Problema 1.

Sia $f : A \to B$ un'applicazione, e siano $S, T \subseteq A$. Si provi che

(1) $f(S \cap T) \subseteq f(S) \cap f(T)$

(2) $f(S) \setminus f(T) \subseteq f(S \setminus T)$

Problema 2.

Siano $p, q \in \mathbb{Z}$ due numeri interi. Si consideri la funzione

$$\varphi_{p,q} : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}\,; \qquad z \mapsto pz + q$$

Dire, inserendo tutti i dettagli, per quali valori di p e q la funzione $\varphi_{p,q}$ è iniettiva e per quali valori di p e q la funzione $\varphi_{p,q}$ è suriettiva.

Problema 3.

Sia X un insieme. Dimostrare che le seguenti affermazioni sono equivalenti:

a) esiste una funzione iniettiva dai numeri naturali in X;

b) esiste una funzione iniettiva ma non suriettiva da X in se stesso.

Problema 4.

Dimostrare per induzione su n che $3|(2^{2n} - 1)$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Problema 5.

Risolvere in $\mathbb{C}$ l'equazione $z^5 = (1 - i\sqrt{3})$.

Problema 6.

Dimostrare che la definizione di somma negli interi modulo m, cioè $[a]_m + [b]_m = [a + b]_m$ è ben definita.