Problema 1.

Dimostrare che una funzione $f : X \to Y$ è suriettiva se e solo se $\forall\ T \subseteq X$ si ha che $Y \setminus f(T) \subseteq f(X \setminus T)$.

Problema 2.

Dato un intero $p \in \mathbb{Z}$, $p \neq 0$, sia $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ la funzione

$$n \mapsto \begin{cases} n/p & \text{se } p \text{ divide } n \\ n & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dire, giustificando la risposta, per quali valori di p la funzione f è iniettiva e per quali valori è suriettiva.

Problema 3.

Dimostrare per induzione su n che $11|(23^n - 1)$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Problema 4.

Determinare tutti i numeri complessi z di modulo 1 tali che

$$\left| \frac{z}{\overline{z}} + \frac{\overline{z}}{z} \right| = 1$$

Problema 5.

Sia L una partizione di un insieme X. Si definisca una relazione $R \subset X \times X$ nel modo seguente: per $x, y \in X$, $(x, y) \in R$ se e solo se esiste $A \in L$ tale che $x, y \in A$.

Dimostrare che R è una relazione di equivalenza.

Problema 6.

Determinare il più piccolo intero positivo k tale che il seguente sistema di congruenze ammetta soluzione

$$\begin{cases} x \equiv_2 7 \\ x \equiv_3 10 \\ x \equiv_6 k \end{cases}$$