivalent elasticity coefficient between the blood vessel and the skin,

PPG: photoplethysmography (optical method to assess the pulse rate and the volume variations induced by the pulsatory blood flow).

Wang, Yu-Jen, et al. "Estimation of blood pressure in the radial artery using strain-based pulse wave and photoplethysmography sensors." *Micromachines* 9.11 (2018): 556.

# Biomedical applications of strain gauges

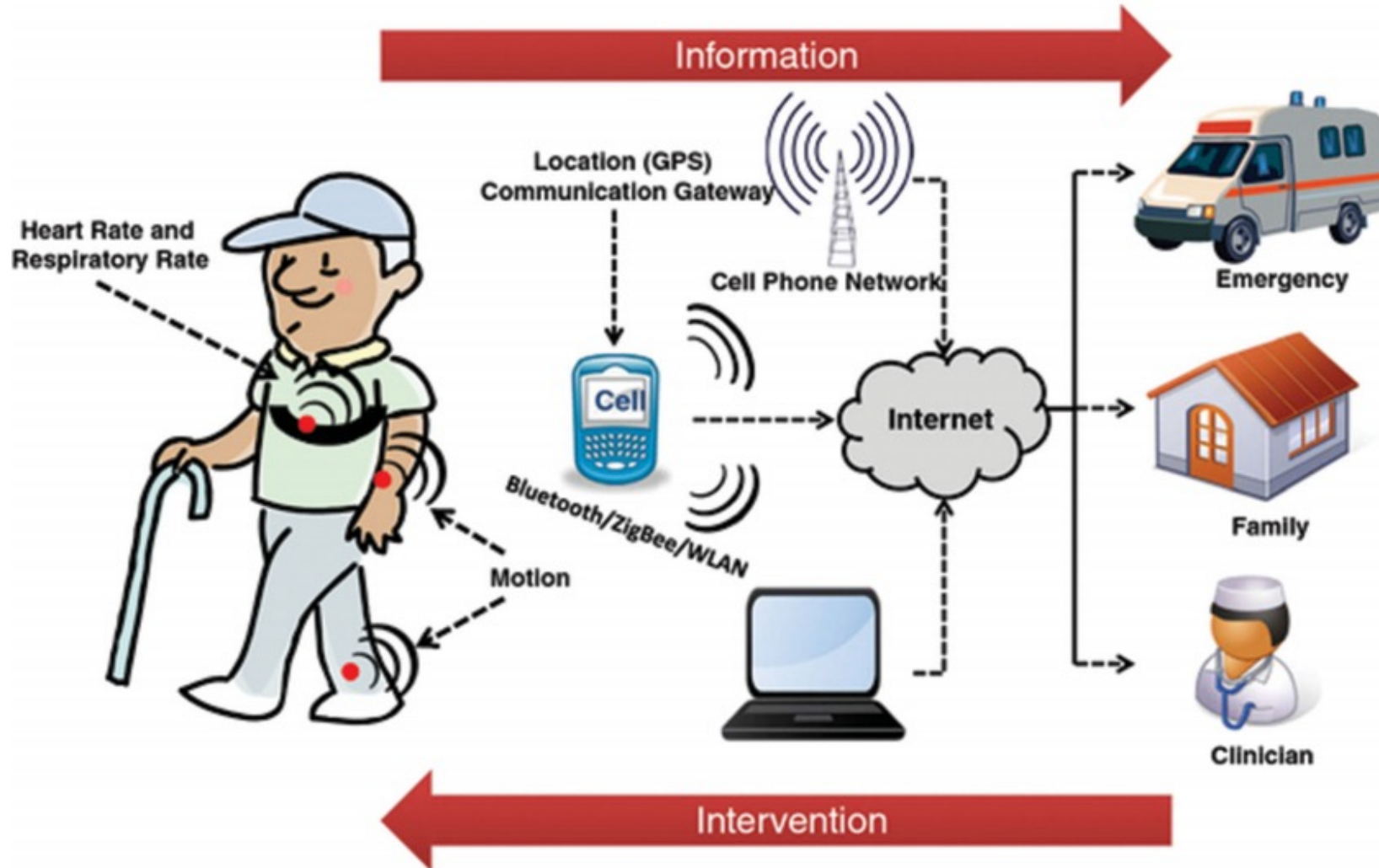


PTT: pulse transit time (it is a measure of the velocity of the pulse wave)

DBP and SBP: diastolic and systolic blood pressures, respectively

# Biomedical applications of strain gauges

Towards wearable sensors for point of care applications and telemedicine



# Circuiti con Strain gauge

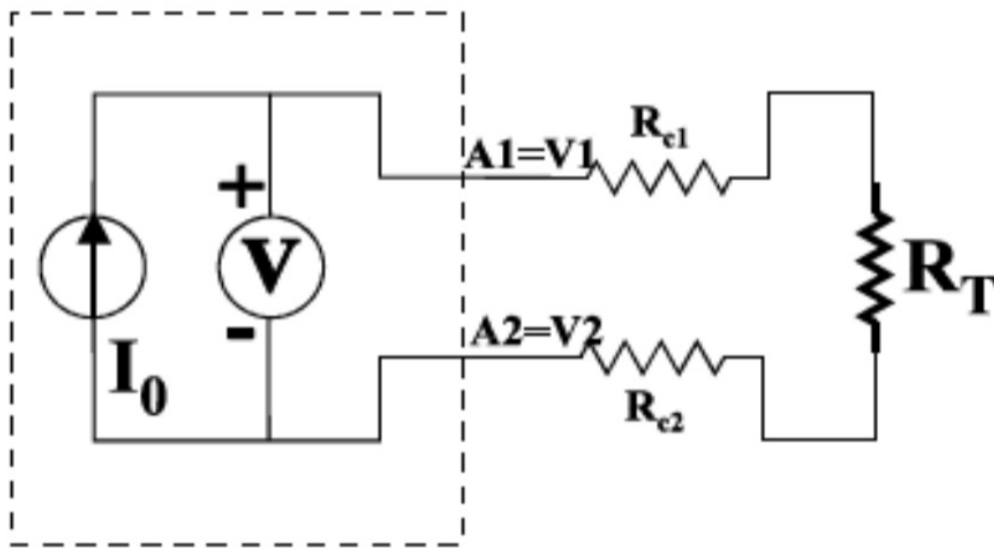
---

Misure di resistenze variabili

# Misure di resistenze variabili

Quando si tratta con sensori resistivi, siano questi sensori di temperatura RTD, termistori o strain gauge, è essenziale riuscire a realizzare circuiti di lettura il più possibile accurati.

Per poter ottenere il valore di una resistenza sconosciuta è necessario imporre una corrente costante per poi leggere la tensione ai capi del resistore stesso. Due approcci classici sono quello a **2 fili** e quello a 4 fili.



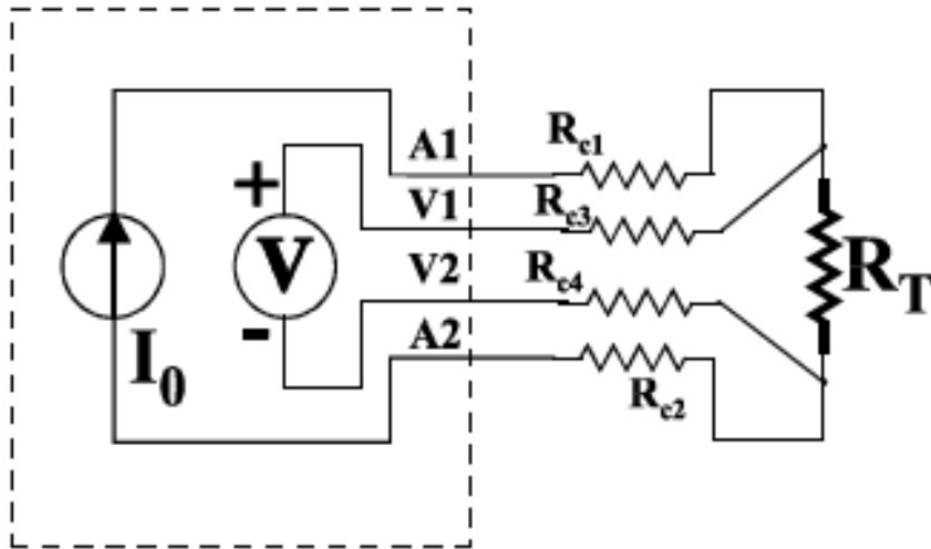
Nell'approccio a due fili, la **lettura del voltmetro viene effettuata direttamente sui fili in cui scorre la corrente di polarizzazione** del sensore.

Questo metodo porta a **cadute di potenziale dovute alla resistenza dei cavi** (legge di Ohm,  $V=I \cdot R$ ), le quali, a seconda dell'entità della resistenza da misurare, possono introdurre rumori che pregiudicano l'accuratezza della lettura della resistenza stessa.

# Misure di resistenze variabili

Quando si tratta con sensori resistivi, siano questi sensori di temperatura RTD, termistori o strain gauge, è essenziale riuscire a realizzare circuiti di lettura il più possibile accurati.

Per poter ottenere il valore di una resistenza sconosciuta è necessario imporre una corrente costante per poi leggere la tensione ai capi del resistore stesso. Due approcci classici sono quello a 2 fili e quello **a 4 fili**.



La **corrente di polarizzazione viene portata attraverso conduttori separati rispetto a quelli di misura**. In questo modo si esclude la caduta di potenziale dovuta ai cavi. **Nella coppia di fili di misura infatti in pratica non scorre corrente** (un voltmetro ideale ha resistenza infinita), di fatto minimizzando i disturbi e rendendo la misura più accurata.

# Ponte di Wheastson e strain gauge

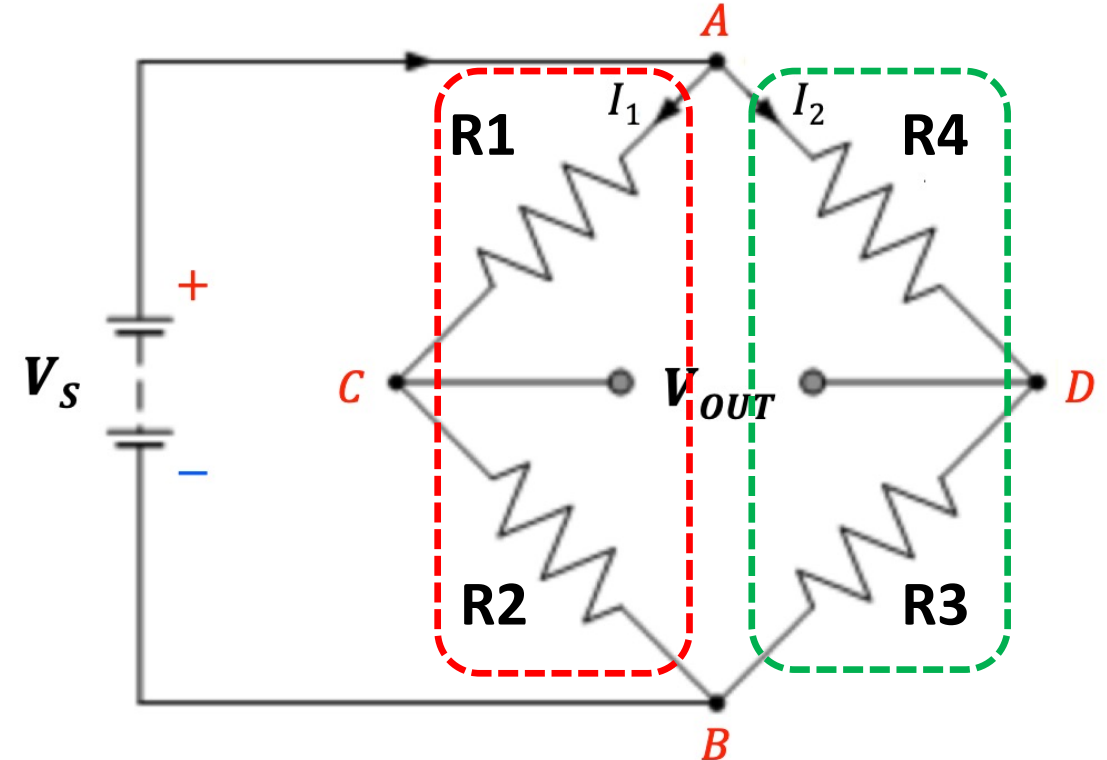
Il **ponte di Wheastson** è stato inventato da Samuel Hunter Christie nel 1833 e perfezionato successivamente da Charles Wheastson. Nelle sue numerose configurazioni veniva utilizzato **per misurare resistenze sconosciute e per calibrare strumenti quali voltmetri e amperometri**. Grazie alla sua versatilità e semplicità di utilizzo ha preso piede anche in ambito sensoristico come **circuito di amplificazione di sensori di temperatura e strain gauge**.

I quattro rami costituiti dai resistori vengono chiamati **lati del ponte**, mentre vengono chiamate **diagonali del ponte** i rami che contengono la sorgente di alimentazione (diagonale di alimentazione) e il galvanometro/voltmetro (diagonale di rilevazione).

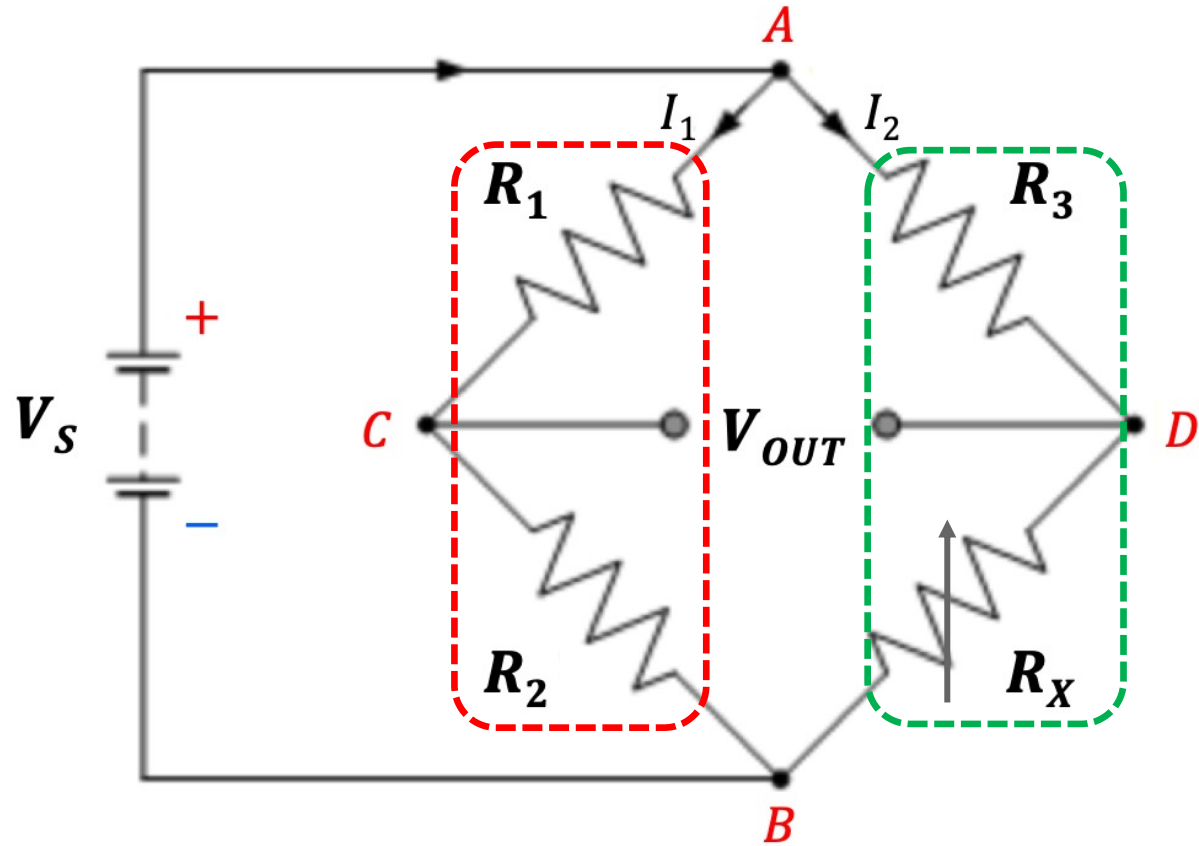
$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

Il **ponte si dice bilanciato** quando  $\frac{V_{OUT}}{V_S} = 0$ , condizione soddisfatta quando

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \quad \text{o} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$



# Ponte di Wheastson e strain gauge



$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x} = 1$$

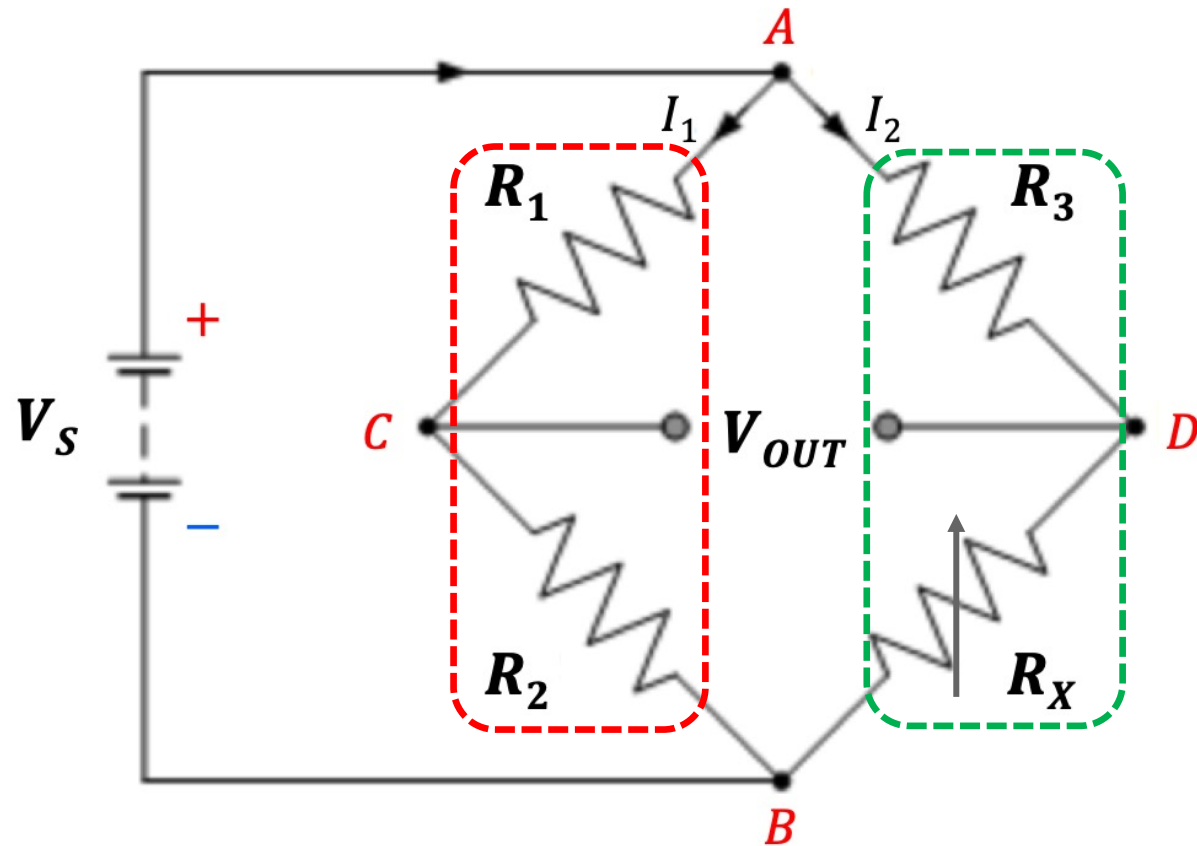
$$V_{OUT} = (V_C - V_D) = 0$$

Bisogna bilanciare i due partitori

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_x}{R_3 + R_x}$$

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

# Ponte di Wheastson e strain gauge



Ogni piccola variazione di  $R_x$ , sbilancia il circuito e può venire letto come una **variazione di  $V_{out}$** .

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

# Ponte di Wheaststone e strain gauge

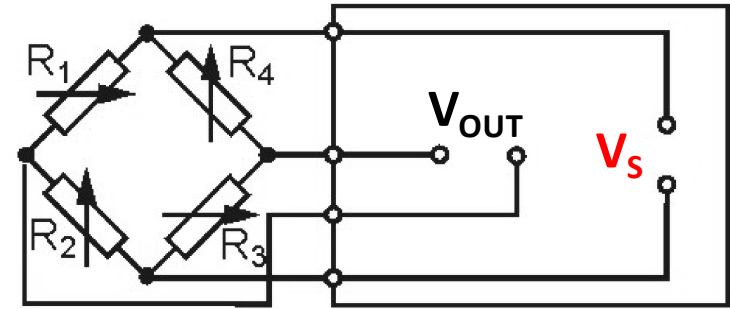
A seconda dell'applicazione di interesse si possono utilizzare varie configurazioni del ponte di Wheatstone.

Nel caso generale di un **“full bridge”**, se una delle resistenze cambia valore il ponte si sbilancia.

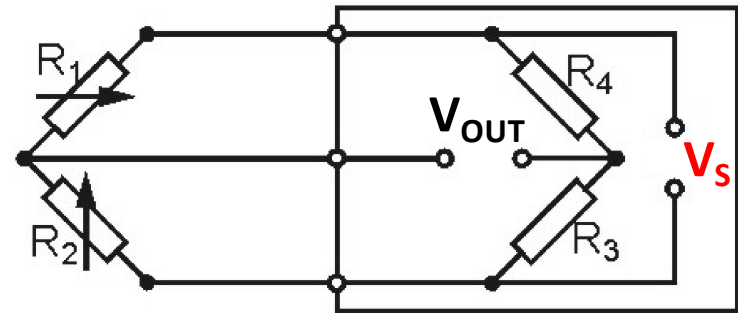
Se consideriamo (ed è sempre vero nel caso di strain gauge) che la variazione  $\Delta R$  è sempre molto minore del valore nominale della resistenza, possiamo scrivere:

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

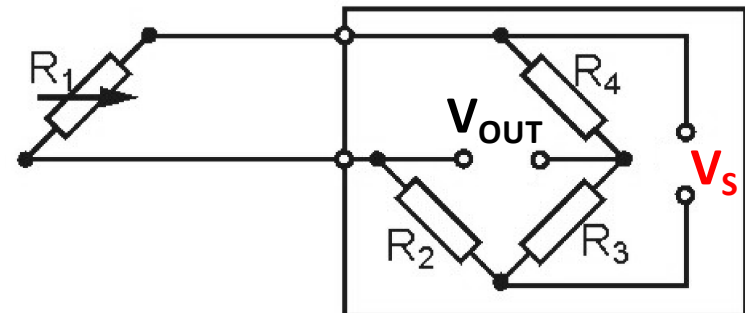
Full Bridge



Half Bridge



Quarter Bridge



# Ponte di Wheaststone e strain gauge

Per un **ponte con 4 strain gauge identici** (caso comune nella maggior parte delle applicazioni reali) è possibile ottenere la seguente relazione tra GF,  $\varepsilon$  e l'uscita del ponte:

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{GF}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4)$$

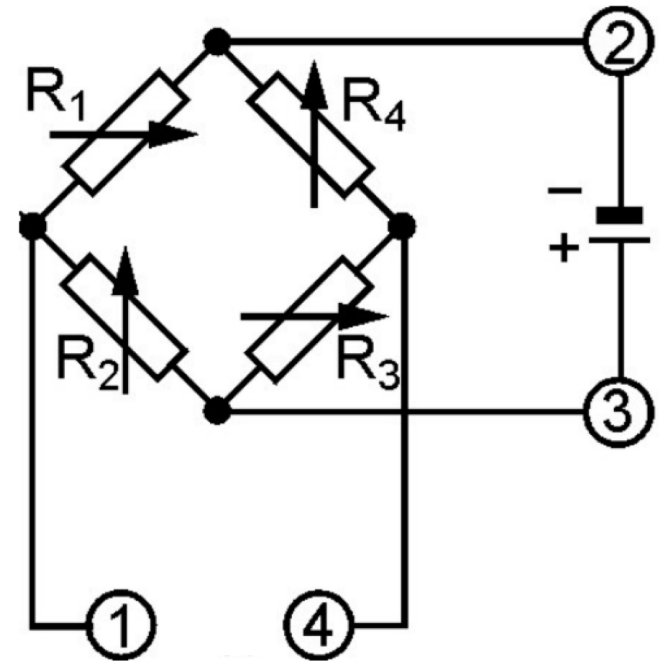
In funzione di come variano le resistenze (e dunque **in funzione delle deformazioni degli strain gauge**), avremo diverse  $V_{OUT}$ . In particolare, considerando il verso della  $V_S$  in figura si avrà:

Nodo 1 positivo, nodo 4 negativo se

- $R_1 > R_2$  e/o  $R_3 > R_4$
- $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  e/o  $\varepsilon_3 > \varepsilon_4$

Nodo 1 negativo, nodo 4 positivo se

- $R_1 < R_2$  e/o  $R_3 < R_4$
- $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$  e/o  $\varepsilon_3 < \varepsilon_4$



# Ponte di Wheastson e strain gauge

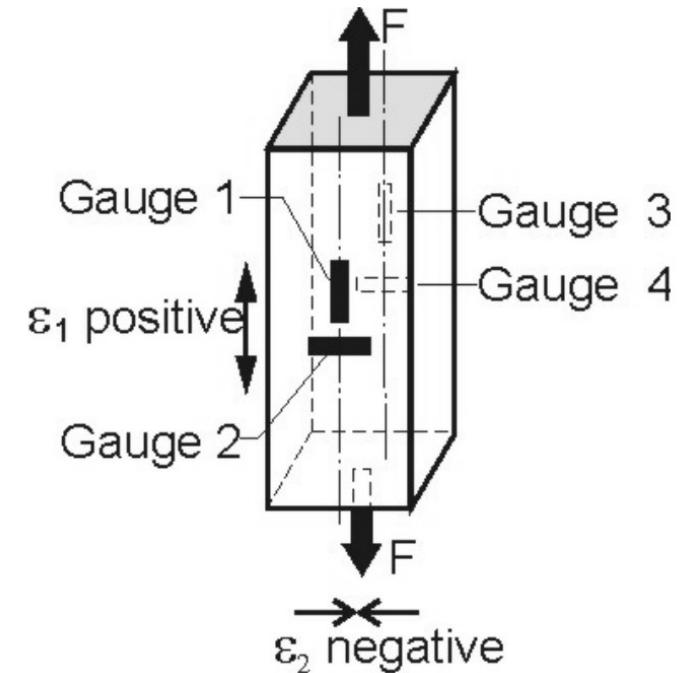
Esempio 1: calcolo delle deformazioni di un provino di osso corticale soggetto a **sforzo a trazione**. Viene utilizzato un "full bridge" in cui gli strain gauge 1 e 3 sono posizionati lungo l'asse di applicazione della forza mentre il 2 e il 4 sono posizionati perpendicolarmente.

Lungo l'asse principale di deformazione avremo:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R_3}{R_3} = GF \cdot \varepsilon_1$$

Lungo l'asse trasversale si avrà invece:

$$\varepsilon_2 = -\nu \cdot \varepsilon_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta R_2}{R_2} = \frac{\Delta R_4}{R_4} = -\nu \cdot GF \cdot \varepsilon_1$$



# Ponte di Wheastson e strain gauge

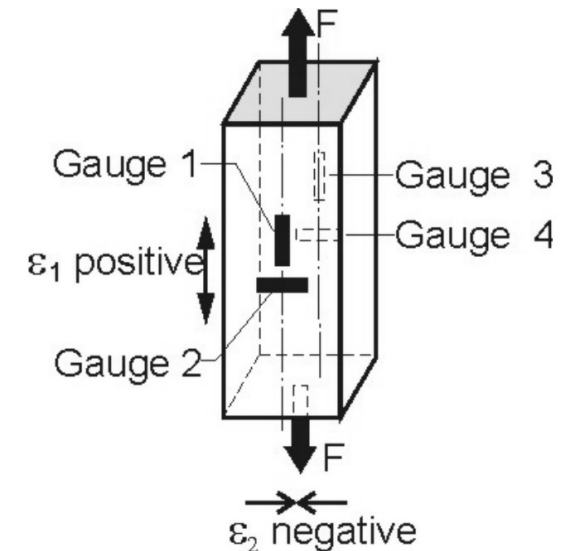
Nell'ipotesi (comune nelle applicazioni reali) in cui vengano utilizzati **4 strain gauge identici** si avrà la seguente relazione:

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{GF}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \frac{GF}{4} (\varepsilon_1 - (-\nu \cdot \varepsilon_1) + \varepsilon_1 - (-\nu \cdot \varepsilon_1))$$

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{GF}{4} (2\nu + 2) \cdot \varepsilon_1$$

Considerando le proprietà meccaniche dell'osso corticale (modulo di Young  $E=15$  GPa e, in particolare,  $\nu=0.3$ ):

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{GF}{4} \cdot 2,6 \cdot \varepsilon_1$$



# Ponte di Wheastson e strain gauge

---

Il parametro 2,6 prende il nome di “**bridge factor**” e viene comunemente chiamato **B**. È così ora possibile derivare l'entità dello strain ( $\varepsilon = \varepsilon_1$ ) conoscendo le proprietà dell'osso e degli strain gauge e l'uscita  $V_{OUT}$  del ponte:

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{GF}{4} \cdot B \cdot \varepsilon \implies \varepsilon = \left( \frac{4}{GF \cdot B \cdot V_S} \right) V_{OUT}$$

L'utilizzo di questa configurazione (full bridge e tutti gli strain gauge identici), permette di ottenere anche **l'automatica compensazione delle variazioni di resistenza indotte dalla temperatura**.

Possibile domanda: cosa cambierebbe se utilizzassimo un half bridge (solo strain gauge 1 e 2 attivi)?

# Ponte di Wheastson e strain gauge

Esempio 2: calcolo delle deformazioni di un provino di osso corticale soggetto a **flessione** (la configurazione utilizzata è sempre quella "full bridge"). In questo caso, come mostrato in figura, gli strain gauge sono tutti posizionati lungo lo stesso asse. A livello del ponte, l'1 e il 2 e il 3 e il 4 sono posti sulle facce opposte del provino in maniera tale che lo strain indotto dall'applicazione della forza si uguale ma di segno opposto:

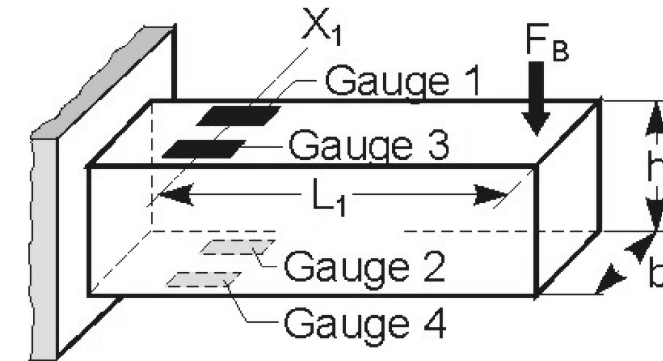
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 \quad \text{mentre} \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_4 = -\varepsilon_1 \quad \text{e dunque} \quad |\varepsilon_1| = |\varepsilon_2| = |\varepsilon_3| = |\varepsilon_4| = |\varepsilon|$$

Ancora sotto l'ipotesi in cui vengano utilizzati 4 strain gauge identici si avrà la seguente relazione:

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{GF}{4} (\varepsilon_1 - (\varepsilon_2) + \varepsilon_3 - (\varepsilon_4)) = \frac{GF}{4} \cdot B \cdot |\varepsilon|$$

Con  $B=4$ . Il valore assoluto dello strain sarà dunque:

$$|\varepsilon| = \frac{1}{GF \cdot V_S} V_{OUT}$$



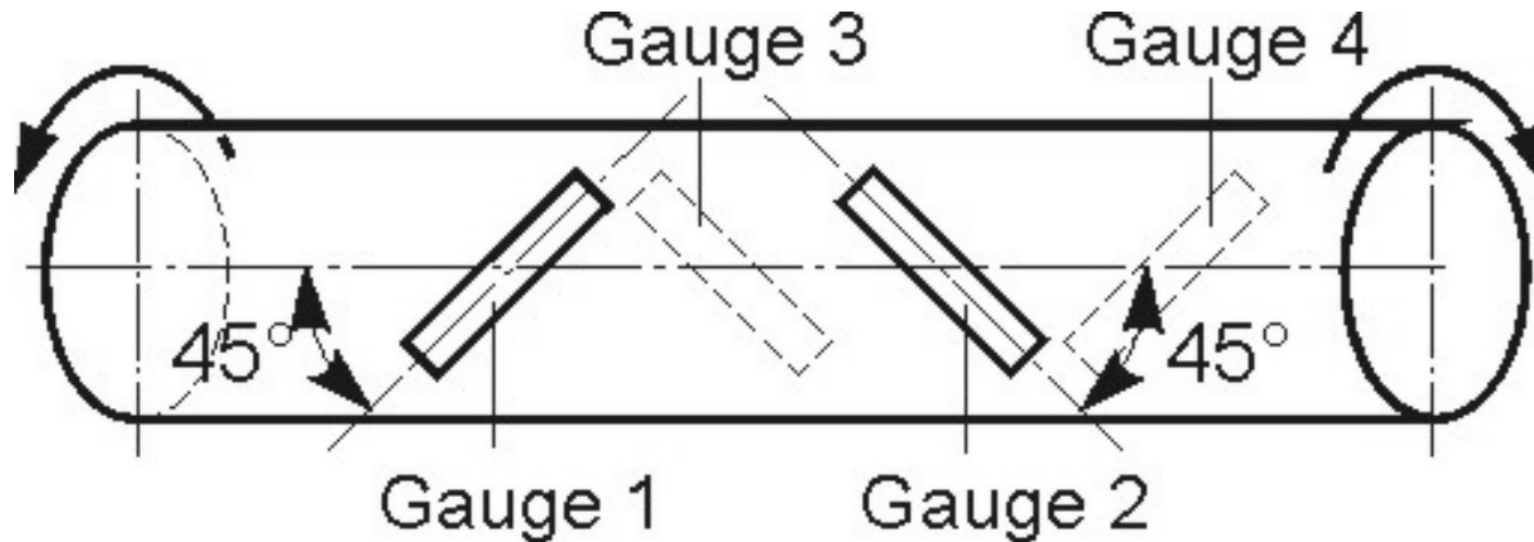
il quale sarà **positivo per gli sforzi indotti sulla parte superiore** e **negativo su quelli indotti sulla parte inferiore**.

# Ponte di Wheaststone e strain gauge

Esempio 3: calcolo delle deformazioni di un provino di osso corticale soggetto a **torsione** (la configurazione utilizzata è sempre quella "full bridge"). In questo caso gli strain gauge sono tutti posizionati con il loro asse principale disposto a  $45^\circ$  rispetto all'asse del provino (in quanto è l'angolo per cui viene massimizzato lo strain).

Per una **torsione in senso orario**...domanda:

Quali strain gauge sentiranno una deformazione in compressione e quali in trazione.



# Ponte di Wheastson e strain gauge

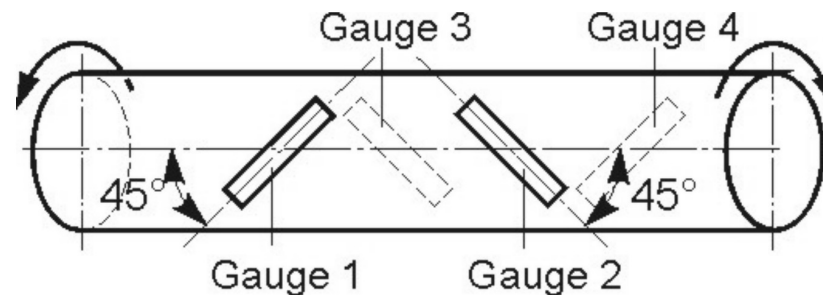
Esempio 3: calcolo delle deformazioni di un provino di osso corticale soggetto a **torsione** (la configurazione utilizzata è sempre quella "full bridge"). In questo caso gli strain gauge sono tutti posizionati con il loro asse principale disposto a 45° rispetto all'asse del provino (in quanto è l'angolo per cui viene massimizzato lo strain).

Per una torsione in senso orario, gli **strain gauge 1 e 3** sentiranno uno **strain positivo (trazione)** mentre il **2 e il 4 uno strain negativo (compressione)**. Come nel caso della flessione, il valore assoluto dello strain è lo stesso per tutti gli strain gauge:

$$|\varepsilon_1| = |\varepsilon_2| = |\varepsilon_3| = |\varepsilon_4| = |\varepsilon|$$

Il fattore di ponte B sarà 4 e lo strain avrà la stessa forma del caso precedente:

$$|\varepsilon| = \frac{1}{GF \cdot V_S} V_{OUT}$$



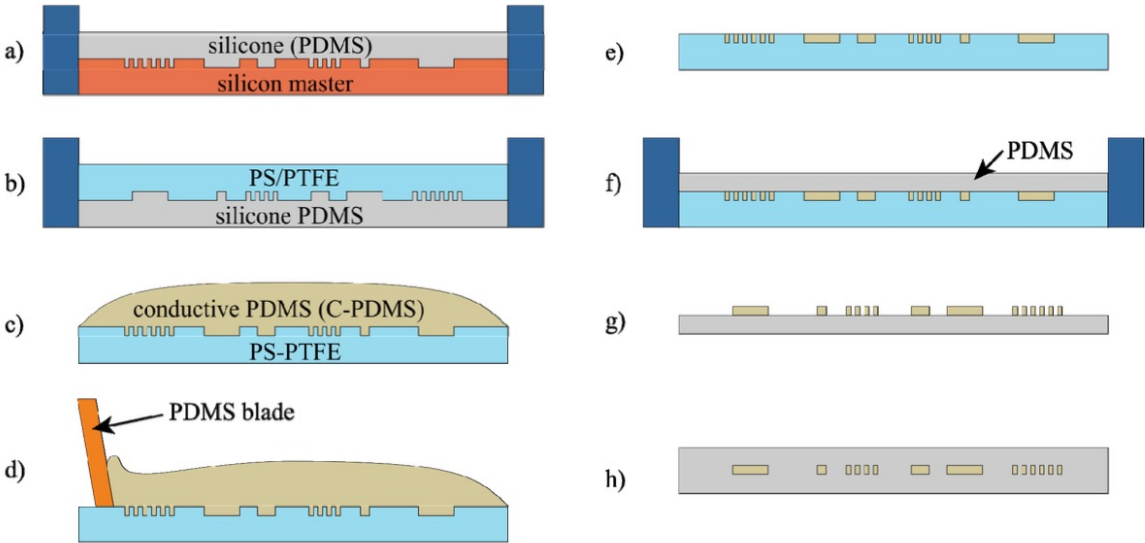
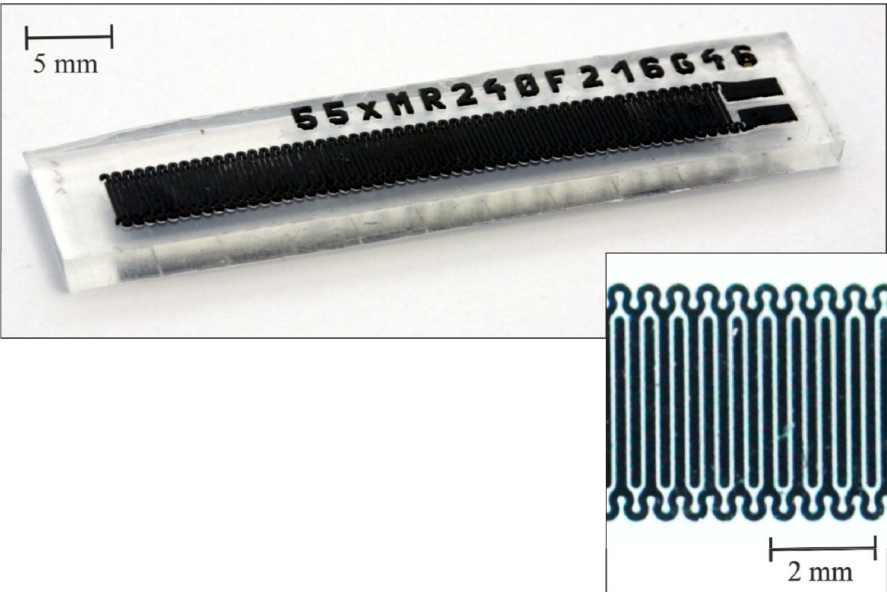
# Capacitive stretch sensors

In biomedical applications, **capacitive stretch sensors** are usually preferred, due to the better reliability and measuring range.

Elastic deformation

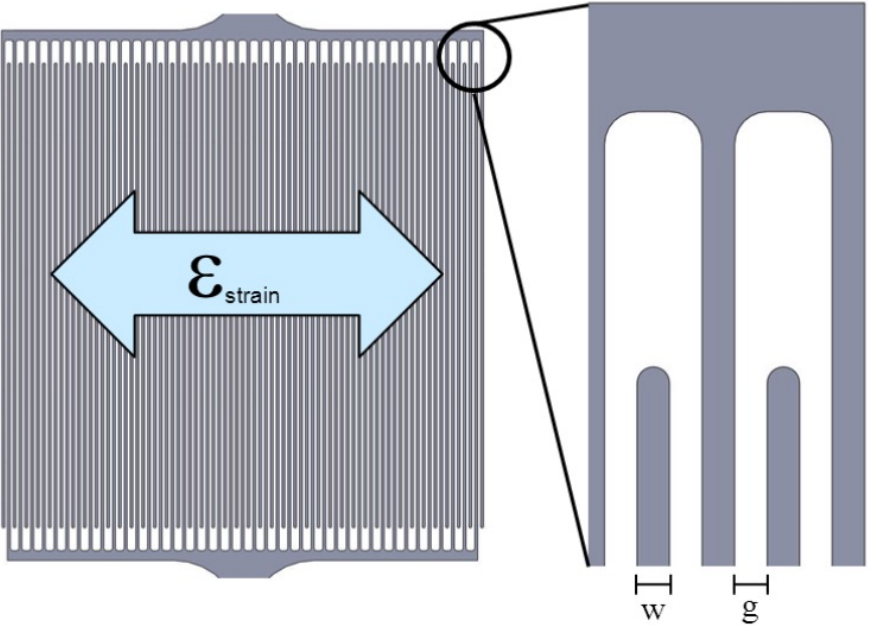
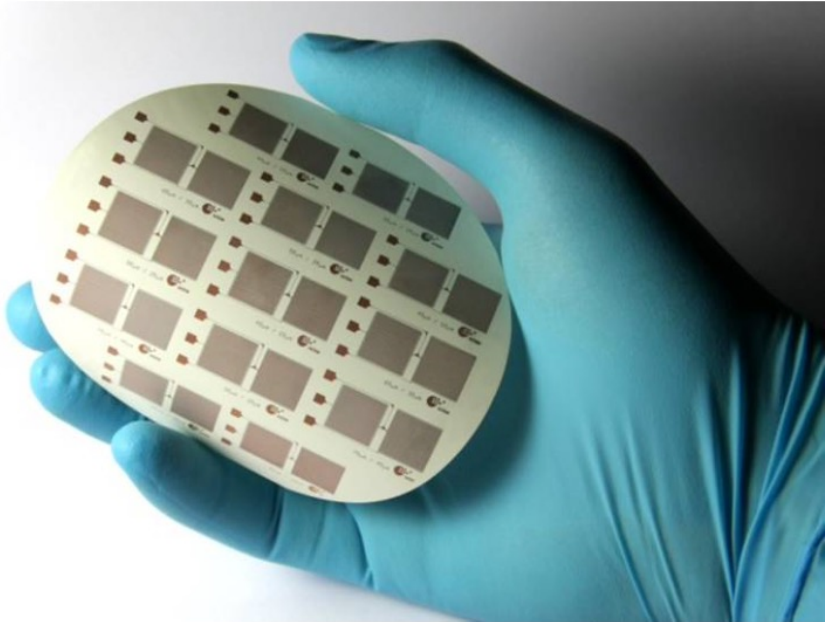


C variation



Zens, M., et al. "Polydimethylsiloxane strain gauges for biomedical applications." *2015 Transducers-2015 18th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS)*. IEEE, 2015.

# Capacitive stretch sensors



$$k = \sin\left(\frac{\pi}{2}\eta\right) \quad \eta = \frac{w}{w+g}$$

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot L \cdot \frac{K(k)}{K(k')}$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2}$$

$$G_F = \frac{\Delta C}{C_0 \cdot \epsilon_{\text{mech}}}$$

$$\epsilon_{\text{mech}} = \frac{\Delta g}{g}$$

# Capacitive stretch sensors

