

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Docente: Claudia Anedda

Analisi Superiore 1 - Analisi complessa (03/02/2023)

Esercizio 1.

Date le funzioni $f(z) = \frac{1}{z^3(1-z^2)}$ e $g(z) = z^3 \sin \frac{1}{z}$

- i) calcolare la serie di Laurent centrata in $z_0 = 0$ di $f(z)$ e di $g(z)$, stabilendo per $f(z)$ e per $g(z)$, che tipo di singolarità è il punto z_0 (**4 punti**);
- ii) classificare le eventuali altre singolarità isolate di $f(z)$ (**2 punti**);
- iii) calcolare i residui della funzione $f(z)$ relativi alle singolarità, compreso il punto all'infinito; se ci sono più modi per calcolarli, specificare tali procedure (**4 punti**).

Esercizio 2.

- a) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $f(t) = e^{-2|t|}$ (**3 punti**).
- b) Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione $F(s) = \frac{s+4}{s^2-2s-3}$ (**4 punti**).

Domanda 1.

- i) Enunciare il primo e il secondo teorema di Cauchy e dimostrare uno dei due teoremi (**4 punti**);
- ii) la formula del secondo teorema di Cauchy può essere estesa o, in un certo senso, generalizzata? Se sì, spiegare come (**3 punti**);
- iii) Fornire un esempio in cui, per dimostrare un risultato, si utilizza il teorema di Cauchy (**2 punti**).

Domanda 2.

Dopo aver dato le definizioni di funzione Fourier e Laplace trasformabile, definire le trasformate di Fourier e di Laplace di tali funzioni e mostrare il legame tra la trasformazione di Fourier e quella di Laplace (**4 punti**).