



**SCIENZE**

**Anno Accademico 2022/2023**

**Registro delle lezioni**

Data: 29/05/2023

**Docente ANTONIO GRECO (Matr. 005969)**

Ruolo: PROFESSORE ASSOCIATO

Tipo copertura: Incarico istituzionale

**Attività didattica principale**

Periodo di svolgimento: Secondo Semestre

Attività didattica [codice]	Corso di studio [codice]
ANALISI MATEMATICA 3 [SM/0027]	MATEMATICA [60/64]

**Ore previste e rendicontate**

	Previste	Rendicontate
Didattica Frontale	80	80

**Riepilogo ore rendicontate per tipo attività e gruppi di studenti**

Attività	Ore totali	Ore suddivise per gruppi di studenti	
		Ore	Gruppo
Lezione	80	80	Attività erogata su tutti i gruppi

## Didattica frontale

1	<b>07/03/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>  <b>Ore accademiche:</b> 1 <b>Argomento:</b> Presentazione del corso. Indicazioni di massima su come impostare lo studio della disciplina, con particolare riguardo a: 1) assiduità della frequenza; 2) partecipazione attiva alle lezioni; 3) studio passo-passo. Definizione di equazione differenziale ordinaria e di soluzione. Ordine di un'equazione. Rassegna di semplici esempi di equazioni differenziali ordinarie.
2	<b>07/03/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>  <b>Ore accademiche:</b> 1 <b>Argomento:</b> Sistemi di equazioni differenziali ordinarie con funzione incognita a valori vettoriali. Cenni alle equazioni alle derivate parziali: operatore di Laplace, multi-indici. Esempi di soluzioni di equazioni differenziali: equazioni che ammettono infinite soluzioni. Richiami sul teorema fondamentale del calcolo integrale.
3	<b>08/03/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>  <b>Ore accademiche:</b> 1 <b>Argomento:</b> Esempi di soluzioni di equazioni differenziali: equazioni che non ammettono soluzioni; soluzioni dell'equazione $y'=f(x)$ con $f$ continua.
4	<b>08/03/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>  <b>Ore accademiche:</b> 1 <b>Argomento:</b> Il problema ai valori iniziali, detto anche problema di Cauchy: definizione, esempi, motivazioni. Condizioni sufficienti per l'esistenza e l'unicità in piccolo.
5	<b>10/03/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>  <b>Ore accademiche:</b> 1 <b>Argomento:</b> Dimostrazione dell'unicità della soluzione del particolare problema di Cauchy dato dall'equazione $y'=y$ con la condizione iniziale $y(0)=1$ .
6	<b>10/03/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>  <b>Ore accademiche:</b> 1 <b>Argomento:</b> Formulazione integrale del problema di Cauchy. Dimostrazione dell'unicità della soluzione del problema di Cauchy per l'equazione $y'=f(x,y)$ con $f$ continua insieme alla derivata parziale $\partial f/\partial y$ .
7	<b>13/03/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>  <b>Ore accademiche:</b> 1 <b>Argomento:</b> La condizione di Lipschitz: formulazione e ruolo nel teorema di Cauchy. Studio di un controesempio: la funzione $f(x,y)=2 y ^{1/2}$ . Indicazioni bibliografiche, con riferimento al testo adottato.

8	<b>13/03/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Esempio di un problema di Cauchy che ammette più di una soluzione. Schema della dimostrazione del teorema di esistenza in piccolo. La dimostrazione sarà conclusa il 5/4/2023. Esempio di un problema di Cauchy la cui soluzione non può essere estesa a tutto l'asse reale: il problema <math>y'=1+y^2</math> con la condizione <math>y(0)=0</math>.</p>
9	<b>14/03/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Estensione del teorema di esistenza e unicità in piccolo ai sistemi del primo ordine in forma normale. Estensione del teorema di esistenza e unicità in piccolo alle equazioni di ordine n in forma normale: trasformazione dell'equazione di ordine n in un sistema del primo ordine.</p>
10	<b>14/03/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Interpretazione grafica delle equazioni del primo ordine in forma normale, illustrata anche mediante l'ausilio di un CAS (Computer Algebra System). Introduzione al problema dell'esistenza in grande: le iterate di Peano-Picard associate all'equazione <math>y'=1+y^2</math> con la condizione <math>y(0)=0</math> sono ben definite su tutto l'asse reale, ma convergono solo sull'intervallo <math>(-\pi/2, \pi/2)</math>.</p>
11	<b>15/03/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Indicazioni su come studiare i teoremi: sviluppare autonomamente parte della dimostrazione; modificare le ipotesi; fare riferimento ad un caso specifico. Richiami sul criterio di Cauchy per le successioni e per le serie numeriche. Dimostrazione della convergenza delle iterate di Peano-Picard. Prima parte: confronto fra due iterate <math>y_i</math> e <math>y_j</math> mediante termini consecutivi <math>y_k</math> e <math>y_{k+1}</math>.</p>
12	<b>15/03/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Dimostrazione della convergenza delle iterate di Peano-Picard. Seconda parte: confronto fra due termini consecutivi <math>y_k</math> e <math>y_{k+1}</math> mediante la serie esponenziale. Conclusione. Teorema di esistenza in grande, sotto l'ipotesi della lipschitzianità globale: la dimostrazione è analoga alla precedente.</p>
13	<b>17/03/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Equazioni differenziali lineari di ordine n: teorema di esistenza e unicità in grande della soluzione del problema di Cauchy.</p>

14	<p><b>17/03/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Equazioni differenziali lineari omogenee di ordine n: struttura dello spazio delle soluzioni. Esempio riferito all'equazione <math>y''=-y</math>.</p>
15	<p><b>21/03/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Determinazione della dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare omogenea di ordine n. Prima parte: costruzione di un sistema di n soluzioni linearmente indipendenti.</p>
16	<p><b>21/03/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Determinazione della dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare omogenea di ordine n. Seconda parte: le n soluzioni linearmente indipendenti costruite in precedenza generano lo spazio vettoriale di tutte le soluzioni. Semplici esempi illustrativi, con le equazioni <math>y'=0</math> e <math>y'=y</math>.</p>
17	<p><b>22/03/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Corollari del teorema di rappresentazione delle soluzioni delle equazioni lineari omogenee di ordine n: 1) l'unica soluzione che si annulla in un intervallo è la soluzione identicamente nulla; 2) l'unica soluzione che si annulla in un punto insieme alle sue derivate di ordine minore di n è la soluzione nulla.</p>
18	<p><b>22/03/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Equazioni a variabili separabili: definizioni, procedimento risolutivo. Applicazione alle equazioni lineari omogenee del primo ordine.</p>
19	<p><b>24/03/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Esempio illustrativo del procedimento risolutivo di un'equazione lineare del primo ordine omogenea a coefficienti continui, in forma normale. Metodo della variazione della costante arbitraria per la risoluzione di un'equazione lineare del primo ordine a coefficienti continui, in forma normale.</p>

20	<b>24/03/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Esempio illustrativo del metodo della variazione della costante arbitraria per la risoluzione di un'equazione lineare del primo ordine a coefficienti continui, in forma normale. Estensione del metodo della variazione delle costanti arbitrarie alle equazioni di ordine superiore al primo: generalità.</p>
21	<b>28/03/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Metodo della variazione delle costanti arbitrarie per le equazioni lineari di ordine superiore al primo: regolarità dei coefficienti variabili e buona positura della loro definizione.</p>
22	<b>28/03/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Dimostrazione del fatto che con il metodo della variazione delle costanti arbitrarie si ottiene l'integrale generale dell'equazione data. Esempio illustrativo, riferito all'equazione <math>y''=x-y</math>.</p>
23	<b>29/03/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Equazioni lineari omogenee a coefficienti costanti. Determinazione di una base dello spazio delle soluzioni a partire dalle radici del polinomio caratteristico: enunciato, esempi illustrativi.</p>
24	<b>29/03/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Equazioni lineari omogenee a coefficienti costanti. Determinazione di una base dello spazio delle soluzioni a partire dalle radici del polinomio caratteristico: dimostrazione.</p>
25	<b>31/03/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Cambiamenti di variabile nelle equazioni differenziali: 1) trasformare un'equazione differenziale lineare del tipo di Eulero in un'equazione a coefficienti costanti; 2) ridurre l'ordine di un'equazione lineare nell'incognita <math>y(x)</math>, quando il coefficiente di <math>y(x)</math> è identicamente nullo, mediante la sostituzione <math>z(x)=y'(x)</math>.</p>
26	<b>31/03/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Cenni al metodo di somiglianza per la determinazione di una soluzione particolare di un'equazione lineare a coefficienti costanti il cui termine noto <math>f(x)</math> sia di tipo polinomiale, circolare o esponenziale: alcuni esempi illustrativi.</p>

27	04/04/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Introduzione al problema del passaggio al limite sotto il segno di integrale con riferimento alla dimostrazione del teorema di Cauchy sull'esistenza di una soluzione del problema ai valori iniziali per un'equazione differenziale ordinaria. Definizione della convergenza uniforme. Esempi.</p>
28	04/04/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Una formulazione equivalente della convergenza uniforme di <math>f_k(x)</math> ad <math>f(x)</math> espressa mediante la successione degli estremi superiori di <math> f_k(x)-f(x) </math>. Esempio di applicazione. Dimostrazione del fatto che la convergenza uniforme di una successione di funzioni continue ad una funzione continua consente di passare al limite sotto il segno di integrale.</p>
29	05/04/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Dimostrazione della continuità del limite uniforme di una successione di funzioni continue. Applicazione al passaggio al limite sotto il segno di integrale.</p>
30	05/04/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Enunciato e dimostrazione del criterio di Cauchy uniforme. Conclusione della dimostrazione del teorema di esistenza in piccolo della soluzione del problema ai valori iniziali, incominciata il 13/3/2023.</p>
31	12/04/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Indicazioni su come volgere a proprio favore il basso rapporto numerico fra studenti e docenti e trarre maggior profitto dalla frequenza delle lezioni. Applicazione allo studio di alcune equazioni differenziali lineari, omogenee e non omogenee, del primo e del secondo ordine, nonché all'integrazione secondo Riemann.</p>
32	12/04/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Definizione della convergenza (puntuale o uniforme) di una serie di funzioni. Esempio: la serie geometrica converge puntualmente, ma non uniformemente, nell'intervallo <math>(-1,1)</math>. Dualismo serie-successioni. Definizione della totale convergenza di una serie di funzioni: due definizioni equivalenti.</p>

33	14/04/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Dimostrazione del fatto che le serie totalmente convergenti convergono uniformemente (criterio di Weierstrass). Dimostrazione, mediante l'esibizione di un semplice controesempio, del fatto che la convergenza totale non è necessaria affinché una serie di funzioni converga uniformemente.</p>
34	14/04/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Condizione necessaria per la convergenza uniforme di una serie di funzioni (il termine generale deve tendere uniformemente a zero). Teorema dello scambio dei limiti: enunciato e dimostrazione.</p>
35	18/04/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> La convergenza puntuale di una successione di funzioni <math>f_k(x)</math> non è sufficiente ad assicurare la possibilità di scambiare di posto il limite per <math>x \rightarrow x_0</math> con il limite per <math>k \rightarrow \infty</math>: dimostrazione mediante l'esibizione di alcuni controesempi.</p>
36	18/04/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Nozione di spazio metrico. Cenni storici, con riferimento alla tesi di Maurice Fréchet (1906). Metrica canonica dello spazio <math>C^0([a,b])</math>. Nozione di completezza di uno spazio metrico.</p>
37	19/04/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Semplici esempi di spazi metrici completi: lo spazio euclideo con la metrica canonica, il campo dei numeri complessi. Dimostrazione della completezza dello spazio funzionale <math>C^0([a,b])</math> dotato della metrica canonica.</p>
38	19/04/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Lo spazio metrico <math>C^0([a,b])</math>, dotato della metrica di <math>L^2</math>, non è completo.</p>
39	21/04/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Nozioni di successione fondamentale. Semplici esempi di spazi metrici non completi, basati su sottoinsiemi aperti della retta o dello spazio euclideo multidimensionale. I sottoinsiemi completi di un dato spazio metrico sono necessariamente chiusi. Corrispondenza biunivoca fra lo spazio euclideo e la palla canonica, e conseguente applicazione della metrica canonica dalla palla a tutto lo spazio, per ottenere uno spazio metrico non completo.</p>

40	<p><b>21/04/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1  <b>Argomento:</b> Derivabilità della funzione limite di una successione di funzioni derivabili.</p>
41	<p><b>24/04/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1  <b>Argomento:</b> Serie di potenze: definizione, cenni storici, esempi notevoli. Presentazione dei problemi che verranno affrontati: determinazione dell'insieme di convergenza, integrazione e derivazione termine a termine.</p>
42	<p><b>24/04/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1  <b>Argomento:</b> Dimostrazione del fatto che l'insieme di convergenza di una serie di potenze è costituito da un singolo punto oppure è un intervallo, i cui estremi possono appartenere o meno all'insieme stesso. Semplici esempi. Determinazione del raggio di convergenza di una serie di potenze a coefficienti <math>a_k</math> a partire dal limite superiore della radice <math>k</math>-esima di <math> a_k </math>: enunciato.</p>
43	<p><b>26/04/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1  <b>Argomento:</b> Calcolo del raggio di convergenza di una serie di potenze mediante il criterio del rapporto (criterio di d'Alembert): dimostrazione della validità del metodo. Esempio riferito alla serie di Maclaurin della funzione <math>\cosh(x)</math>.</p>
44	<p><b>26/04/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1  <b>Argomento:</b> Derivabilità delle serie di potenze all'interno dell'intervallo di convergenza: dimostrazione. Espressione della derivata <math>n</math>-esima. Osservazione: la serie data coincide con la serie di Maclaurin della funzione somma.</p>
45	<p><b>27/04/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1  <b>Argomento:</b> Alcuni esempi di funzioni di classe <math>C^\infty</math> che non coincidono con la propria serie di Maclaurin, incluse le cosiddette funzioni a campana.</p>
46	<p><b>27/04/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b></p> <p><b>Ore accademiche:</b> 1  <b>Argomento:</b> Alcune applicazioni delle proprietà delle serie di potenze: determinazione della serie di Maclaurin senza calcolare le derivate della funzione generatrice; integrazione termine a termine; somma termine a termine di due serie. La funzione esponenziale nel campo dei numeri complessi. Formula di Eulero.</p>

47	<b>28/04/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Serie di Fourier: definizione, caratteristiche tipiche, cenni storici, applicazioni. Condizioni necessarie per la convergenza uniforme: continuità della funzione generatrice, coincidenza dei valori agli estremi.</p>
48	<b>28/04/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Relazioni di ortogonalità fra le funzioni <math>\cos(kx)</math> e <math>\sin(nx)</math>. Condizioni necessarie per la convergenza uniforme di una serie di Fourier: espressione dei coefficienti.</p>
49	<b>02/05/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Enunciato dell'uguaglianza di Parseval. Dimostrazione della disuguaglianza di Bessel.</p>
50	<b>02/05/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Teorema di Riemann. Definizione del nucleo di Dirichlet e sue proprietà. Definizione di funzione regolare a tratti.</p>
51	<b>03/05/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Enunciato del teorema di convergenza della serie di Fourier di una funzione regolare a tratti. Dimostrazione (prima parte): la somma parziale si può esprimere come un integrale con il nucleo di Dirichlet.</p>
52	<b>03/05/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Dimostrazione del teorema di convergenza della serie di Fourier di una funzione regolare a tratti (seconda parte): in ciascun punto la serie converge alla media aritmetica tra il limite destro e il limite sinistro della funzione generatrice.</p>
53	<b>05/05/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Esempio illustrativo: sviluppo della funzione <math>f(x)=x/2</math> in serie di Fourier. Calcolo della somma della serie di Leibniz. Dimostrazione del teorema sulla convergenza uniforme della serie di Fourier.</p>

54	<b>05/05/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Esempio illustrativo: sviluppo della funzione <math>f(x)=x^2</math> in serie di Fourier. Calcolo della somma della serie armonica generalizzata con esponente 2. Enunciato della disuguaglianza di Young.</p>
55	<b>08/05/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Dimostrazione della disuguaglianza di Young e delle disuguaglianze di Hölder e di Minkowski nello spazio euclideo finito-dimensionale.</p>
56	<b>08/05/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Spazi vettoriali normati: definizione, esempi finito-dimensionali, esempi infinito-dimensionali, metrica indotta dalla norma, palle, limite di una successione, somma di una serie, equivalenza fra norme.</p>
57	<b>09/05/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Completezza degli spazi di Lagrange <math>C^k([a,b])</math>: enunciato. Dimostrazione nel caso particolare <math>k=1</math>.</p>
58	<b>09/05/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Definizione di applicazione lipschitziana tra due spazi metrici, e di contrazione di uno spazio metrico. Semplici esempi. Enunciato del teorema delle contrazioni.</p>
59	<b>10/05/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Dimostrazione del teorema delle contrazioni. Esempio di una contrazione priva di punti fissi su di uno spazio metrico non completo.</p>
60	<b>10/05/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Dimostrazione del teorema di esistenza e unicità in piccolo della soluzione di un problema ai valori iniziali mediante l'applicazione del teorema delle contrazioni.</p>

61	<b>12/05/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Richiami sull'integrale di Riemann: lo scenario ottocentesco, la definizione di Riemann, l'integrale superiore e l'integrale inferiore di una funzione limitata su di un intervallo <math>[a,b]</math>. Cenni alle opere di Fourier (1822), Riemann (1854), Darboux (1875), Dini (1878).</p>
62	<b>12/05/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Legame fra la definizione dell'integrale di Riemann e quella precedentemente in uso: teorema di valutazione. Condizioni sufficienti per l'integrabilità di una funzione. Richiami sull'integrale generalizzato, detto anche improprio, di una funzione illimitata su di un intervallo limitato. Esempi.</p>
63	<b>15/05/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Richiami sull'integrale generalizzato, detto anche improprio, di una funzione limitata su di un intervallo illimitato. Esempi. Definizione della misura interna di Peano-Jordan. Dimostrazione della superadditività della misura interna.</p>
64	<b>15/05/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Misura esterna di Peano-Jordan: definizione, subadditività. Esempio di due insiemi (<math>\mathbb{Q}</math> e <math>\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}</math>) rispetto ai quali la misura interna e quella esterna non sono additive. Definizione di insieme misurabile secondo Peano-Jordan. Dimostrazione dell'additività della misura degli insiemi misurabili.</p>
65	<b>16/05/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Determinazione della misura di semplici sottoinsiemi del piano mediante applicazione della definizione. Gli insiemi misurabili costituiscono un anello di insiemi, detto anche un'algebra di insiemi: dimostrazione del fatto che l'intersezione di due insiemi misurabili è a sua volta un insieme misurabile.</p>
66	<b>16/05/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Legame fra la misura di Peano-Jordan e l'integrale di Riemann: interpretazione geometrica dell'integrale (enunciato). Confronto fra la misura del sottografico, con il grafico incluso, e quella con il grafico escluso.</p>

67	<b>17/05/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Interpretazione geometrica dell'integrale di Riemann: confronto fra la misura interna del sottografico e l'integrale inferiore.</p>
68	<b>17/05/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Verifica, mediante un controesempio, del fatto che gli insiemi misurabili secondo Peano-Jordan non costituiscono una sigma-algebra, e ripercussione sull'integrazione per serie. Definizione della misura di Lebesgue degli insiemi limitati. Esempio di un insieme misurabile secondo Lebesgue ma non secondo Peano-Jordan.</p>
69	<b>19/05/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Relazione fra la misura di Lebesgue e quella di Peano-Jordan.</p>
70	<b>19/05/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Relazione fra la misura esterna di un compatto <math>K</math> e la misura interna dell'aperto complementare di <math>K</math> rispetto ad un aperto fissato. Misura degli insiemi illimitati: definizione. Esempio di un insieme non misurabile avente misura interna ed esterna infinite.</p>
71	<b>22/05/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Esempi di calcolo della misura di insiemi illimitati mediante applicazione della definizione.</p>
72	<b>22/05/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Numerabile additività: dimostrazione, esempi, equivalenza con la continuità della misura.</p>
73	<b>23/05/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> L'insieme di Cantor: definizione; calcolo della misura e della cardinalità.</p>

74	<b>23/05/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> L'insieme di Vitali: definizione; dimostrazione della non misurabilità. Cenni alla misura di Hausdorff.</p>
75	<b>24/05/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> La misurabilità delle funzioni: motivazione, definizioni equivalenti, misurabilità delle funzioni continue. Funzioni semplici.</p>
76	<b>24/05/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Operazioni algebriche tra funzioni misurabili, misurabilità della funzione limite di una successione di funzioni misurabili, misurabilità della derivata di una funzione derivabile in un intervallo aperto.</p>
77	<b>26/05/2023 dalle 09:00 alle 10:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Integrale di Lebesgue delle funzioni misurabili non negative: definizione convenzionale, esempi, legame con la definizione data da Lebesgue, interpretazione geometrica. Confronto fra l'integrale di Lebesgue e l'integrale di Riemann. Enunciato e dimostrazione del teorema di Beppo Levi, detto anche teorema della convergenza monotona.</p>
78	<b>26/05/2023 dalle 10:00 alle 11:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Uso del teorema di Beppo Levi per il calcolo dell'integrale di Lebesgue di funzioni limitate su di un intervallo illimitato, ovvero illimitate su di un intervallo limitato. Integrale di Lebesgue di una funzione misurabile a valori reali: definizione. Il caso particolare delle funzioni limitate su di un intervallo. Cenni all'integrale della funzione <math>\text{sinc}(x) = (\sin x)/x</math> esteso all'intervallo <math>(0, +\infty)</math>. Enunciato del teorema della convergenza dominata.</p>
79	<b>29/05/2023 dalle 11:00 alle 12:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Uso del teorema della convergenza dominata per stabilire la continuità e la derivabilità di una funzione definita attraverso un integrale dipendente da un parametro. Applicazione alla funzione gamma.</p>
80	<b>29/05/2023 dalle 12:00 alle 13:00 - Lezione</b>
	<p><b>Ore accademiche:</b> 1</p> <p><b>Argomento:</b> Enunciato dei teoremi di Fubini e di Tonelli. Significato della locuzione "quasi ovunque".</p>