

Esercizio 1 (4 punti). Francesca è alla ricerca di una casa che soddisfi le sue esigenze. Per poter trovare la casa, Francesca prende in considerazione l'idea di recarsi presso un'agenzia immobiliare oppure affidarsi ad un sito internet.

Nel caso Francesca decidesse di affidarsi ad un sito internet, con probabilità 0.35 troverebbe una casa al prezzo di 123000 Euro senza possibilità di contrattare. Invece, con probabilità 0.65 troverebbe l'offerta di un proprietario disposto a trattare il prezzo. Francesca stima che con probabilità 0.45 riuscirebbe ad acquistare la casa al prezzo di 100000 Euro, con probabilità 0.2 al prezzo di 120000 e con probabilità 0.35 al prezzo di 145000 Euro.

Se invece Francesca decidesse di rivolgersi ad un'agenzia immobiliare ci sarebbe una probabilità pari a 0.25 che l'agenzia abbia un'offerta per una casa soddisfacente. In questo caso, l'agenzia comunica a Francesca che il venditore della casa è disponibile a trattare il prezzo e stima che con probabilità 0.15 Francesca riuscirebbe a comprare la casa a 95000 Euro, con probabilità 0.55 a 122000 Euro e con probabilità 0.30 a 167000.

Se invece nel momento in cui Francesca si rivolge all'agenzia, non ci sono offerte a disposizione, può decidere se aspettare che all'agenzia arrivino delle offerte soddisfacenti, oppure andare sul sito internet dove però troverebbe solo una casa al prezzo di 130000 Euro. Nel caso in cui decida di aspettare, l'agenzia stima che con probabilità 0.45 ci sarebbe una casa al prezzo di 115000 Euro, con probabilità 0.35 una al prezzo di 125000 e con probabilità 0.2 una casa al prezzo di 155000.

Disegnare l'albero decisionale per il problema descritto, utilizzando come criterio il costo per Francesca, risolverlo e descrivere la strategia ottimale.

Esercizio 2 (3 punti). Una scatola contiene 5 biglie rosse, 2 blu e 7 bianche. Quattro biglie vengono estratte a caso senza reimbussolamento. Calcolare la probabilità dei seguenti eventi:

- 1) La seconda e la terza biglia sono blu mentre la quarta è rossa;
- 2) La prima e la quarta biglia sono bianche, mentre la seconda e la terza hanno colore diverso tra loro;
- 3) La prime due biglie sono bianche mentre le ultime due sono rosse.

Esercizio 3 (2 punti). In una stanza sono presenti due matematici, cinque ingegneri e un divano da tre posti. In quanti modi è possibile far sedere tre persone sul divano in modo che ci siano due matematici e un ingegnere? Se invece è anche presente una sedia nella stanza, in quanti modi è possibile far sedere sul divano due matematici e un ingegnere e un ingegnere sulla sedia?

Esercizio 4 (5 punti). Data la distribuzione di probabilità congiunta discreta delle variabili X e Y:

X \ Y	0	1	2	3	Tot.
0	$3c$	c	$\frac{c}{2}$	$2c$	
1	c	$\frac{2c}{3}$	0	$5c$	
2	$\frac{c}{3}$	0	c	$\frac{c}{3}$	
Tot.					

- 1) Trovare il valore della costante c ;
- 2) Trovare le distribuzioni di probabilità marginali di X e Y;
- 3) Dire se le variabili X e Y sono indipendenti o dipendenti;
- 4) Calcolare $P(X \geq 1, Y \leq 2)$;
- 5) Calcolare $\mathbb{E}(X)$ e $\mathbb{E}(Y)$

Esercizio 5 (2 punti). Nel mese di Dicembre a Cagliari la temperatura media è pari a 15 gradi con deviazione standard 5.7 gradi. Supponendo che tale temperatura segua una distribuzione normale, calcolare la probabilità che in un giorno casuale di Dicembre la temperatura a Cagliari sia compresa tra i 12.6 e i 20.1 gradi. Calcolare inoltre la probabilità che la temperatura sia maggiore di 13.4 gradi.

Esercizio 6 (2 punti). Tramite un'indagine statistica, si osserva che su un campione di 1200 individui 333 sono disoccupati. Costruire l'intervallo di confidenza al 95% e quello al 98% della proporzione di disoccupati nella popolazione.

Esercizio 7 (4 punti). Claudio è un meccanico che lavora come libero professionista nella sua piccola officina nella quale riesce a guadagnare in media 83 Euro al giorno avendo delle spese giornaliere pari a 17 Euro. Una officina più grande offre a Claudio un lavoro come dipendente durante il quale dovrà occuparsi di un numero variabile di macchine al giorno e quindi con un guadagno giornaliero variabile, ma senza avere nessuna spesa giornaliera.

L'officina stima che il numero di auto di cui dovrà occuparsi Claudio segua la seguente distribuzione di probabilità:

N. Auto	Probabilità	Prob. Cumulativa
0	0.05	0.05
2	0.1	0.15
3	0.35	0.5
5	0.2	0.7
6	0.2	0.9
7	0.1	1

Anche il guadagno giornaliero è variabile e l'officina stima che per ogni auto seguita da Claudio il guadagno segua una distribuzione normale con media 18 Euro e deviazione standard 5.3 Euro.

Utilizzare la seguente tabella per calcolare il guadagno giornaliero di Claudio presso l'officina più grande

Giorno	n.Casuale	N. Auto	n.Casuale	Guadagno	Guad. giornaliero (N.Auto × Guadagno)
1	0,9314		0,6364		
2	0,9608		0,9168		
3	0,1924		0,2656		
4	0,8917		0,6345		
5	0,2028		0,7130		
6	0,3844		0,4357		
7	0,3175		0,4559		
8	0,2273		0,1707		
9	0,1532		0,3593		
10	0,8749		0,1512		

Calcolare la media e la deviazione standard del guadagno giornaliero di Claudio come lavoratore dipendente sulla base dei dati ottenuti.

Calcolare inoltre la probabilità che il guadagno giornaliero come lavoratore dipendente sia maggiore o uguale del guadagno come libero professionista sulla base dei dati ottenuti dalla simulazione.

Esercizio 8 (2 punti). La seguente tabella riporta i dati delle temperature (in gradi) e dei chili di mandarini prodotti in un certo campo

Temperatura (X)	Produzione Pomodori % (Y)
12	59
15	72
16	85
19	92
22	76
25	64
28	43

Trovare un modello di regressione lineare tra la temperatura e la produzione di pomodori e utilizzarlo per prevedere la produzione di pomodori ottenuta con una temperatura di 14.7 gradi e quella ottenuta con una temperatura di 26.7 gradi.

