

Problema 1.

Siano A, B e C insiemi. Si provi che $A \setminus B = A \setminus C$ se e solo se $A \cap B = A \cap C$.

Problema 2.

Dimostrare la seguente affermazione: una funzione $f : X \rightarrow Y$ è iniettiva se e solo se $\forall T \subseteq X$ si ha che $f(X \setminus T) \subseteq Y \setminus f(T)$.

Problema 3.

Dimostrare per induzione su n che

$$\sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k = 2 - \frac{1}{2^n}$$

Problema 4.

Dato il numero complesso $z = e^{i\pi/6} + e^{i\pi/2}$

- (a) esprimere z in forma cartesiana e in forma esponenziale;
- (b) calcolare le radici cubiche di z .

Problema 5.

Sia L una partizione di un insieme X . Si definisca una relazione $R \subset X \times X$ nel modo seguente: per $x, y \in X$, $(x, y) \in R$ se e solo se esiste $A \in L$ tale che $x, y \in A$.

Dimostrare che R è una relazione di equivalenza.

Problema 6.

Sia $a \in \mathbb{N}$ un numero naturale e si consideri il sistema di congruenze

$$\begin{cases} x \equiv_4 a \\ ax \equiv_2 1 \end{cases}$$

Determinare per quali valori di a il sistema ammette soluzioni.