

Università degli Studi di Cagliari



Corso di laurea magistrale in Chimica e Tecnologia Farmaceutiche

Fisica

Francesco Congiu

É vietata la copia e la riproduzione dei contenuti e immagini in qualsiasi forma.

É inoltre vietata la redistribuzione e la pubblicazione dei contenuti e immagini non autorizzata espressamente dall'autore.

Immagini e tabelle sono tratte da “James S. Walker – Fondamenti di Fisica – Pearson”

Cinematica unidimensionale

Di cosa parliamo



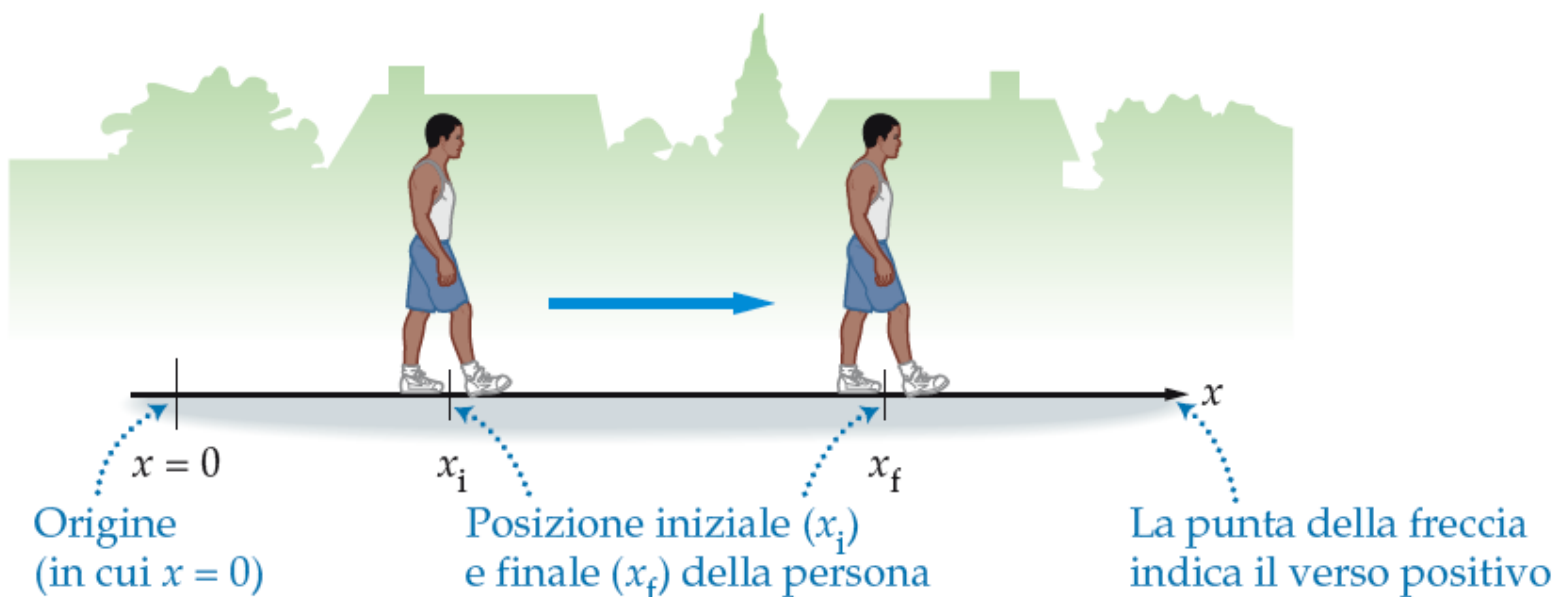
Contenuti

1. Posizione, distanza e spostamento
2. Velocità scalare media e velocità media
3. Velocità istantanea
4. Accelerazione
5. Moto con accelerazione costante
6. Oggetti in caduta libera

Posizione, distanza e spostamento

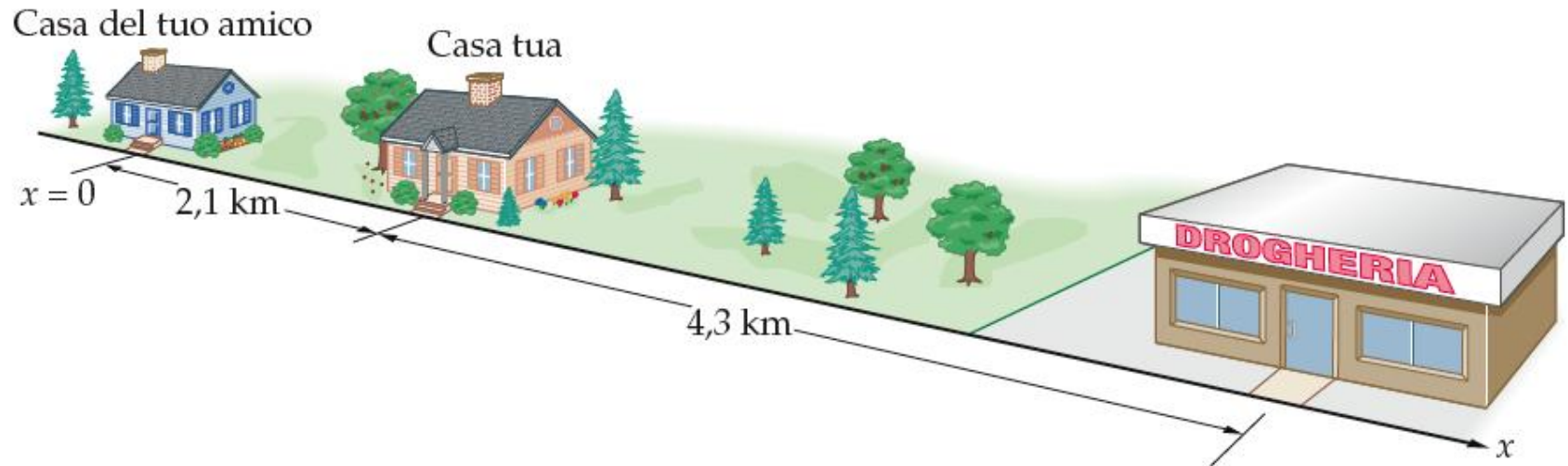
La prima cosa da fare per studiare il moto di una particella è fissare un **sistema di riferimento** (**sistema di coordinate**) per definirne la **posizione**.

Quando si fissa un sistema di coordinate in una dimensione si può scegliere l'origine e il verso positivo che si preferisce, ma, una volta fatta la scelta, bisogna attenersi a essa.



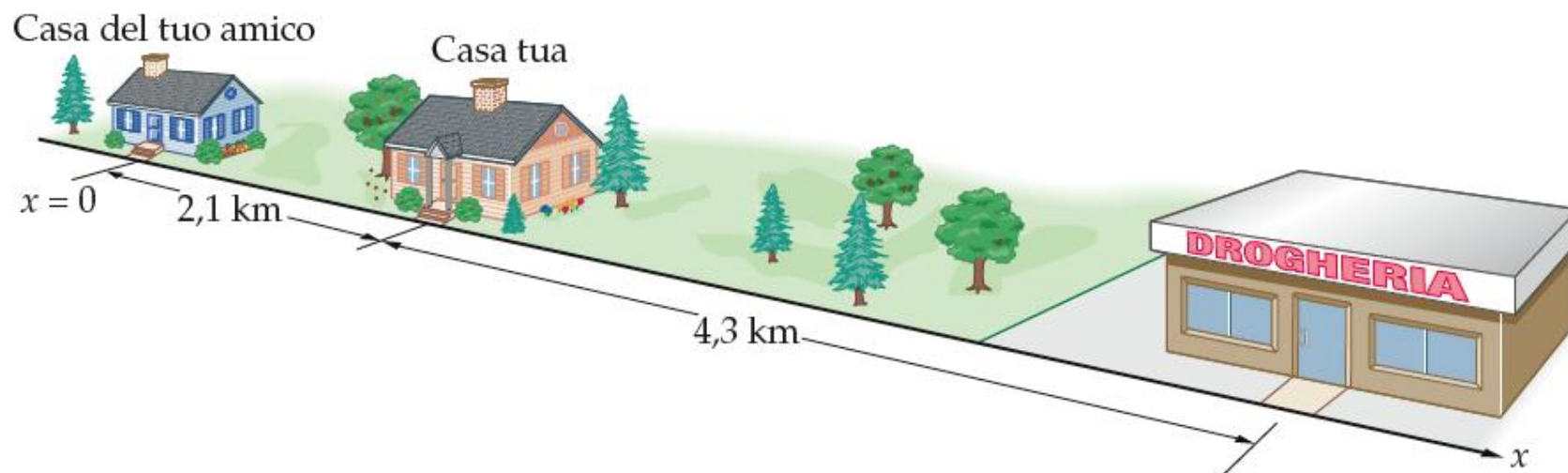
Consideriamo un sistema di riferimento unidimensionale.

Supponiamo di andare da casa fino alla drogheria e tornare indietro. La distanza percorsa è 8.6 km.



La distanza è la lunghezza complessiva del tragitto, dal punto di partenza a quello di arrivo. La distanza è una quantità scalare (non ha verso) ed è sempre positiva.

L'unità di misura per la distanza nel SI è il metro (m).



Lo spostamento è il cambiamento di posizione:

$$\Delta x = x_f - x_i \quad (\text{spostamento})$$

Lo spostamento è un vettore, può essere positivo, negativo o nullo.

L'unità di misura per lo spostamento nel SI è il metro (m).

Notiamo che si può avere spostamento nullo ($x_f = x_i$, $\Delta x = 0$) anche dopo aver percorso una certa distanza.

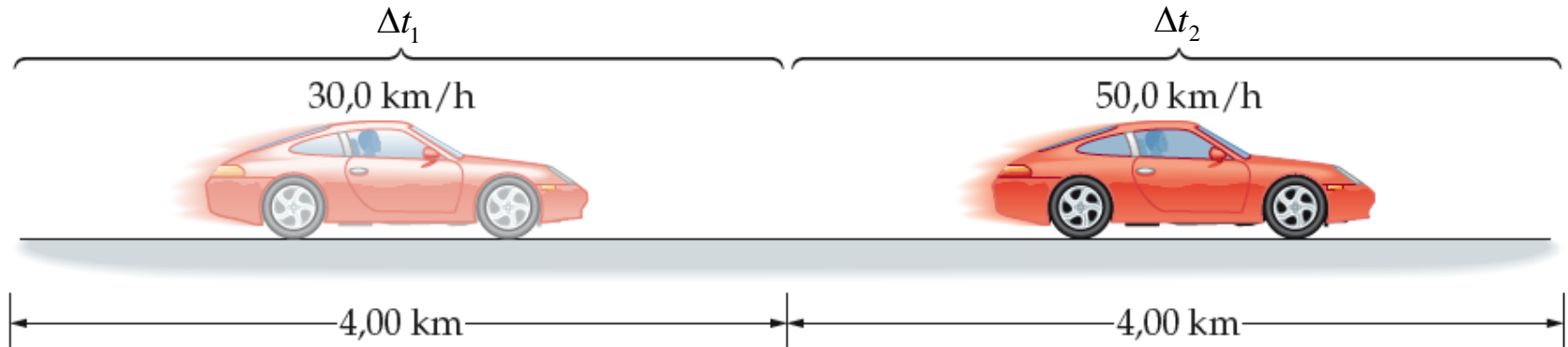
Velocità scalare media e velocità media

La velocità scalare media è definita come il rapporto tra la distanza percorsa e il tempo impiegato per percorrerla:

$$\text{velocità scalare media} = \text{distanza} / \text{tempo impiegato}$$

La velocità scalare media ha le dimensioni $[LT^{-1}]$ e nel SI si misura in m/s.

La velocità scalare media è sempre positiva.



La velocità scalare media dell'automobile è uguale a 40 km/h, maggiore di 40 km/h o minore di 40 km/h?

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_m}$$

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_{m1}} = \frac{4 \text{ km}}{30 \text{ km/h}} = 0.13 \text{ h}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_{m2}} = \frac{4 \text{ km}}{50 \text{ km/h}} = 0.08 \text{ h}$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 0.13 \text{ h} + 0.08 \text{ h} = 0.21 \text{ h}$$

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8 \text{ km}}{0.21 \text{ h}} \approx 38.1 \text{ km/h}$$

Oltre che descrivere la rapidità del moto in termini di velocità scalare media facendo riferimento alla distanza, possiamo riferirci allo **spostamento**.

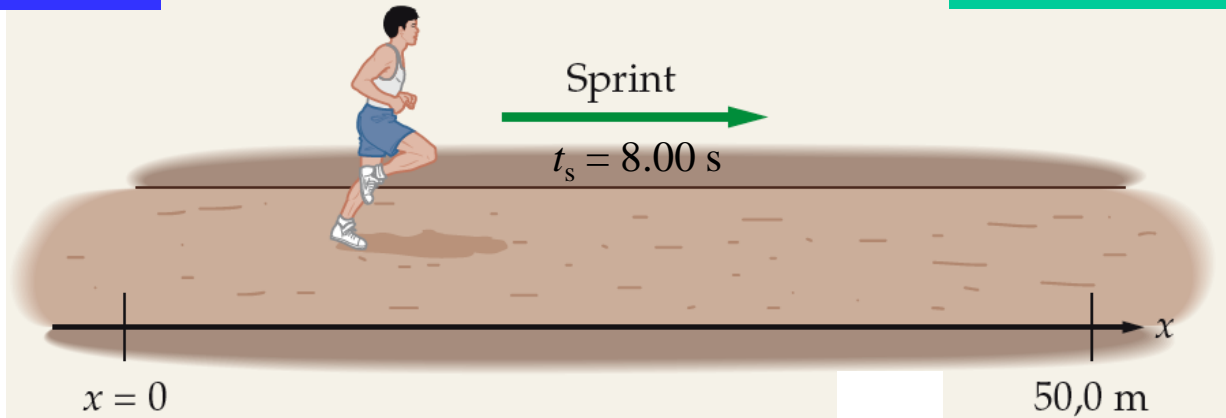
In questo caso parliamo di **velocità media** o **velocità vettoriale media**.

La velocità vettoriale media v_m è definita come il rapporto tra lo spostamento e il tempo impiegato a compierlo:

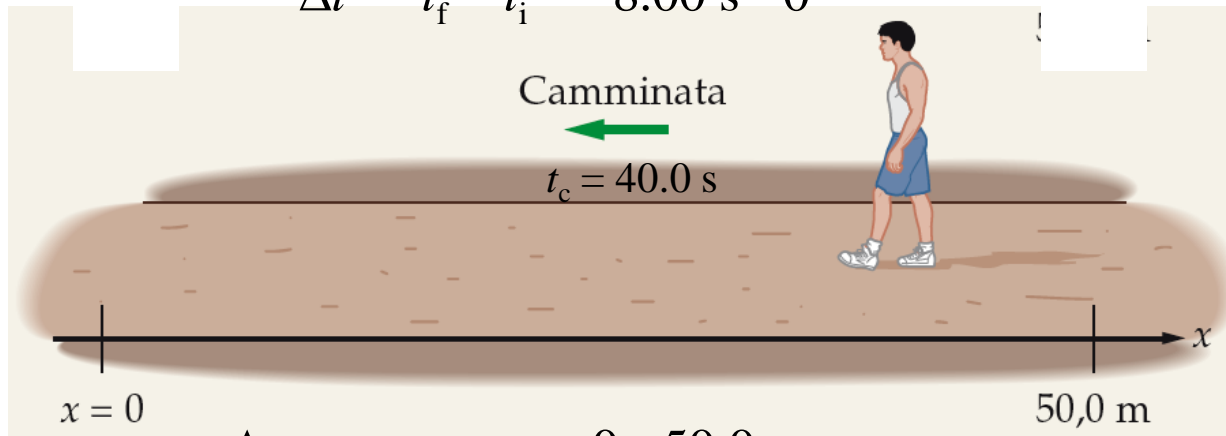
$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \quad (\text{velocità vettoriale media})$$

Anche la velocità media ha le dimensioni $[LT^{-1}]$ e nel SI si misura in m/s.

La velocità media può essere positiva o negativa, a seconda del segno di Δx , o anche nulla.



$$v_{\text{ms}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{50.0 \text{ m} - 0}{8.00 \text{ s} - 0} = 6.25 \text{ m/s}$$

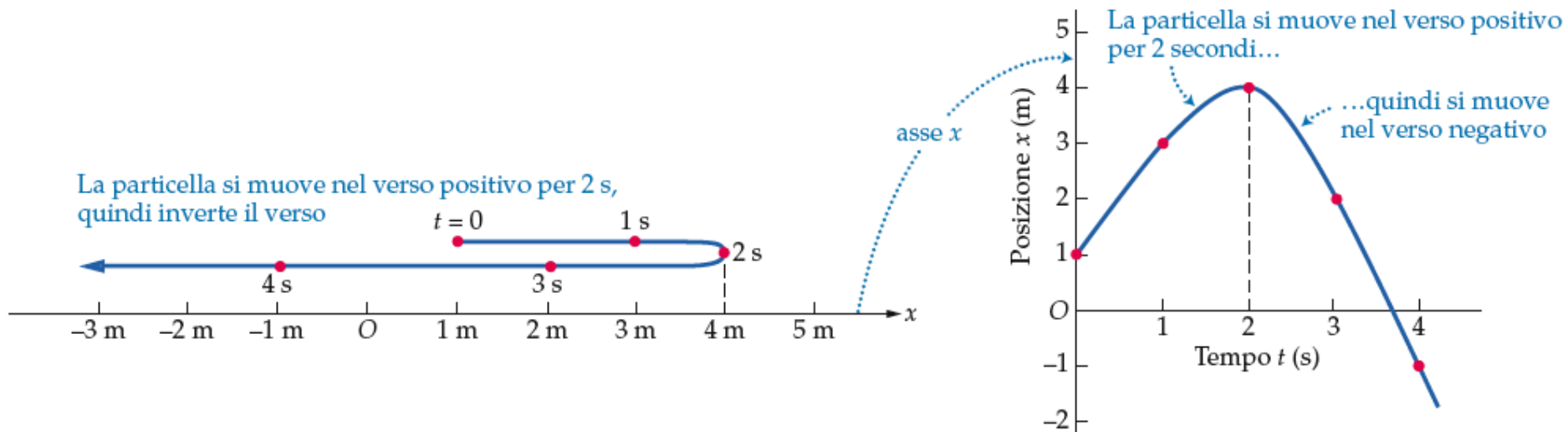


$$v_{\text{mc}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{0 - 50.0 \text{ m}}{48.00 \text{ s} - 8.00 \text{ s}} = -1.25 \text{ m/s}$$

Percorso totale: $v_m = ?$

Interpretazione grafica della velocità media:

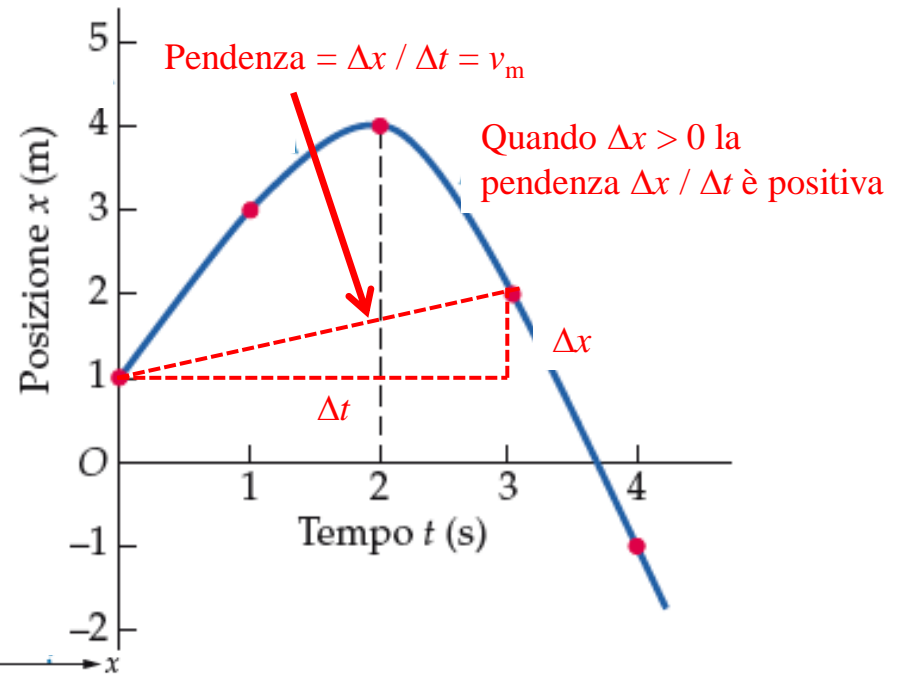
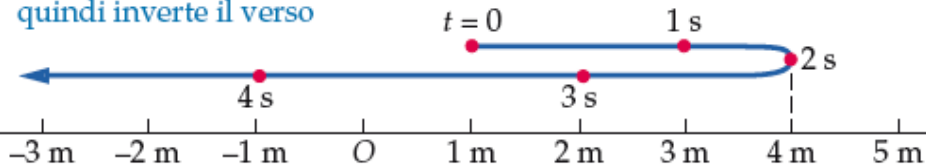
lo stesso moto, rappresentato su un asse coordinato e come grafico $x-t$.



Per esempio, determiniamo la velocità media nell'intervallo tra $t_1 = 0$ e $t_2 = 3$ s.

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{2 - 1}{3 - 0} \frac{\text{m}}{\text{s}} = +0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

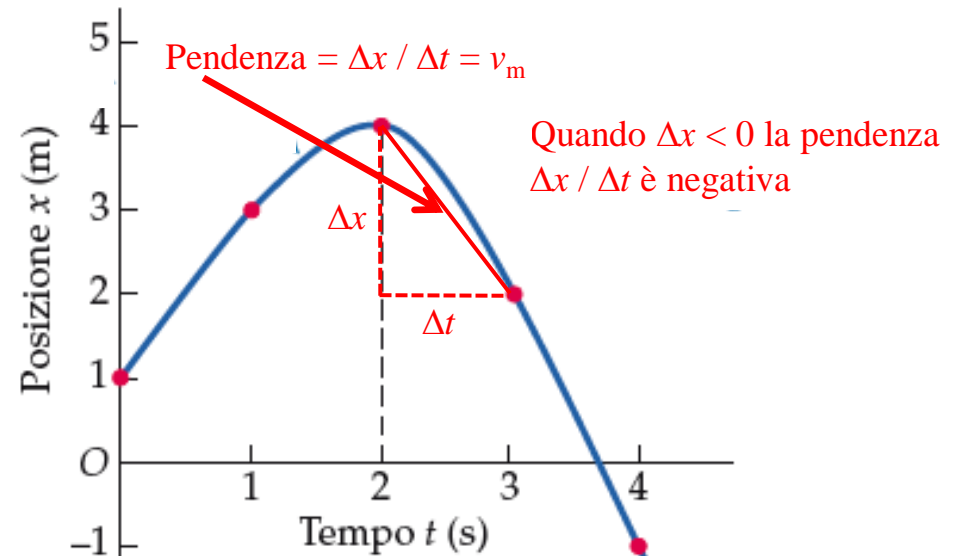
La particella si muove nel verso positivo per 2 s, quindi inverte il verso



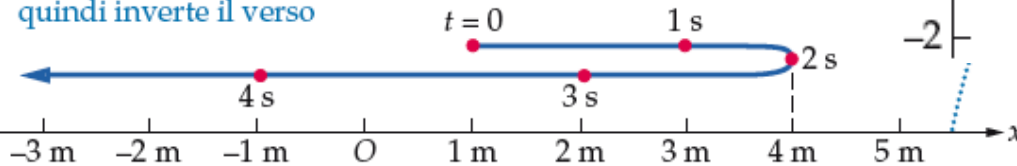
La pendenza della retta che unisce due punti nel grafico posizione – tempo è uguale alla velocità media nell'intervallo di tempo considerato.

In questo intervallo di tempo ($t_1 = 2 \text{ s}$ e $t_2 = 3 \text{ s}$) la particella sta tornando indietro. $\Delta x < 0$ e la pendenza (velocità media $\Delta x / \Delta t$) è negativa.

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{2 - 4}{3 - 2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



La particella si muove nel verso positivo per 2 s, quindi inverte il verso



Velocità istantanea

La **velocità media** è relativa a un certo **intervallo di tempo** più o meno esteso.

Possiamo chiederci quale è la velocità di un corpo in movimento **in un determinato istante**.

La **velocità istantanea** v è la **velocità media** calcolata su intervalli di tempo sempre più piccoli, al limite tendenti a zero

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\text{velocità istantanea})$$

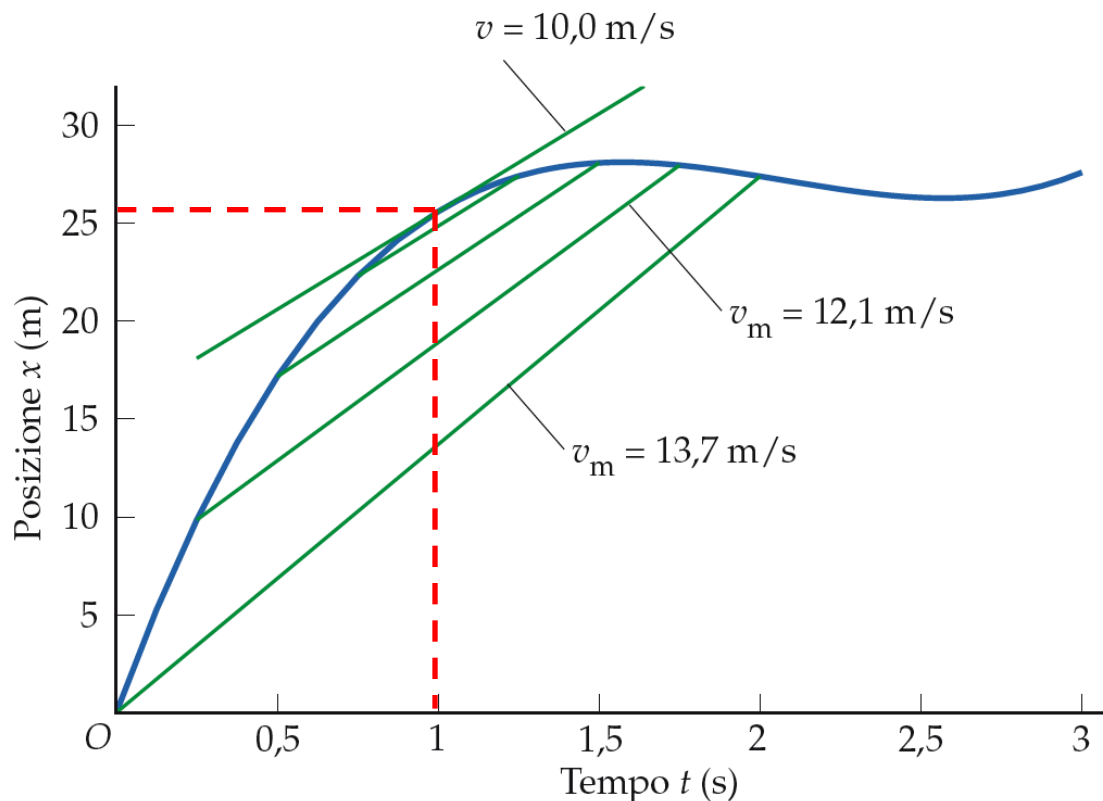
Anche la **velocità istantanea** nel SI si misura in m/s.

La **velocità istantanea** è un **vettore** (modulo o intensità, direzione e verso).

La **velocità istantanea scalare** è il modulo della **velocità istantanea vettoriale**.

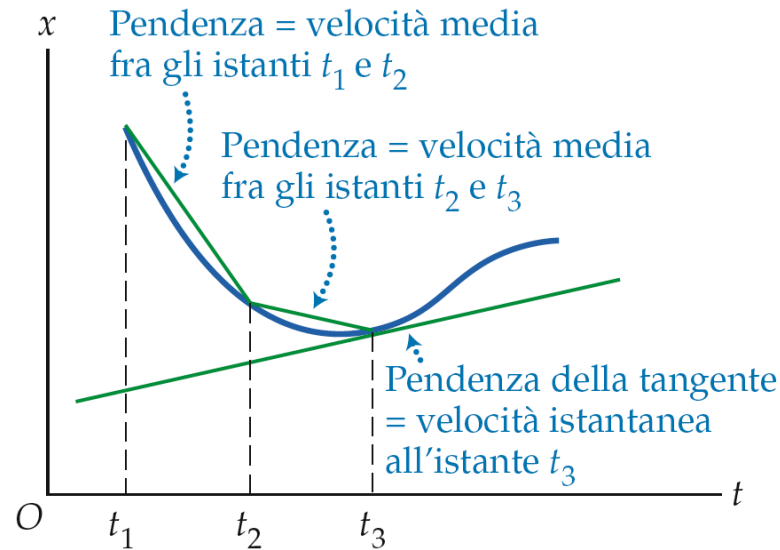
La **velocità media** in un intervallo di tempo è la pendenza della retta che unisce i due punti corrispondenti nel grafico spazio – tempo.

Consideriamo la velocità media misurata su intervalli di tempo sempre più piccoli.



La **velocità istantanea** in un certo istante è pari alla pendenza della tangente alla curva posizione – tempo nel punto corrispondente a quel certo istante.

Interpretazione grafica della velocità media e istantanea.



La **velocità media** in un intervallo di tempo è uguale alla **pendenza della retta** che unisce i punti corrispondenti a quelli nel grafico **posizione – tempo**.

La **velocità istantanea** in un certo istante è data dalla **pendenza della tangente** alla curva **posizione – tempo** nel punto che identifica quell'istante.

Accelerazione

Quando la velocità di un corpo cambia si dice che il corpo è soggetto a un'**accelerazione**. L'accelerazione è una misura di quanto rapidamente varia la velocità nel tempo.

Per un moto unidimensionale l'**accelerazione media** è data da

$$\bar{a} \equiv a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \quad (\text{accelerazione media})$$

L'accelerazione media nel SI si misura in m/s^2 .

Anche l'**accelerazione media** è un **vettore** (modulo, direzione e verso) e può essere positiva, negativa o nulla.

Come già fatto per la velocità, possiamo considerare l'accelerazione media in intervalli di tempo via via più piccoli, al limite tendenti a zero.

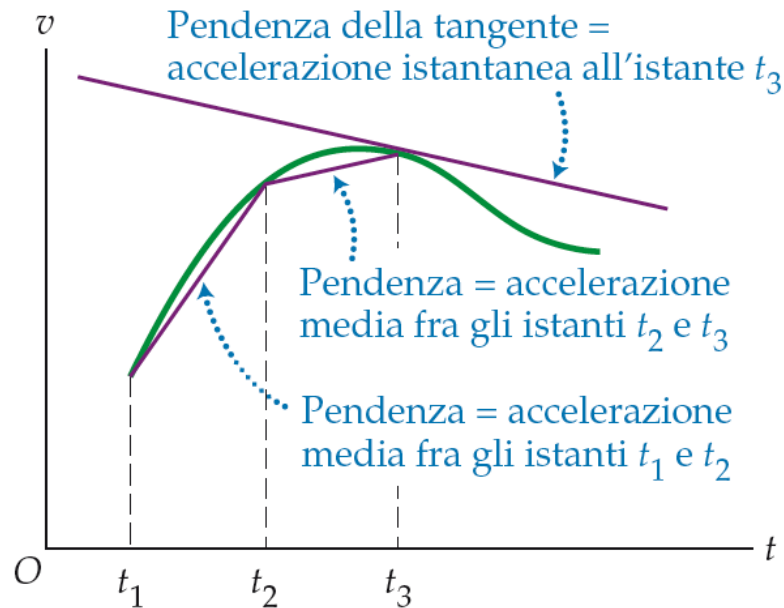
L'accelerazione istantanea è data da

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (\text{accelerazione istantanea})$$

Anche l'accelerazione istantanea è un vettore (modulo, direzione e verso) e nel SI si misura in m/s^2 .

Quando l'accelerazione è costante accelerazione media e accelerazione istantanea sono uguali.

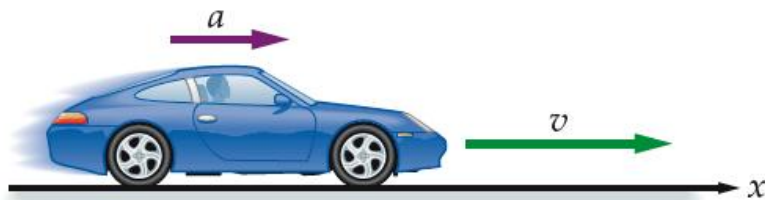
Interpretazione grafica dell'accelerazione media e istantanea.



L'accelerazione media in un intervallo di tempo è uguale alla pendenza della retta che unisce i punti corrispondenti a quegli nel grafico velocità – tempo.

L'accelerazione istantanea in un certo istante è data dalla pendenza della tangente alla curva velocità – tempo nel punto che identifica quell'istante.

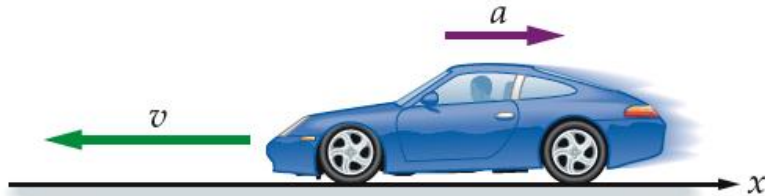
Non bisogna confondere l'accelerazione (aumento della velocità) e la decelerazione (diminuzione della velocità) con il verso della velocità e dell'accelerazione.



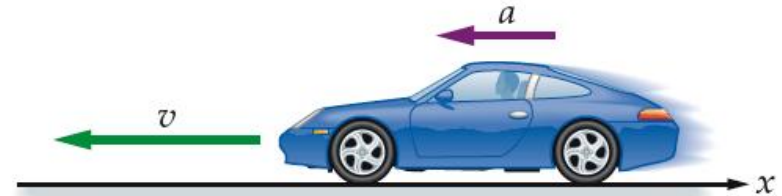
a) Il modulo della velocità aumenta



b) Il modulo della velocità diminuisce



c) Il modulo della velocità diminuisce



d) Il modulo della velocità aumenta

Il modulo della velocità dell'automobile aumenta quando la velocità e l'accelerazione hanno lo stesso verso (casi (a) e (d)). Quando la velocità e l'accelerazione hanno versi opposti (casi (b) e (c)), il modulo della velocità dell'automobile diminuisce (decelerazione).

Moto con accelerazione costante

In molti casi il moto avviene con **accelerazione costante** (o quasi costante).

Vediamo come varia la **velocità in funzione del tempo**.

L'accelerazione istantanea in questo caso coincide con l'accelerazione media.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = a$$

Se $t_i = 0$, $v_i = v_0$, $t_f = t$ e $v_f = v$, abbiamo

$$a_m = \frac{v - v_0}{t - 0} = a \quad v - v_0 = a(t - 0) = at$$

Se l'accelerazione è costante, la velocità aumenta linearmente col tempo:

$$v = v_0 + at \quad (\text{accelerazione costante, } v \text{ in funzione di } t)$$

Cerchiamo un'espressione per lo spazio percorso in un certo intervallo di tempo.

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

Se $t_i = 0$, $x_i = x_0$, $t_f = t$ e $x_f = x$, abbiamo

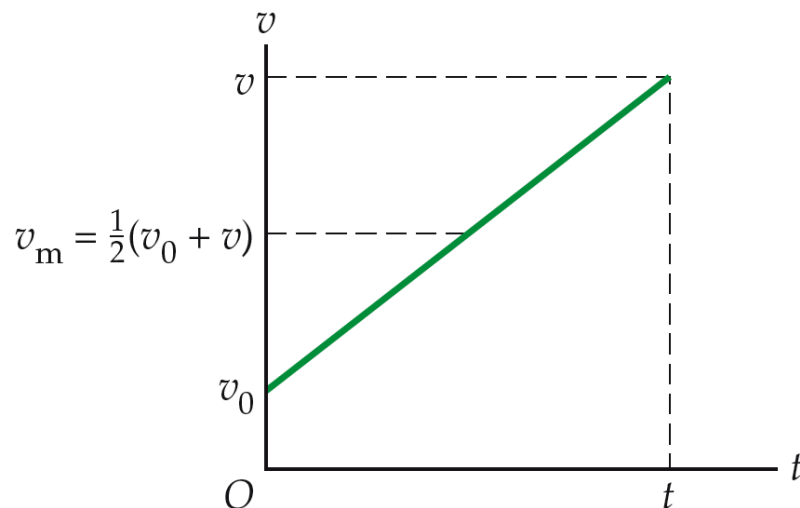
$$v_m = \frac{x - x_0}{t - 0} \quad x - x_0 = v_m (t - 0) = v_m t$$

$$x = x_0 + v_m t$$

Questa relazione è valida anche nel caso di accelerazione non costante.

Quando l'accelerazione è costante, la velocità varia linearmente con il tempo.

$$v = v_0 + at$$



Quando l'accelerazione è costante, la velocità media v_m è semplicemente la media fra la velocità iniziale v_0 e la velocità finale v .

$$v_m = \frac{1}{2}(v_0 + v) \quad (\text{accelerazione costante, velocità media})$$

Sostituendo nell'espressione della distanza percorsa $x = x_0 + v_m t$ si ha

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t \quad (\text{accelerazione costante, } x \text{ in funzione di } t)$$

Ricordando che

$$v = v_0 + at \qquad v_m = \frac{1}{2}(v_0 + v)$$

$$\frac{1}{2}(v_0 + v) = \frac{1}{2}[v_0 + (v_0 + at)] = v_0 + \frac{1}{2}at$$

Sostituiamo in

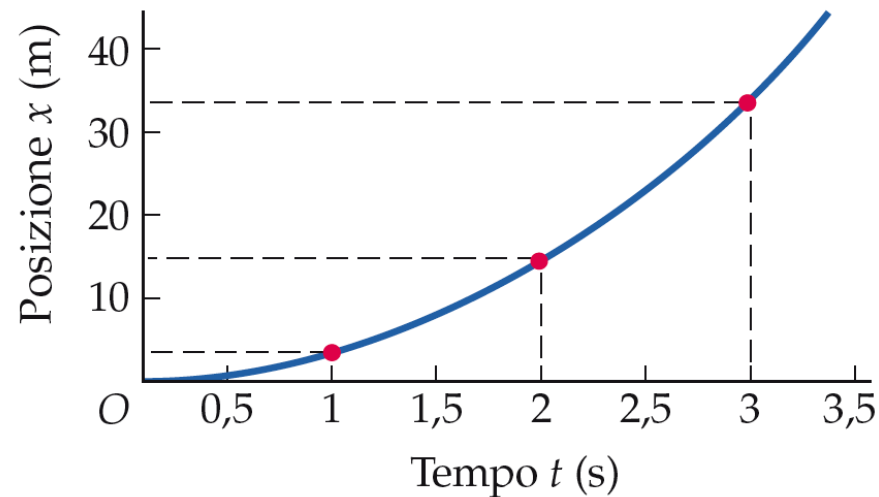
$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t = x_0 + \left(v_0 + \frac{1}{2}at \right)t$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad (\text{accelerazione costante, } x \text{ in funzione di } t)$$

La relazione tra la posizione e il tempo segue una curva dall'andamento caratteristico (parabolico).

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$



In questo caso particolare, l'accelerazione è costante e positiva.

Cerchiamo ora la relazione tra **posizione** e **velocità**.

$$v = v_0 + at \quad t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)\frac{v - v_0}{a} = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) = v_0^2 + 2a\Delta x \quad (\text{accelerazione costante, } v \text{ in funzione di } x)$$

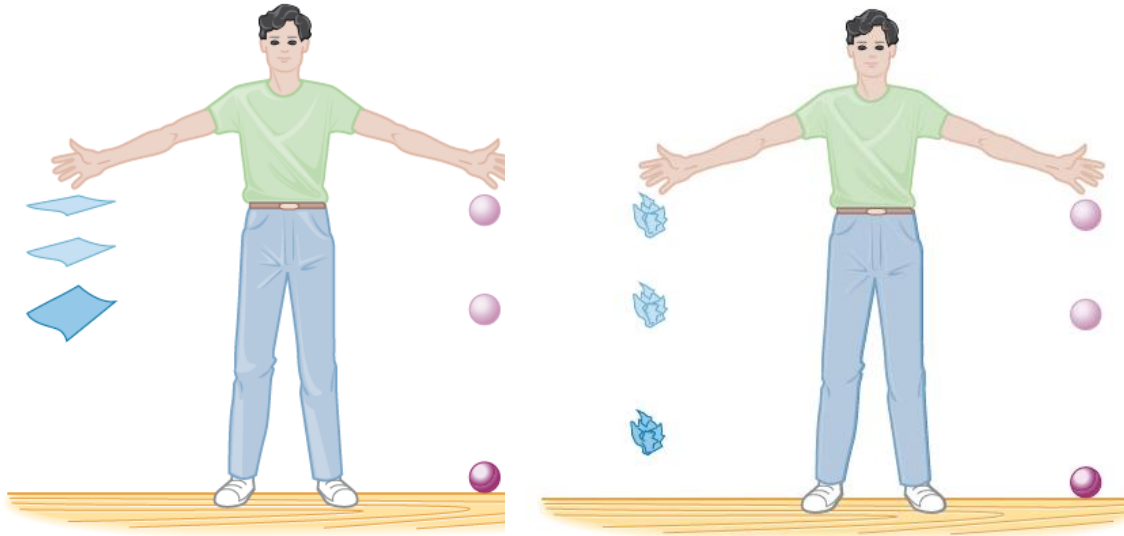
TABELLA 4 Equazioni del moto uniformemente accelerato

Variabili correlate	Equazione	Numero
Velocità, tempo, accelerazione	$v = v_0 + at$	[7]
Posizione, tempo, velocità	$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	[10]
Posizione, tempo, accelerazione	$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$	[11]
Velocità, posizione, accelerazione	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) = v_0^2 + 2a\Delta x$	[12]

Oggetti in caduta libera

La **caduta libera** è il moto di un oggetto sottoposto **solo** all'influenza della **gravità**.

L'accelerazione dovuta alla gravità è una costante, $g = 9.81 \text{ m / s}^2$.



Un oggetto che cade nell'aria ne subisce la resistenza (e quindi la sua caduta **non** è libera).

Consideriamo un oggetto in caduta libera da fermo ($v_0 = 0$, $x_0 = 0$).

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} g t^2$$

$$x = \frac{1}{2} g t^2 \quad (\text{caduta libera, } x \text{ in funzione di } t)$$

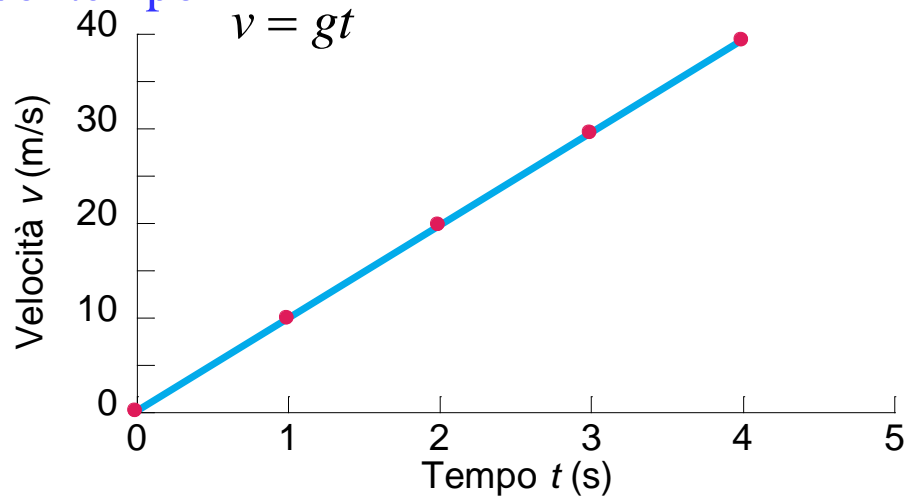
$$v = v_0 + a t = g t$$

$$v = g t \quad (\text{caduta libera, } v \text{ in funzione di } t)$$

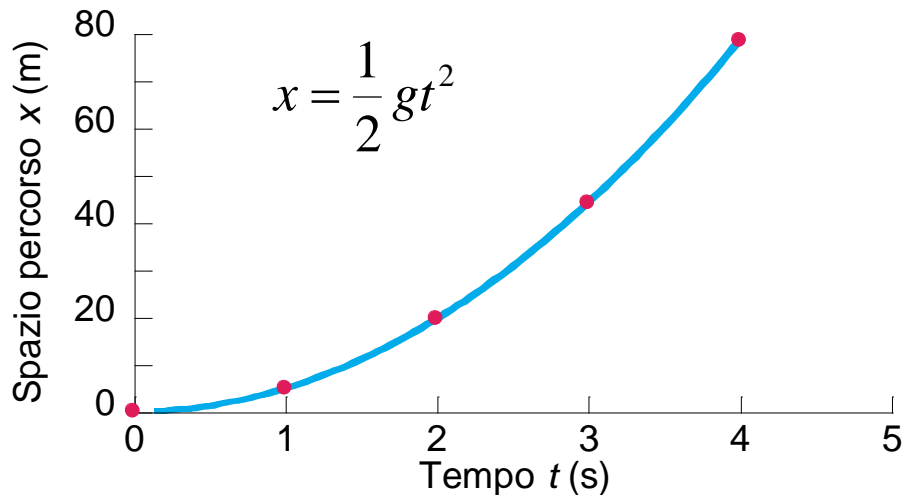
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) = 2gx$$

$$v = \sqrt{2gx} \quad (\text{caduta libera, } v \text{ in funzione di } x)$$

La velocità aumenta linearmente col tempo



Lo spazio percorso cresce con il quadrato del tempo



$$t = 0 \quad v = 0$$

$$t = 1 \text{ s} \quad v = 9,81 \text{ m/s}$$

$$t = 2 \text{ s} \quad v = 19,6 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \text{ s} \quad v = 29,4 \text{ m/s}$$

$$t = 4 \text{ s} \quad v = 39,2 \text{ m/s}$$



$$x = 0$$



$$x = 4,91 \text{ m}$$



$$x = 19,6 \text{ m}$$



$$x = 44,1 \text{ m}$$

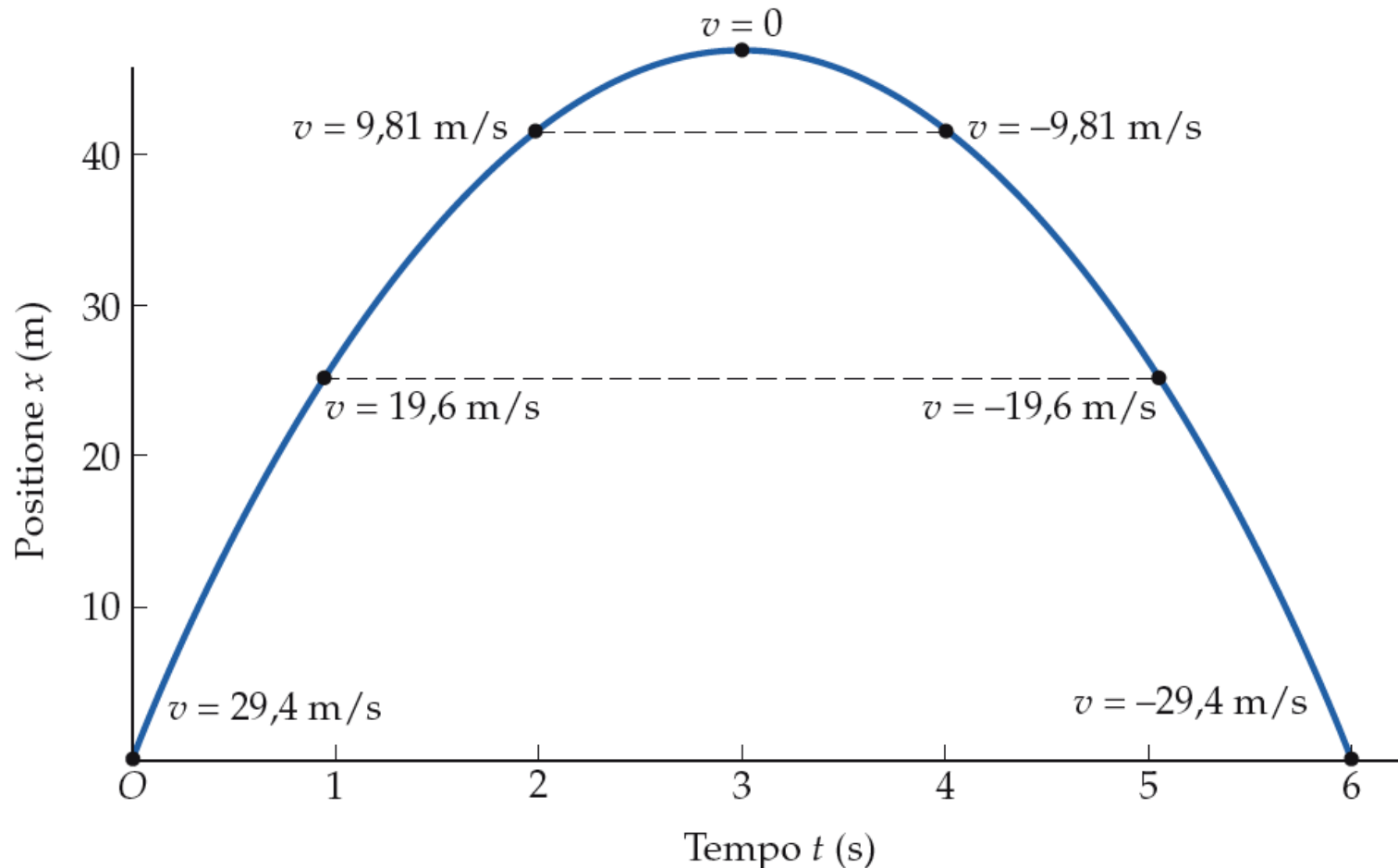


$$x = 78,5 \text{ m}$$



Quando un oggetto viene **lanciato verso l'alto**, se la resistenza dell'aria è trascurabile, ritorna al punto di partenza velocità uguale a quella con la quale è partito ma con segno opposto.

Notiamo la simmetria rispetto al punto medio del volo.



Riepilogo

- Distanza: lunghezza totale del tragitto.
- Spostamento: variazione di posizione.
- Velocità scalare media: distanza / tempo.
- Velocità media: spostamento / tempo.
- Velocità istantanea: limite cui tende la velocità media per $\Delta t \rightarrow 0$.
- Accelerazione istantanea: limite cui tende l'accelerazione media $\Delta t \rightarrow 0$.
- Accelerazione media: rapporto tra la variazione di velocità e l'intervallo di tempo in cui è avvenuta.
- Decelerazione: quando la velocità e l'accelerazione hanno segno opposto.
- Accelerazione costante: le equazioni del moto mettono in relazione la posizione, la velocità, l'accelerazione e il tempo.
- Oggetti in caduta libera: accelerazione costante: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.