Esercitazioni di Analisi Matematica II (10)
Calcolo vettoriale

G. Viglialoro, R. Díaz Fuentes

10 Gennaio 2023

1. Verificare che l'*asteroide* che ha parametrizzazione
$$\begin{cases} x &= \cos^3\ t \\ y &= \sin^3\ t \end{cases}, \qquad t \in [0, 2\pi],$$
è una curva regolare a tratti.

2. Calcolare la lunghezza dell'arco di *cicloide* che ha parametrizzazione
$$\begin{cases} x &= r(t - \sin\ t) \\ y &= r(1 - \cos\ t) \end{cases}, \qquad t \in [0, 2\pi],$$
per $r > 0$.

3. Sia γ la curva di parametrizzazione
$$\begin{cases} x &= 2\cos\ t \\ y &= 2\sin\ t \end{cases}, \qquad t \in [0, \pi/2].$$
Calcolare l'integrale curvilineo
$$\int_\gamma x^2\ y\ ds.$$

4. Calcolare l'integrale doppio
$$\int\int_D xy\ dxdy$$
dove D è il dominio delimitato dall'asteroide che ha parametrizzazione
$$\begin{cases} x &= \cos^3\ t \\ y &= \sin^3\ t \end{cases}, \qquad t \in [0, 2\pi].$$
(*Usare la formula di Gauss-Green.*)

5. Calcolare l'area della porzione $0 \le z \le 2$ del paraboloide di equazione $z = x^2 + y^2$.

6. Calcolare l'integrale di superficie
$$\int_{\Sigma} (x^2 + y^2)\ d\sigma,$$
dove Σ è la porzione di grafico della funzione $z = xy$ interno al cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 8$.

7. Calcolare la circuitazione del campo $F(x, y, z) = (1, 0, y)$ lungo il bordo della superficie Σ di equazione cartesiana
$$z = x + 3\sin(x^2 - y^2), \qquad x^2 + y^2 \leq 1.$$
(*Usare il Teorema di Stokes.*)

8. Sia T il *toro* con superficie ∂T di parametrizzazione
$$\begin{cases} x &= (R + r\cos\varphi)\cos\theta \\ y &= (R + r\cos\varphi)\sin\theta \\ z &= r\sin\varphi \end{cases}, \qquad \varphi, \theta \in [0, 2\pi], \quad R > r.$$
e V il campo vettoriale di componenti
$$V = (x^2 y, -xy^2, z).$$
Calcolare il flusso di V uscente dalla superficie del toro ∂T.
(*Usare il Teorema della divergenza.*)