

# Esercitazioni di Analisi Matematica II (9)

## Calcolo di integrali multipli

G. Viglialoro, R. Díaz Fuentes

16 Dicembre 2022

1. Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_{\Omega} \frac{x}{1+y} dx dy, \quad \Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x\}.$$

2. Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_{\Omega} \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove  $\Omega$  è il trapezio del piano  $x, y$  di vertici  $(1,0)$ ,  $(1,1)$ ,  $(3,0)$ ,  $(3,3)$ .

(Fare confronto tra l'uso delle coordinate polari e le coordinate cartesiane.)

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_{\Omega} \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}} dx dy, \quad \Omega = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq \frac{1}{4}, x^2 - x + y^2 \leq 0 \right\}.$$

4. Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_{\Omega} (x-y) \ln(x+y) dx dy,$$

esteso al quadrilatero

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x-y \geq 0, x-y-1 \leq 0, x+y-1 \geq 0, x+y-3 \leq 0\}.$$

5. Calcolare l'integrale triplo

$$\int \int \int_{\Omega} e^y \sqrt{x^2 - z^2} dx dy dz, \quad \Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^3\}.$$

6. Calcolare il volume del solido limitato dal piano  $x + y + z = 0$  e dalla superficie di equazione

$$z = \frac{x^2}{9} + y^2 - x - y - 1.$$