

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Docente: Claudia Anedda

Analisi Superiore 1 - Analisi complessa (17/01/2023)

Esercizio 1. Calcolare:

- i) l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$ sulla circonferenza unitaria centrata nell'origine, percorsa in senso orario (**3 punti**);
- ii) l'integrale $\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$, con $\gamma(t) = e^{it}$ per $0 \leq t \leq \pi$, usando il metodo delle primitive (**3 punti**).
- iii) l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \frac{5z}{(z-3)^2} dz$, dove γ è un quadrato di lato l le cui diagonali si intersecano nel punto $z_0 = 3$ (**3 punti**).

Esercizio 2.

- a) Calcolare la trasformata di Fourier delle funzioni $g(t) = e^{-t^2}$ e $f(t) = e^{-3t^2}$ (**2 punti**).
- b) Trovare la soluzione $y(t)$, $t \geq 0$, del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 5y = 7 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

utilizzando la trasformata di Laplace (**3 punti**).

Domanda 1.

- i) Dopo aver definito l'ordine di uno zero di una funzione olomorfa, dimostrare che una funzione olomorfa non identicamente nulla non può avere zeri di ordine infinito (**5 punti**);
- ii) enunciare le proprietà dell'insieme \mathcal{Z}_f degli zeri di una funzione f olomorfa in un dominio non identicamente nulla (**4 punti**);
- iii) fornire almeno uno tra gli enunciati del Principio di identità delle funzioni olomorfe (**2 punti**).

Domanda 2.

Ricavare la formula, se esiste, utilizzata per calcolare la trasformata di Fourier della funzione dell'Esercizio 2 a) (si può usare una costante generica o una scelta a piacere) (**5 punti**).