



## Metodi Decisionali per l'Economia Prova scritta del 12/01/2023

Nome : .....

Cognome : .....

Matricola : .....

Anno di Iscrizione : .....

### Istruzioni

- Non è consentito l'utilizzo dei telefoni cellulari. Tenerli spenti durante tutta la durata della prova scritta.
- È consentito l'utilizzo del formulario e delle tavole delle distribuzioni normale e t di Student forniti dal docente durante il corso
- È consentito l'utilizzo della calcolatrice
- Giustificare le risposte date agli esercizi
- È necessario raggiungere almeno 15 punti per superare la prova

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	Tot.
Voto	/5	/3	/1	/5	/2	/2	/4	/2	/24



**Esercizio 1 (5 punti).** Un uomo di nome Pino possiede una villa con un grosso albero nel suo giardino. L'albero è molto vecchio e pericolante e rischia di cadere sulla casa causando danni per 8000 Euro. L'uomo è dunque costretto a tagliarlo e si rivolge a una ditta specializzata che presenta un preventivo di 2300 Euro e chiede una decisione rapida in quanto a breve i suoi dipendenti andranno in ferie. Nel frattempo viene contattato da un suo amico, che gli propone di aiutarlo a tagliare l'albero e di acquistare il legno ricavato per 1700 Euro. Né Pino né il suo amico sono esperti in materia e c'è dunque una probabilità pari al 45% che il tronco tagliato cada sopra la casa, distruggendo il tetto. L'amico però lo rassicura dicendogli che, nel caso ciò accadesse, pagherebbe parte dei danni: Pino dovrebbe quindi spendere un totale di 7500 Euro per riparare la casa in tal caso.

L'amico aggiunge che sarebbe disposto a pagare il legno solo nel caso venisse tagliato questo fine settimana, ma si offre di aiutarlo comunque gratuitamente in futuro (ma senza comprare il legno) e inoltre in caso di danni l'amico sarebbe disposto a pagare di più e la spesa a carico di Pino scenderebbe quindi a 5000 Euro.

Nel frattempo un altro amico che lavora in comune, gli riferisce che il sindaco, promuovendo una campagna di abbattimento di alberi pericolanti, potrebbe decidere con una probabilità del 75% di offrire ai cittadini un servizio gratuito di rimozione; tuttavia ci vorranno delle settimane prima di sapere se tale offerta arrivi o no. Pino deve quindi decidere se aspettare l'offerta e, nel caso tale offerta arrivasse, se aspettare che la squadra del comune arrivi a tagliare l'albero oppure chiedere aiuto al primo amico e tagliare l'albero prima dell'arrivo della squadra del comune. Nel caso in cui sia la squadra del comune a tagliare l'albero c'è una probabilità del 40% che l'albero cada e Pino debba spendere 7000 euro per riparare la casa (lo sconto è dato da un'indennità fornita dal comune). Se invece Pino decide di tagliare l'albero insieme al suo amico (sia che aspetti o no l'offerta del comune) c'è una probabilità del 70% che l'albero cada e quindi Pino dovrebbe pagare 5000 euro per riparare la casa, grazie al contributo del suo amico.

Disegnare l'albero decisionale per Pino e descrivere la strategia ottimale in modo che Pino spenda il meno possibile. Trovare il valore minimo della probabilità  $p$  dell'evento per cui l'albero non cada quando Pino e l'amico decidono di tagliarlo insieme senza aspettare la decisione del comune affinché la strategia ottimale cambi.





**Esercizio 2 (3 punti).** Due carte vengono estratte da un mazzo di 52 carte non truccato senza reimbussolamento. Calcolare la probabilità dei seguenti eventi:

- 1) Entrambe le carte sono cuori;
- 2) Una carta è cuori mentre l'altra non lo è;
- 3) Entrambe le carte sono figure.





**Esercizio 3 (1 punto).** Una persona ha una probabilità pari a  $\frac{2}{7}$  di colpire un bersaglio con una freccia. Calcolare la probabilità che tale persona colpisca il bersaglio per la prima volta al quinto tentativo.





**Esercizio 4 (5 punti).** Data la distribuzione di probabilità congiunta continua

$$f(x, y) = \begin{cases} c(2x + y^3) & 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- 1) Trovare il valore della costante  $c$ ;
- 2) Calcolare  $P(X < \frac{1}{4}, Y > \frac{3}{2})$ ;
- 3) Calcolare le funzioni di probabilità marginali di  $X$  e  $Y$ ;
- 4) Calcolare la media della variabile casuale  $X$ ;
- 5) Calcolare  $P(Y < \frac{3}{2})$ .





Nome:

Cognome:

**Esercizio 5 (2 punti).** In un supermercato il prezzo di un prodotto per le pulizie ha un costo variabile con media pari a 2.35 Euro con deviazione standard pari a 0.78 Euro. Supponendo che il prezzo del prodotto segua una distribuzione normale, calcolare la probabilità che il prodotto abbia un costo compreso tra 1.43 Euro e i 2.22 Euro e la probabilità che il prodotto costi più di 3.19 Euro.





**Esercizio 6 (2 punti).** Un analista di investimenti vuole stimare la media di soldi investiti in un certo fondo. L'analista sceglie un campione casuale di 9 portafogli di investitori e la media campionaria osservata è pari a 13.22 milioni di euro, mentre la deviazione standard campionaria osservata è pari a 2.3 milioni di euro. Costruire un intervallo di confidenza al 90% e al 95% per la media dei soldi investiti nel fondo preso in considerazione.





**Esercizio 7 (4 punti).** Fabrizio è un laureato in matematica che fornisce ripetizioni a studenti delle scuole superiori in maniera privata. Un giorno riceve una proposta da parte di una compagnia che offre ripetizioni di diverse materie. La compagnia garantisce a Fabrizio un guadagno settimanale fisso pari a 250 Euro. Controllando i mesi passati, Fabrizio stima che ogni settimana il numero di studenti ai quali da ripetizione segue la seguente distribuzione di probabilità

n.Studenti	Probabilità	Prob. Cumulativa
2	0.05	0.05
3	0.1	0.15
4	0.2	0.35
5	0.3	0.65
6	0.15	0.80
8	0.1	0.90
10	0.1	1.00

Inoltre anche il compenso è variabile. Fabrizio stima che il guadagno segua una distribuzione normale con media 40 Euro e deviazione standard pari a 10 Euro.

Utilizzare la seguente tabella per calcolare il guadagno settimanale di Fabrizio come lavoratore privato:

Settimana	n.Casuale	n.Studenti	n.Casuale	Guad. per Studente	Guad.Sett.
1	0.0060		0.8515		
2	0.2360		0.7977		
3	0.4660		0.5122		
4	0.8265		0.3131		
5	0.1515		0.9400		
6	0.5655		0.4673		
7	0.192		0.7805		
8	0.3237		0.9581		
9	0.1375		0.0420		
10	0.0213		0.8130		

Calcolare la media del guadagno settimanale come lavoratore privato di Fabrizio e valutare se gli convenga accettare l'offerta della compagnia o no.

Calcolare inoltre la probabilità che il guadagno settimanale come privato sia maggiore del guadagno settimanale come dipendente della compagnia utilizzando i dati campionari trovati tramite la simulazione.





**Esercizio 8 (2 punti).** La seguente tabella riporta il numero di impiegati di una certa azienda e il numero di unità prodotte

N. Impiegati (X)	Unità prodotto (Y)
28	17
30	21
33	24
37	25
42	32

Trovare un modello di regressione lineare tra il numero di impiegati e di unità prodotte e, tramite tale modello, prevedere quante unità verrebbero prodotte se l'azienda avesse 35 impiegati e 44 impiegati.

