

Laboratorio di
ELETTROMAGNETISMO
APPLICATO ALL'INGEGNERIA
ELETTRICA ED ENERGETICA

COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics (FEMLAB) è un potente Software commerciale per la modellazione di tutti i problemi scientifici ed ingegneristici (elettromagnetismo, acustica, trasmissione del calore, etc) che possono essere formulati attraverso equazioni differenziali alle derivate parziali. Per la risoluzione delle equazioni viene utilizzato il metodo degli elementi finiti (FEM). Nell'ambiente di COMSOL si devono definire:

- La dimensione spaziale e sistema di coordinate
- La fisica
- La tipologia di analisi

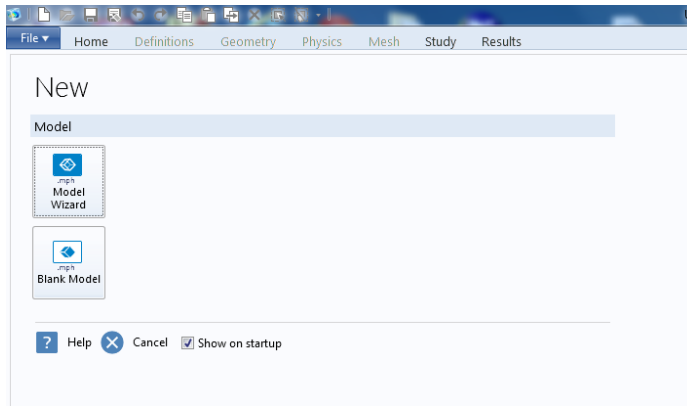
Attraverso un'interfaccia grafica si gestiscono 3 fasi:

- | | | |
|---------------------------|---|---|
| 1. <i>Pre-processing</i> | ➔ | Disegno della <i>geometria</i>
Definizione dei <i>materiale</i>
scelta del modello <i>matematico</i> e delle condizioni al <i>contorno</i>
Definizione della <i>mesh</i> |
| 2. <i>Solver</i> | ➔ | Calcolo della <i>soluzione</i> |
| 3. <i>Post-processing</i> | ➔ | Analisi dei risultati |

COMSOL Multiphysics

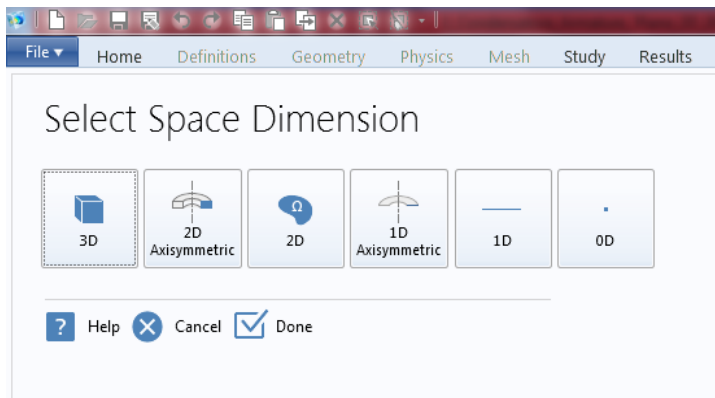
1. Avvio di COMSOL Multiphysics

Model Wizard permette di creare un modello attraverso l'interfaccia grafica



2. Dimensione spaziale e sistema di coordinate

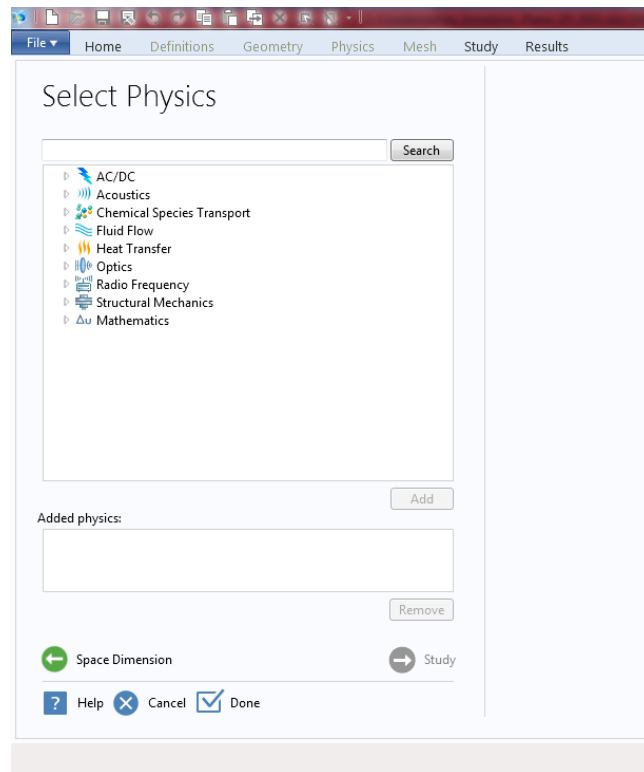
Consente di selezionare la dimensione spaziale e il sistema di coordinate nel quale si intende operare



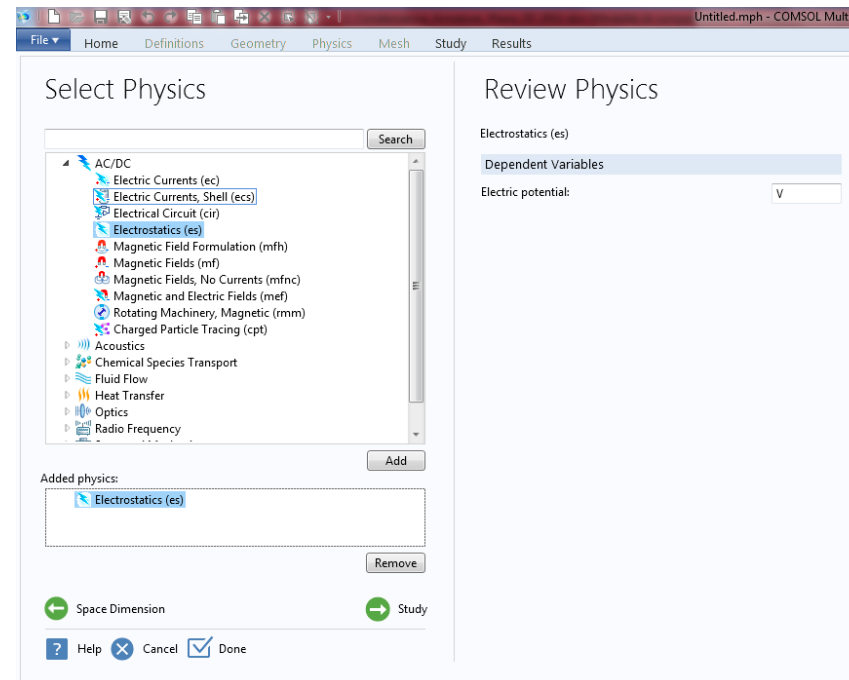
COMSOL Multiphysics

4. Fisica

Nella finestra **Select Physics** compaiono diverse fisiche, tra cui l'elettromagnetismo stazionario o quasi stazionario (AC/DC), l'acustica, la fluidodinamica, il calcolo strutturale, l'ottica, etc:



➤ Dal menù **AC/DC** scegliamo il campo da studiare:

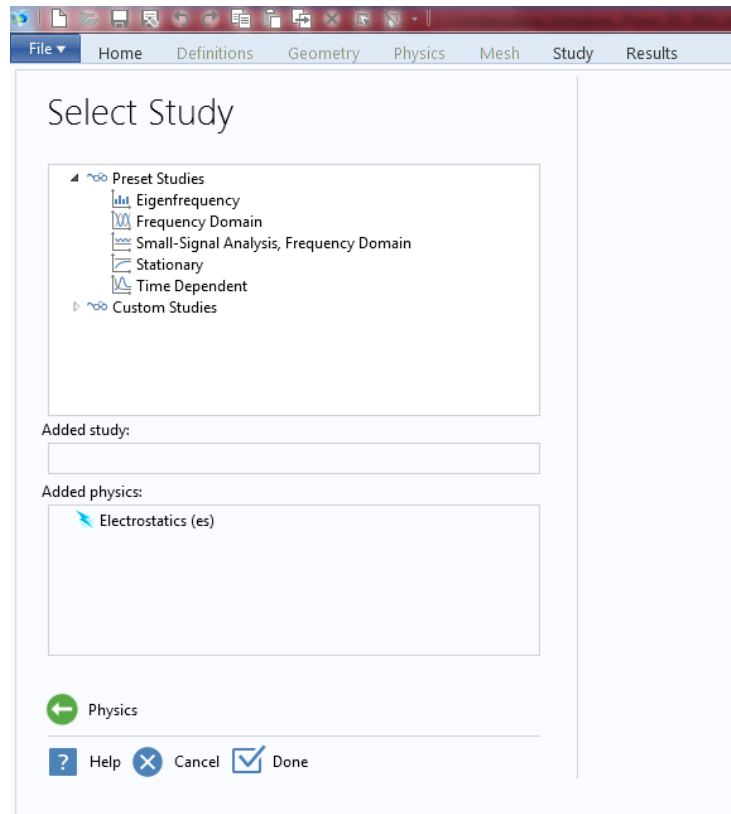


I campi a cui siamo interessati sono: *Electrostatics (es)*, *Electric Currents (ec)* e *Magnetic Fields (mf)*.

COMSOL Multiphysics

5. Tipo di analisi

Si possono effettuare studi nel dominio del tempo, sia in regime stazionario che nel transitorio, e studi nel dominio della frequenza



Selezionando **Stationary** effettueremo analisi nel dominio del tempo in regime stazionario

COMSOL Multiphysics

6. GUI (Graphic User Interface)

The screenshot displays the COMSOL Multiphysics software interface. The top menu bar includes File, Home, Definizioni, Geometria, Materiali, Fisica, Mesh, Studio, and Risultati. The ribbon below the menu bar contains various tool icons for creating and editing the model. On the left, the 'Albero del modello' (Model Tree) shows a hierarchical structure: Untitled.mph (root) > Definizioni globali > Materiali > Componente 1 (comp1) > Definizioni > Geometria 1 > Materiali > Elettrostatica (es) > Mesh 1 > Studio 1 > Gradino 1: Stazionario > Risultati > Set di dati > Valori derivati > Tabelle > Esporta > Rapporti. The central 'Impostazioni' (Settings) panel is set to 'Geometria' and shows options for 'Costruisci tutto', 'Unità' (m), 'Unità di lunghezza' (m), 'Unità angolare' (Gradi), 'Tolleranza relativa di riparazione di default' (1E-6), and 'Ricostruzione automatica' (checked). On the right, the 'Grafica' (Graphics) window is a large empty grid with axes ranging from -1.6 to 1.6. At the bottom, a 'Messaggi' (Messages) window shows the text 'COMSOL 5.1.0.234'.

COMSOL Multiphysics

Con l'interfaccia grafica di **COMSOL Multiphysics** è possibile costruire il modello e studiare il campo con il tipo di analisi già definiti nelle impostazioni de **Model Wizard**. Nell'interfaccia compaiono:

- 1) a sinistra una struttura ad albero, il **Model tree** o (**Model Builder**). Attraverso una struttura ad albero è possibile controllare la procedura di modellazione e le impostazioni dello studio con la sequenza prestabilita.
- 2) al centro il **Setting** menù attraverso il quale possono essere definite le unità di misura (in *geometry*), assegnare le proprietà dei materiali (in *materials*), inserire i valori delle forzanti (nella fisica selezionata), o scegliere le grandezze da valutare (in *results*)
- 3) a destra la finestra grafica **Graphics** in cui disegnare il modello
- 4) in basso a destra il **Message log**, dove saranno riportati i risultati del solve e del post processing

La costruzione del modello avviene attraverso l'albero del modello (*Model tree*), che è costituito da **rami principali** e da **rami locali** (o *sub-branch*). I *rami principali* servono per la definizione di parametri e funzioni che si possono utilizzare in qualunque fase del calcolo del campo. Attraverso i *rami locali* si possono definire tutta ha una serie di attributi, tramite le finestre di settings, validi per quel particolare modello.

Si procede con le seguenti fasi di definizione del modello, secondo l'ordine indicato:

- ✓ Il **Model branch**: serve per la definizione di modello, include i seguenti rami locali: **Definizioni**, **Geometria**, **Materiali**, **Fisica** e **mesh**
- ✓ Lo **Study branch**: dove è possibile impostare fasi di studio e configurazioni di risoluzione per risolvere un modello con uno o più tipi di studio (study types) per diverse analisi
- ✓ Il **Results branch**: per la presentazione e l'analisi dei risultati.

Metodo FEM

Problema vincolato al contorno: determinare la distribuzione della funzione potenziale Φ (scalare o vettoriale) all'interno della regione Ω con contorno $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ che è soluzione dell'equazione:

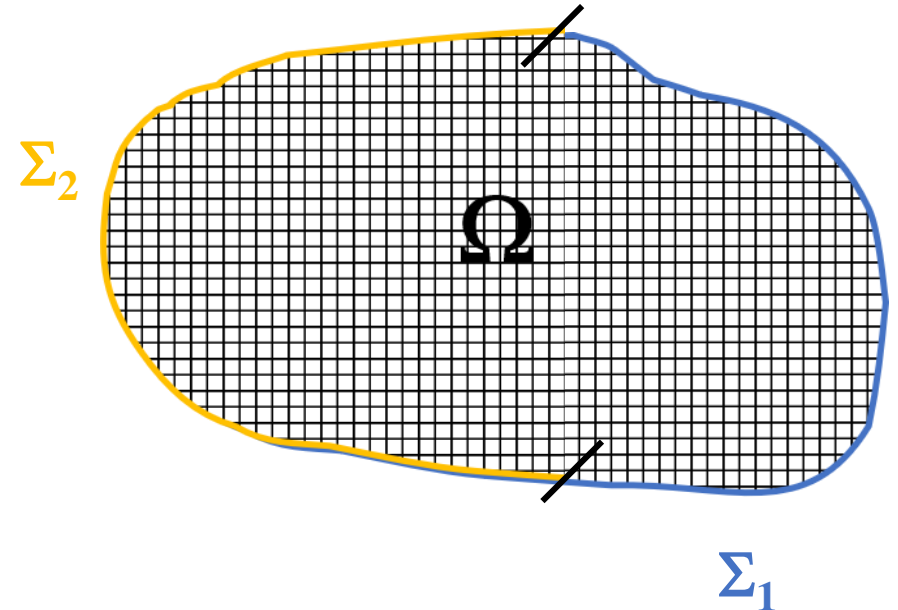
$$k\nabla^2 \Phi = -\chi$$

Condizioni al contorno:

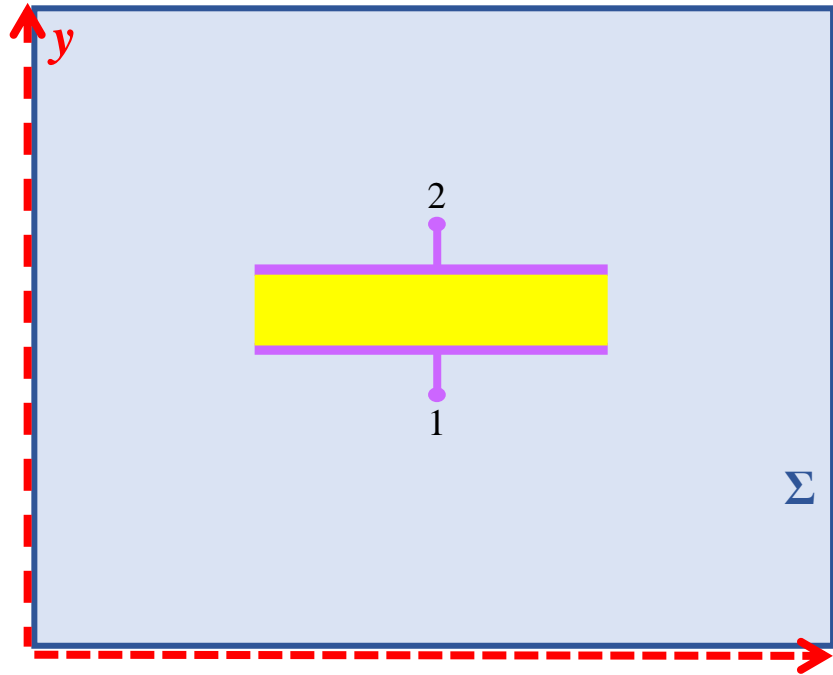
- $\Phi = \text{cost}$ su Σ problemi di Dirichlet
- $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ su Σ problemi di Neumann
- $\begin{cases} \Phi = \text{cost} & \text{su } \Sigma_1 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 & \text{su } \Sigma_2 \end{cases}$ mixed-boundary problem

$\frac{\partial \Phi}{\partial n}$ È la derivata di Φ in direzione normale a Σ .

Se \vec{n} è il versore della normale uscente dal contorno Σ : $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \nabla \Phi \cdot \vec{n}$



Esercitazione 1: condensatore piano



Geometria: *planare 2D* (potremmo anche studiare $\frac{1}{4}$ della sezione)

Sistema di riferimento: cartesiano (x,y,z) con $z=cost$

Fisica: *conservazione della carica su tutto il dominio* $\nabla \cdot \bar{D} = \rho$. In questo caso $\rho=0$, quindi $\nabla \cdot \bar{D} = 0 \rightarrow \nabla \cdot \epsilon \bar{E} = 0$ con $\bar{E} = -\nabla V$

Condizioni al contorno: $E_n = 0$ su tutti i lati di Σ . Questo forza \bar{E} ad essere tangente, perciò la permittività oltre il contorno del dominio ha valore infinito e la soluzione non viene calcolata. Stiamo risolvendo un **problema di Neumann**.

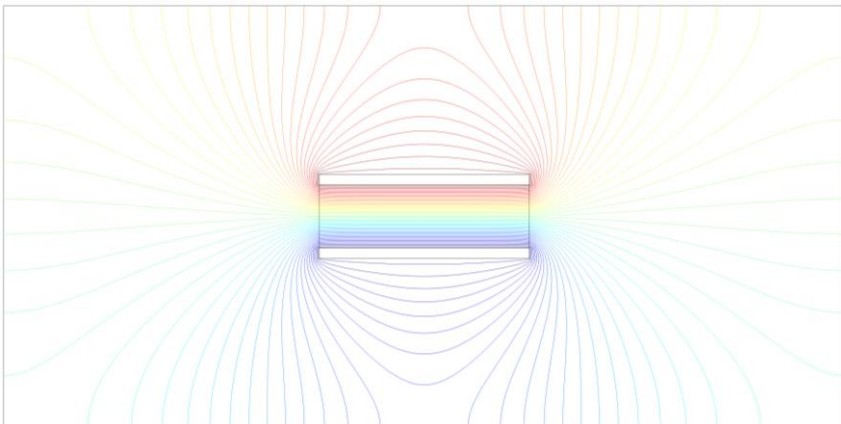
Sorgenti: $V_1=0, V_2=100 V$.

Assegnare $E_n = 0$ su tutto il bordo del dominio significa assegnare la derivata di V nella direzione normale a Σ :

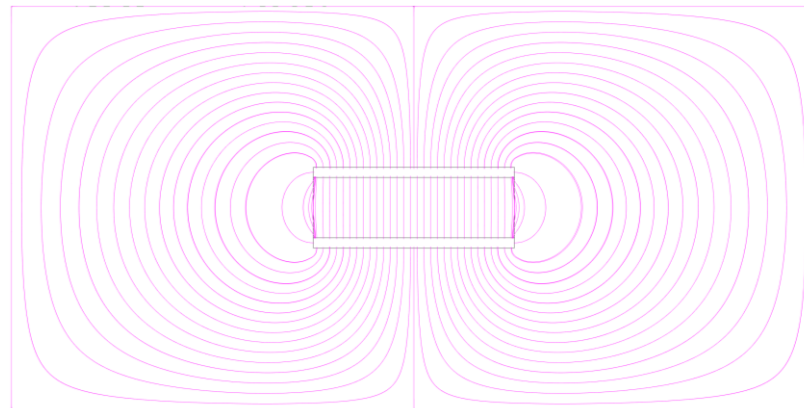
lungo l'asse x : $\vec{n} = -\vec{a}_y, E_n = 0 \rightarrow \bar{E} \cdot (-\vec{a}_y) = 0 \rightarrow -\nabla V \cdot (-\vec{a}_y) = \partial V / \partial y = 0$

lungo l'asse y : $\vec{n} = -\vec{a}_x, E_n = 0 \rightarrow \bar{E} \cdot (-\vec{a}_x) = 0 \rightarrow -\nabla V \cdot (-\vec{a}_x) = \partial V / \partial x = 0$

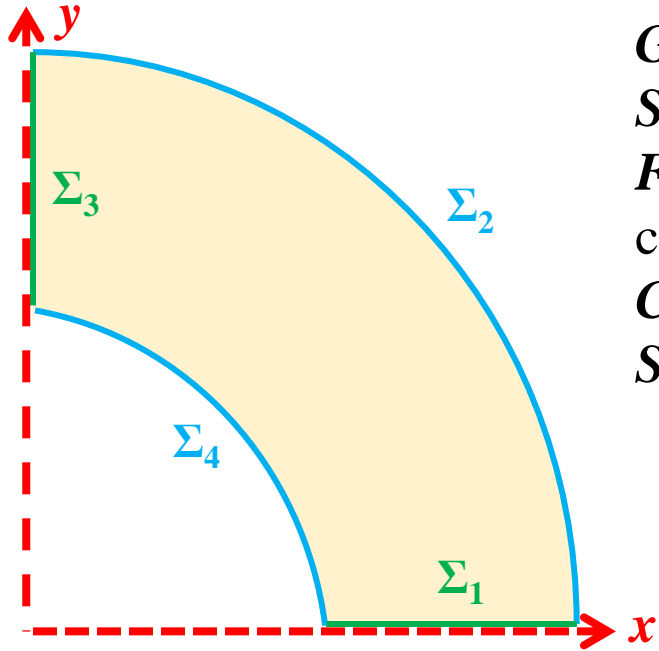
V : linee equipotenziali



\bar{E} : linee equiflusso



Esercitazione 3: conduttore cavo



Geometria: planare 2D (studiamo $\frac{1}{4}$ della sezione planare)

Sistema di riferimento: cartesiano (x,y,z) con $z=cost$

Fisica: conservazione della corrente su tutto il dominio. Nel modello stazionario la corrente si conserva ($\nabla \cdot \bar{J} = 0$)

Condizioni al contorno: $J_n=0$ su Σ_1 e Σ_3 . Questo forza il campo \bar{J} ad essere tangente.

Sorgenti: $V=1$ su Σ_2 , $V=0$ su Σ_4

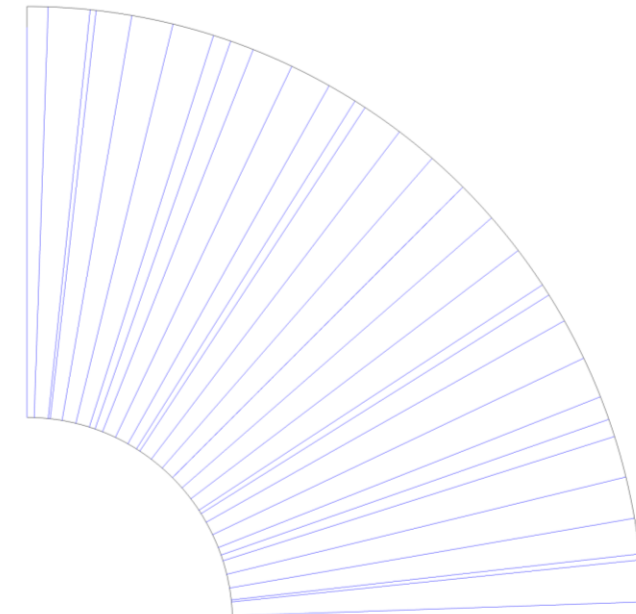
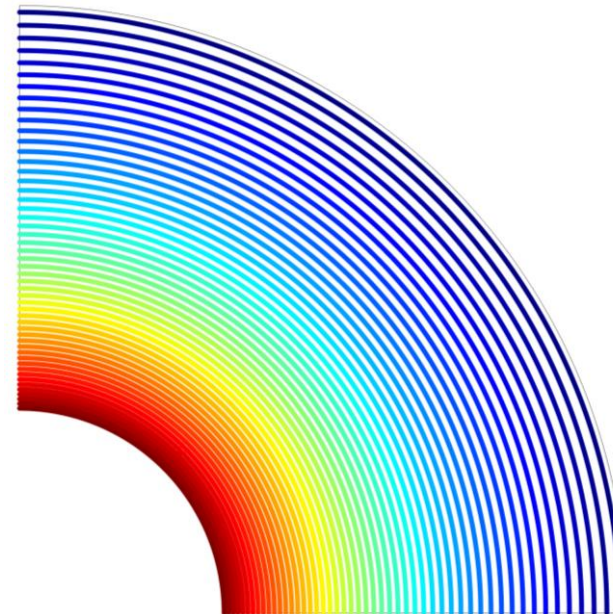
Imponendo $J_n=0$ su Σ_1 e Σ_3 stiamo assegnando delle condizioni di *Neumann*, infatti essendo $\bar{J} = -\gamma \nabla V$, lungo Σ_1 : $J_n = 0 \rightarrow \bar{J} \cdot \vec{a}_y = 0 \rightarrow -\gamma \nabla V \cdot (-\vec{a}_y) = 0 \rightarrow \partial V / \partial y = 0$).

Imponendo il valore $V=cost$ su Σ_4 e Σ_2 stiamo assegnando delle condizioni di *Dirichlet*.

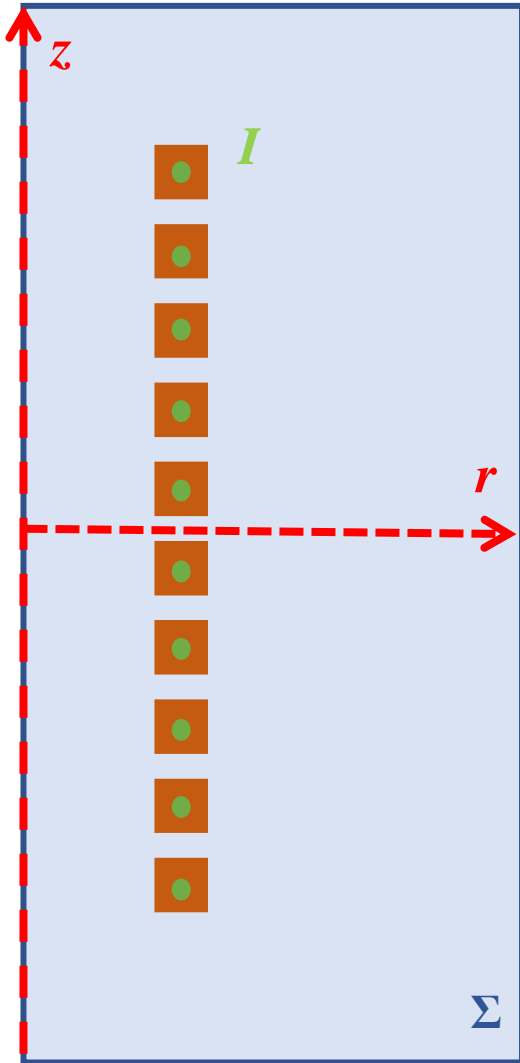
Lo studio è affrontato come un *problema misto*.

V : Linee equipotenziali

\bar{J} : Linee equiflusso



Esercitazione 3: solenoide corto in aria



Geometria: assialsimmetrica 2D (studiamo 1/2 sezione)

Sistema di riferimento: cilindrico (r, z, ϕ) con $\phi = \text{cost}$

Fisica: Legge di Ampere. La componente tangente di \vec{B} è discontinua tra 2 mezzi a permeabilità diversa se c'è una densità superficiale di corrente

Condizioni al contorno: $B_n = 0$ su tutti i bordi del dominio esterno Σ . Questo forza \vec{B} ad essere tangente a tutto il bordo esterno, il che equivale ad imporre l'**isolamento magnetico** (\vec{B} non penetra attraverso il contorno Σ).

Sorgenti $I = 100 \text{ A}$ $\rightarrow J = 100/\text{S}_{\text{spira}}$

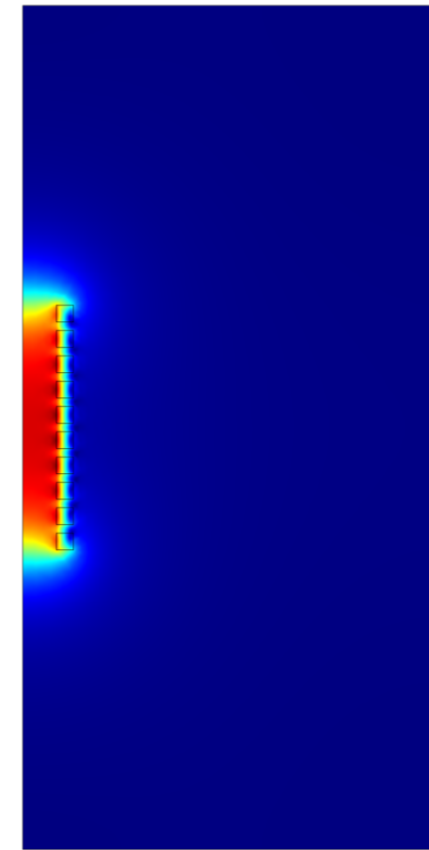
Assegnando $B_n = 0$ su Σ imponiamo in realtà delle condizioni sulla derivata di \vec{A} . Prendiamo come esempio il bordo inferiore:

$$B_z = 0 \rightarrow \vec{B} \cdot \vec{a}_z = 0 \rightarrow (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{a}_z = 0$$

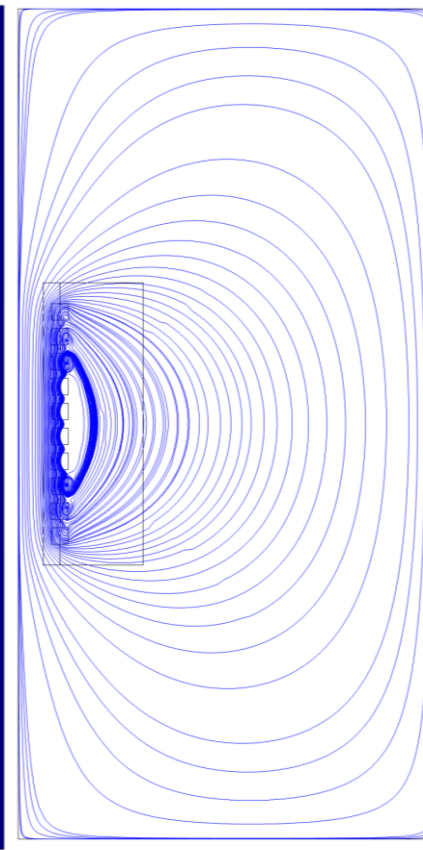
lo studio è dunque affrontato come un **problema di Neumann**.

$$\frac{\partial r \bar{A}_\phi}{\partial r} - \frac{\partial \bar{A}_r}{\partial \phi} = 0, \text{ essendo } \phi = \text{cost} \rightarrow \frac{\partial \bar{A}_\phi}{\partial r} = 0.$$

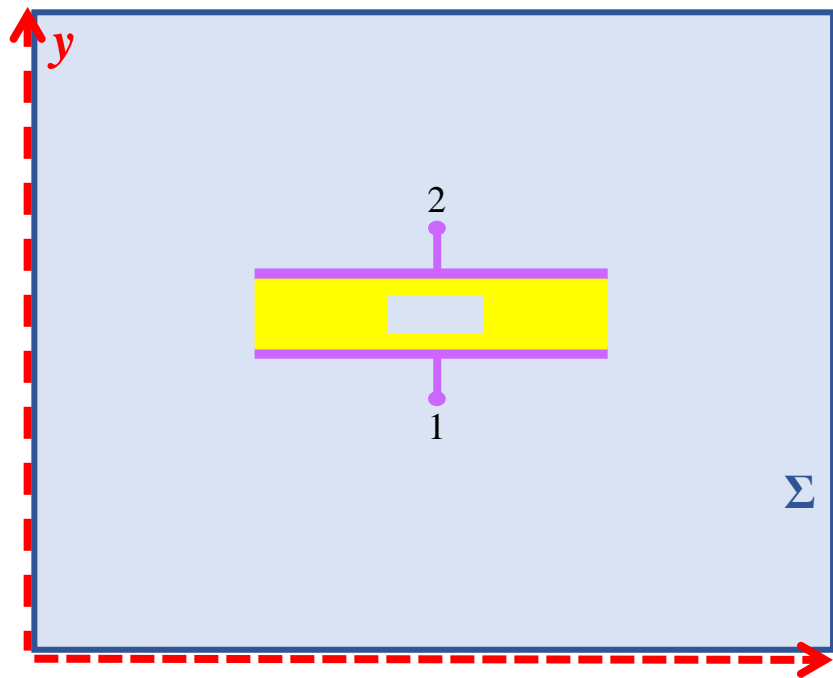
\vec{B} : modulo



\vec{B} : Linee equiflusso

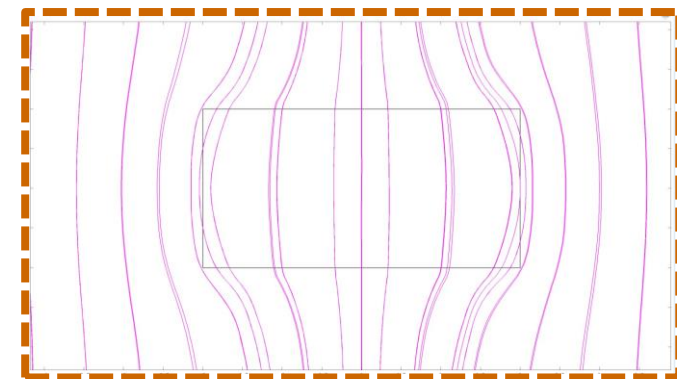


Esercitazione 4: condensatore piano con intercapedine

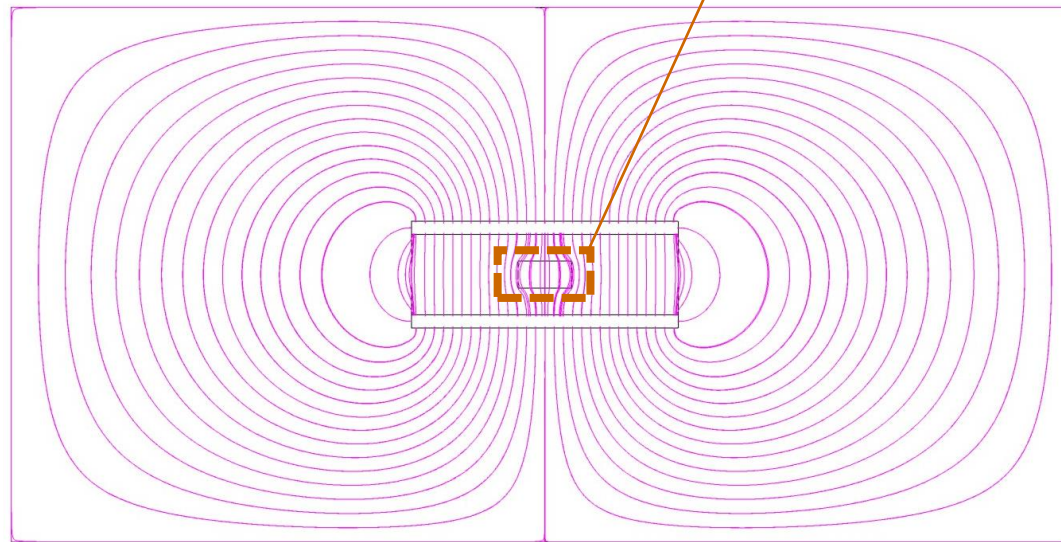
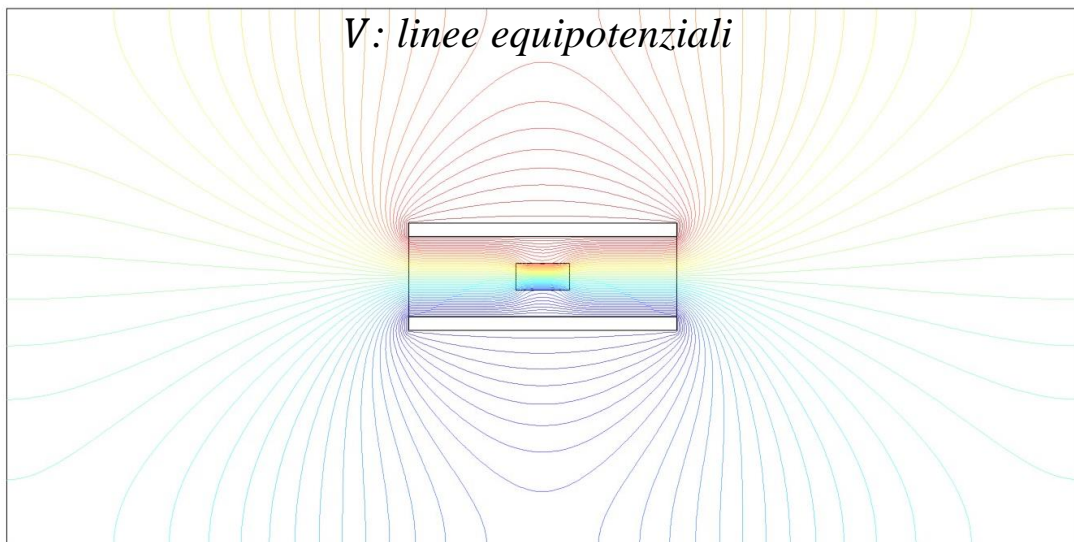


*Sfruttare il condensatore dell'esercitazione 1 e aggiungere un'intercapedine di aria al centro del dielettrico: sottrarre la il rettangolo di aria dal dielettrico di porcellana: **Geometry** → **boolean and partition** → **difference***

Per gli effetti di bordo le linee di campo tendono ad addensarsi sui lati della cavità. Quando l'angolo di incidenza del campo in corrispondenza della superficie di separazione tra il dielettrico e l'intercapedine d'aria è diverso da zero, devia avvicinandosi alla normale nel mezzo con permittività più bassa (l'aria).

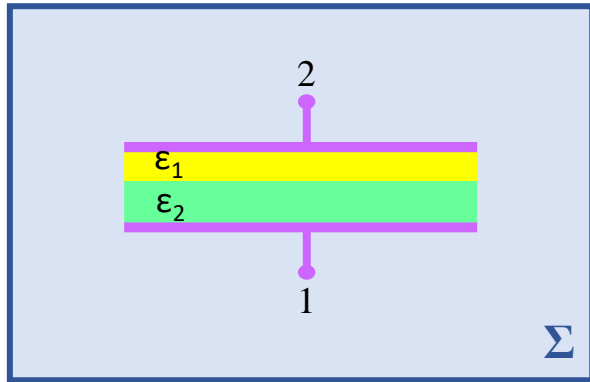


\vec{E} : Linee equiflusso

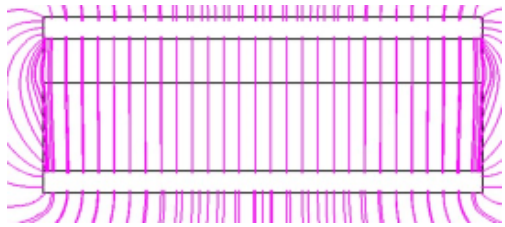


Esercitazione 4: condensatore piano con 2 dielettrici

Dielettrici in serie ($\epsilon_1 < \epsilon_2$)



\vec{E} : Linee equiflusso

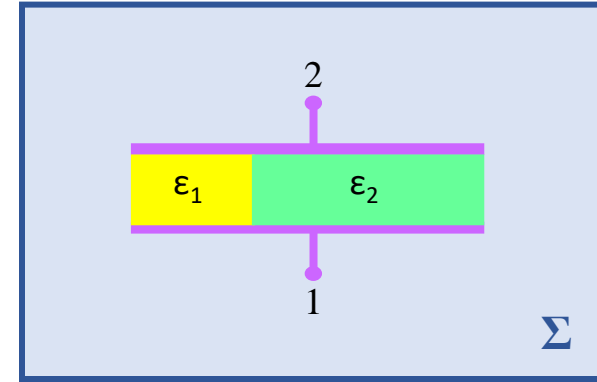


Lungo la superficie di separazione tra i due dielettrici Le linee di campo hanno angolo di incidenza nulla quindi non c'è deviazione

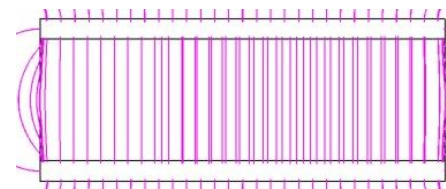
Verificare che analiticamente e Tramite COMSOL:

- $|\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$
- $|\vec{D}_1| = |\vec{D}_2|$
- $\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

Dielettrici in parallelo ($\epsilon_1 < \epsilon_2$)



\vec{E} : Linee equiflusso



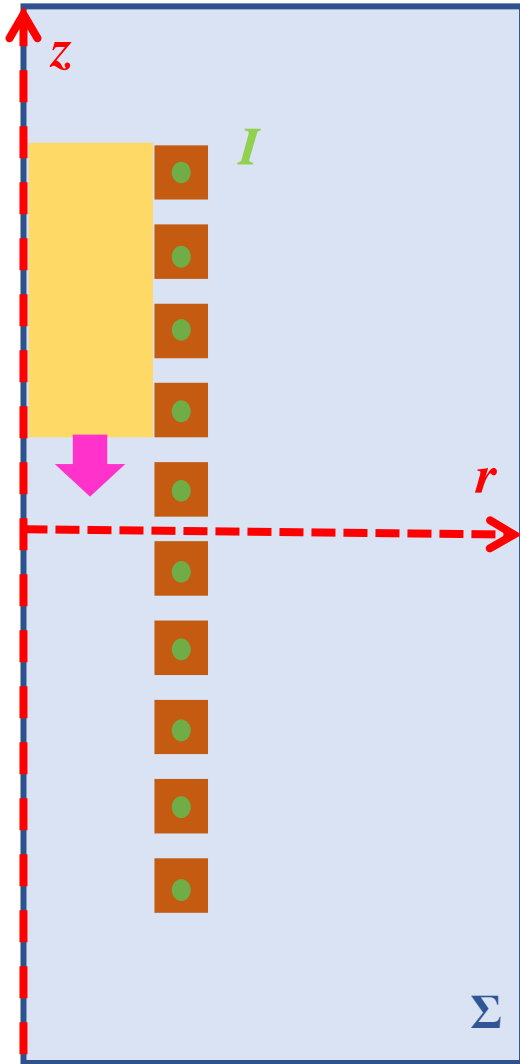
La densità del flusso elettrico è maggiore nel dielettrico permittività più alta

Verificare che analiticamente e Tramite COMSOL:

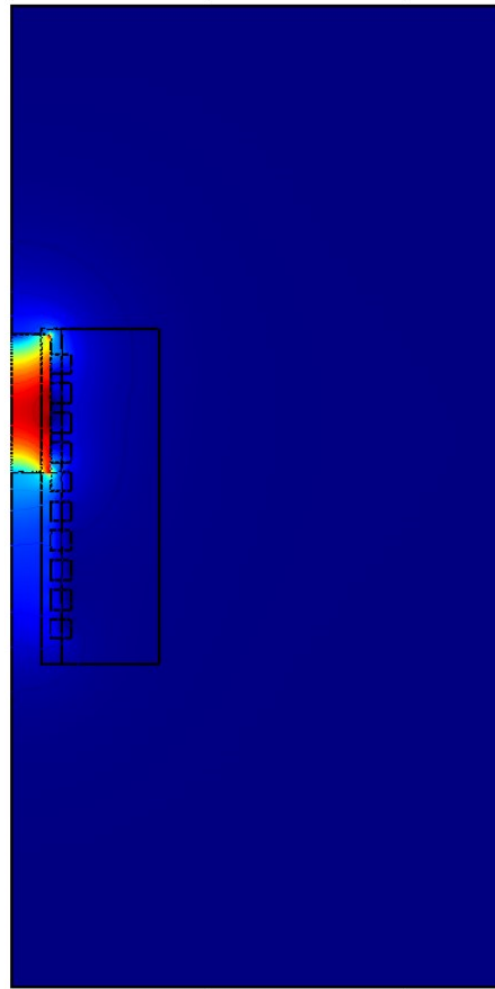
- $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$
- $|\vec{D}_1| < |\vec{D}_2|$
- $C_{tot} = C_1 + C_2$

Esercitazione 4: solenoide parzialmente avvolto su ferro

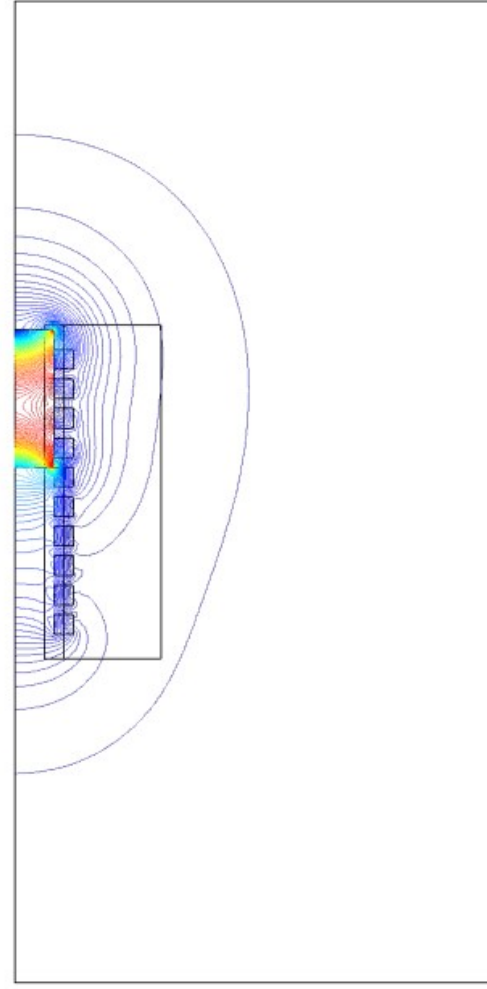
Sfruttare l'avvolgimento dell'esercitazione 3 e aggiungere un nucleo in ferro nella parte cet



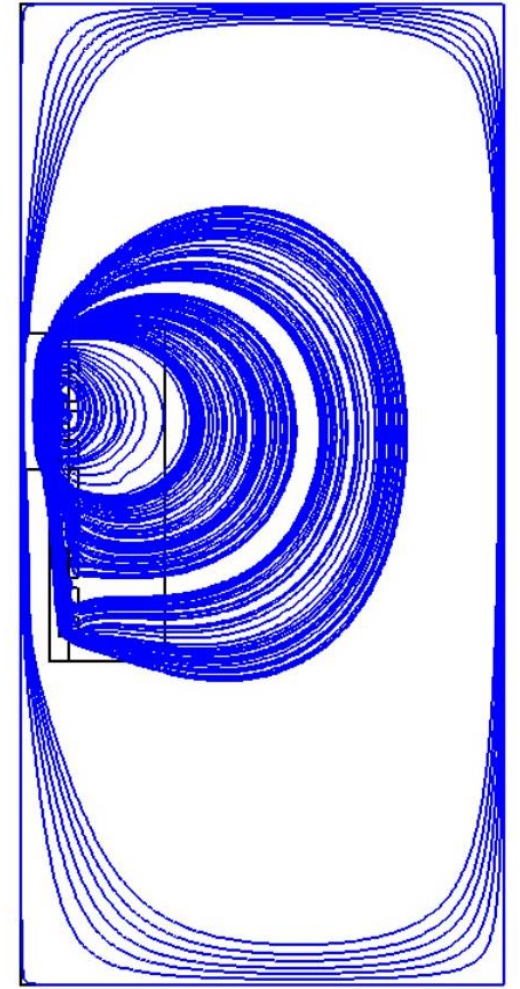
\bar{B} : modulo



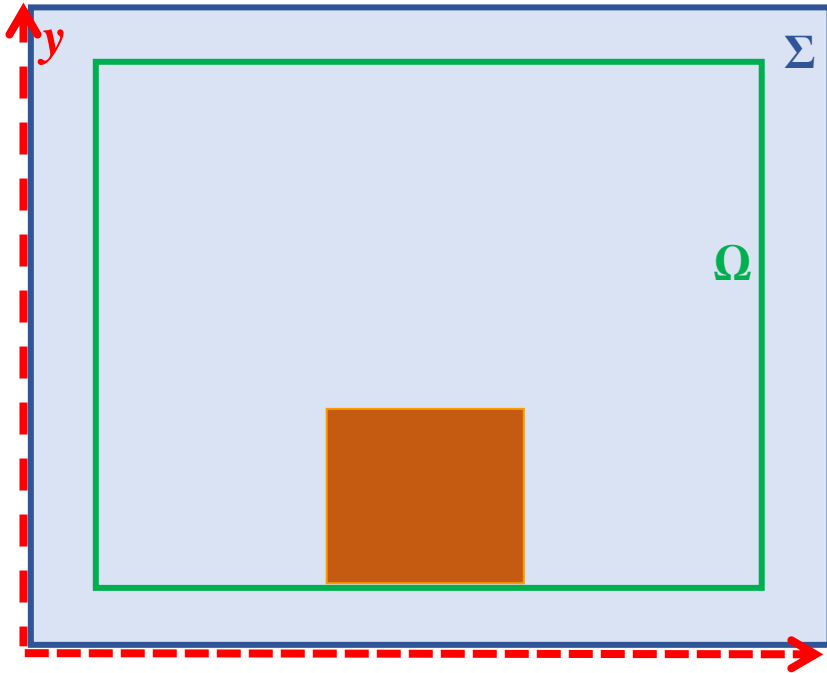
$|\bar{A}|$: linee equipotenziali



\bar{B} : Linee equiflusso



Esercitazione 5: correnti indotte



Geometria: planare 2D

Sistema di riferimento: cartesiano (x,y,z) con $z=cost$

Fisica: Legge di Ampere. La componente tangente di \bar{B} è discontinua tra 2 mezzi a permeabilità diversa se c'è una densità superficiale di corrente

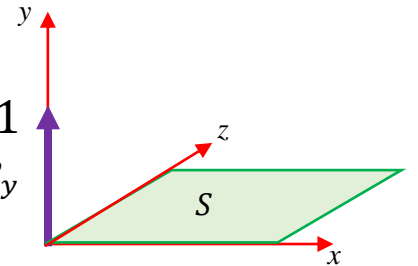
Condizioni al contorno: $B_n=0$ su tutti i bordi di Σ . Questo forza \bar{B} ad essere tangente a tutto il bordo esterno, il che equivale ad imporre l'isolamento magnetico (\bar{B} non penetra attraverso il contorno Σ).

Sorgenti: Induzione applicata lungo la direzione y su Ω , $B_y=1$ T e $f=50$ Hz

$$\bar{B} = \bar{\nabla} \times \bar{A} \quad [T]$$

$$\Phi = \oint_l \bar{A} \cdot d\bar{l} = A_z(\text{per } x=0) \cdot 1 + A_z(\text{per } x=1) \cdot 1$$

$$A_z(\text{per } x=1) = 0 \text{ Wb/m} \quad \Rightarrow \quad A_z(\text{per } x=0) = \Phi = B_y \cdot S \quad \Rightarrow \quad B_y = A_z = 1 \text{ Wb/m per } x=0$$



$$\text{Infatti se poniamo } \bar{A} = A_z \vec{a}_z \quad \Rightarrow \quad \bar{B} = B_y \vec{a}_y = \bar{\nabla} \times \bar{A} = -\frac{\partial A_z}{\partial x} \vec{a}_y$$

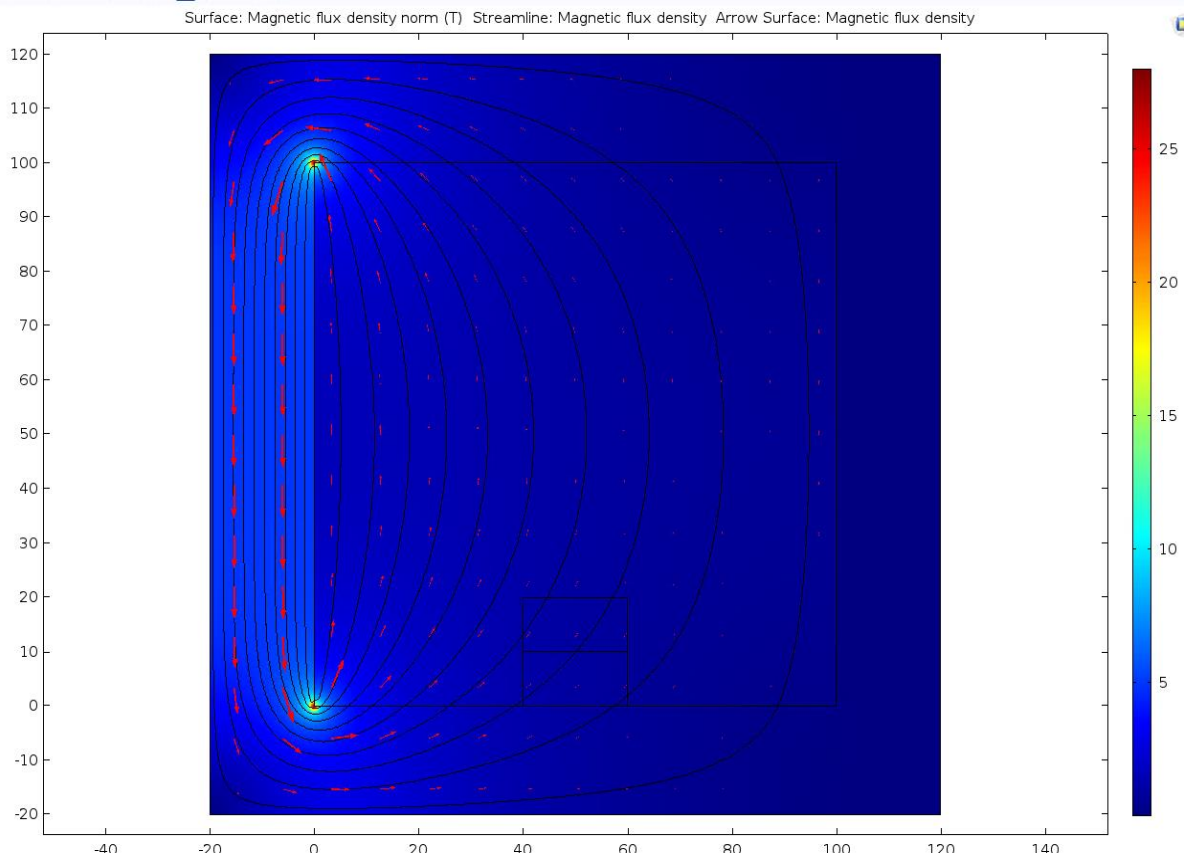
Studiare il campo nei seguenti casi nell'intervallo di tempo $0 \div 2$ s con $\Delta t=0.01$ (ogni semiperiodo)

- 1) corrente sinusoidale nella barra conduttrice 0 A e fase 0 prima di inserire il conduttore in rame
- 2) corrente sinusoidale nella barra conduttrice 0 A e fase 0 dopo aver inserito il conduttore in rame
- 3) corrente sinusoidale di 5000 A e fase 0 nella barra conduttrice in rame

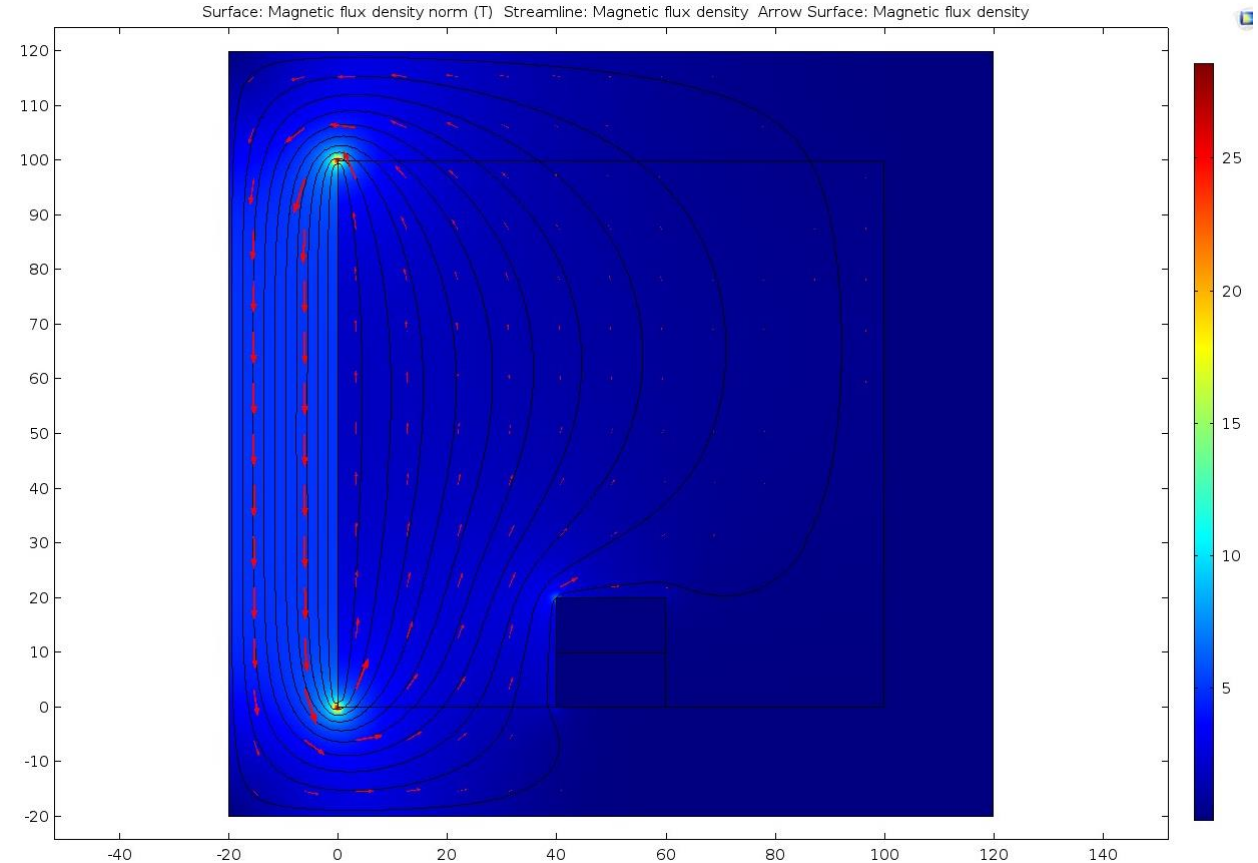
Esercitazione 5: correnti indotte

$t=0$ s:

Modulo dell'Induzione Magnetica e linee equiflusso



Caso 1: B si distribuisce in tutto lo spazio



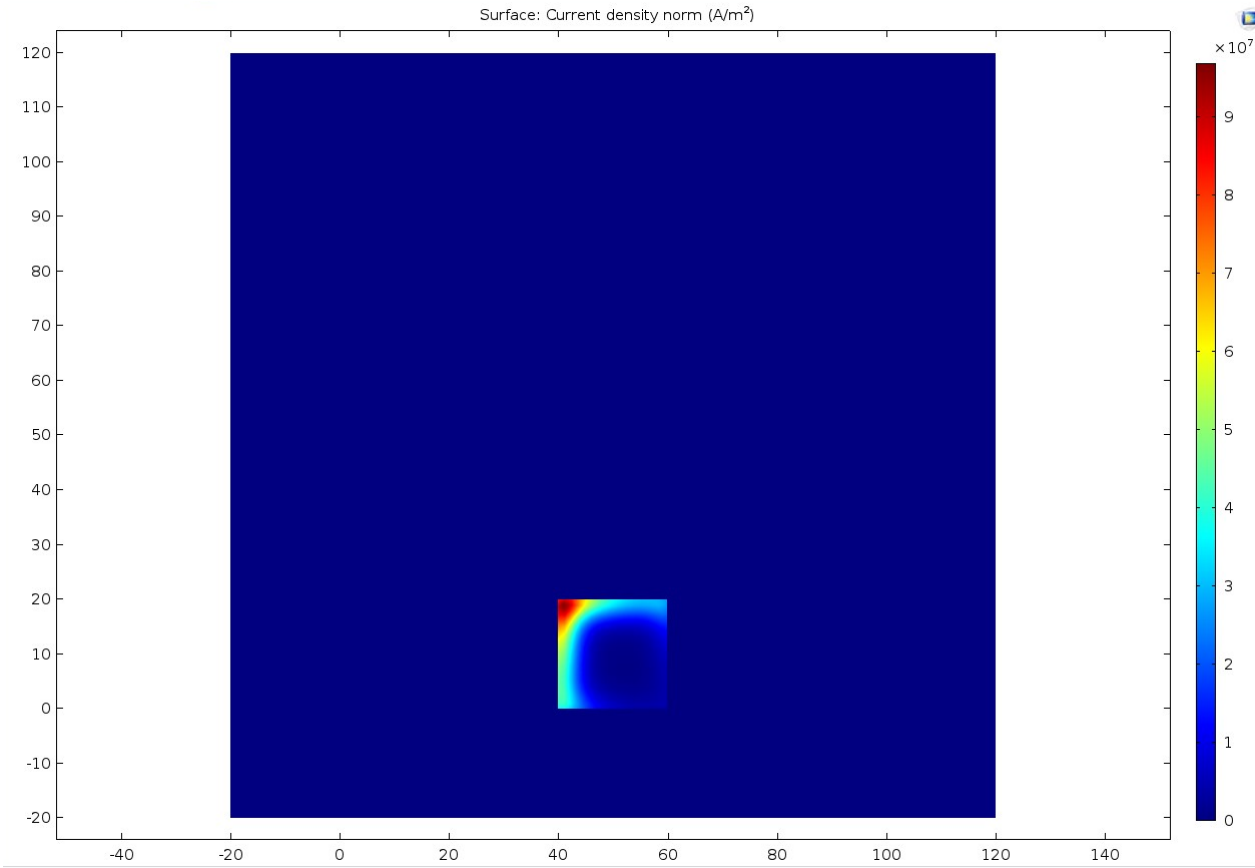
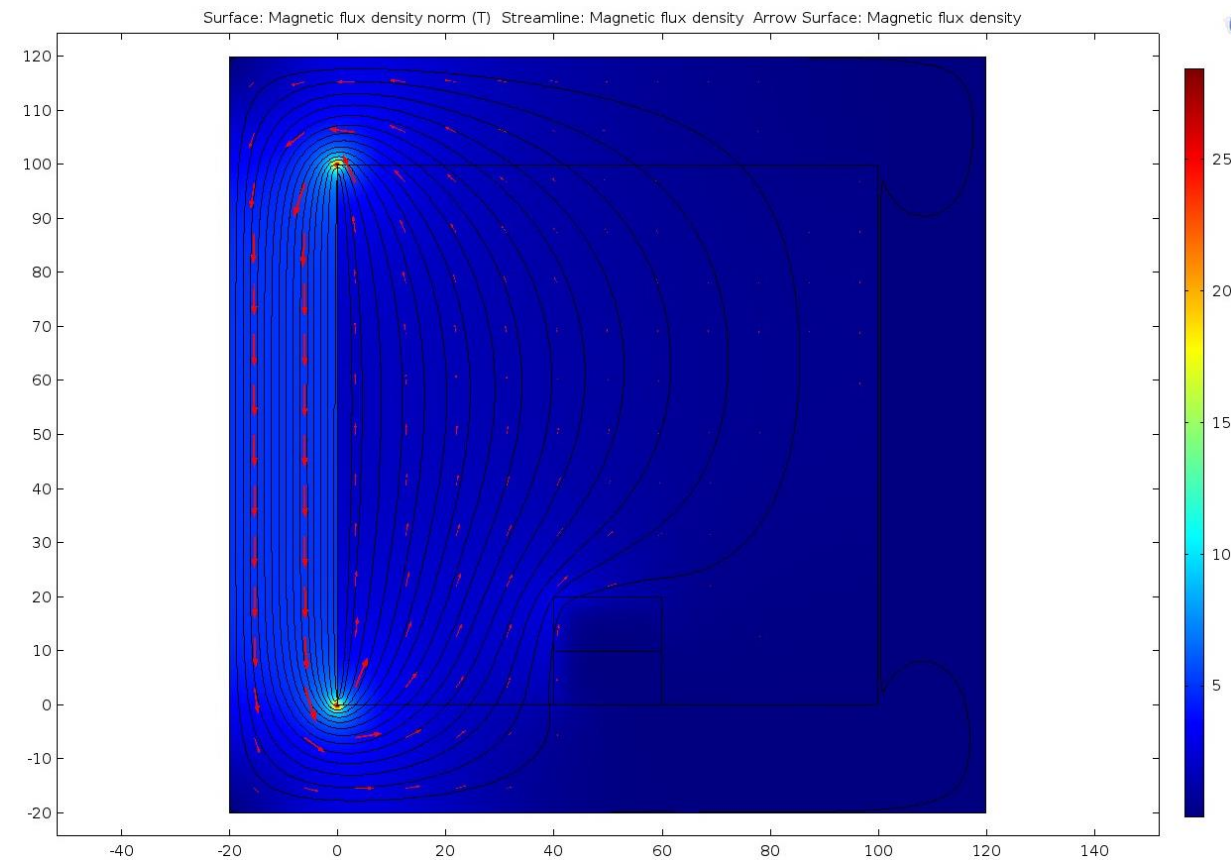
Caso 2: le linee il campo dell'induzione Magnetica aggirano il conduttore, la corrente indotta è confinata in uno strato superficiale sottilissimo sulla superficie del conduttore ed impedisce al campo di penetrare

Esercitazione 5: correnti indotte

Caso2, $t=0.02$ s:

**Modulo dell'Induzione Magnetica
e linee equiflusso**

Modulo della densità di corrente

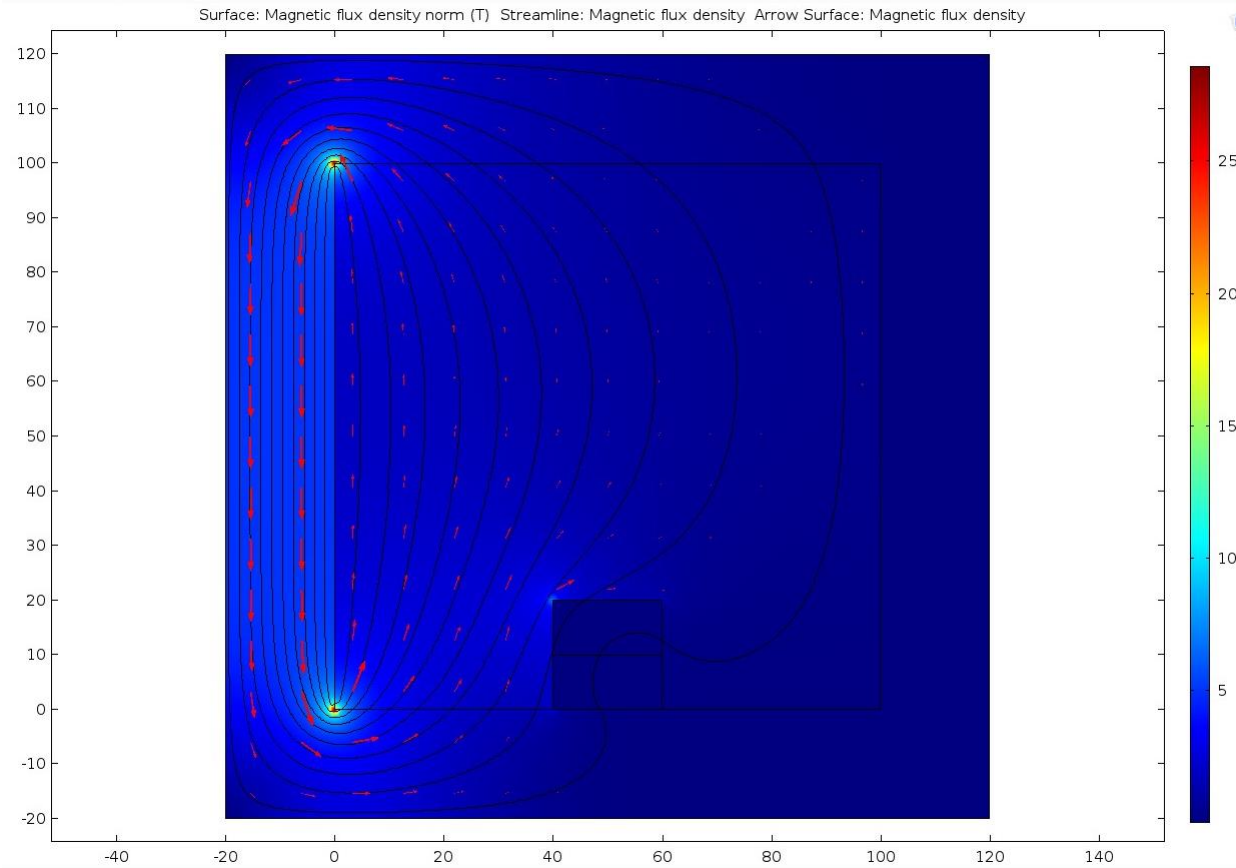


Caso 2: via via che la corrente si diffonde le linee il campo dell'induzione Magnetica penetrano nel conduttore

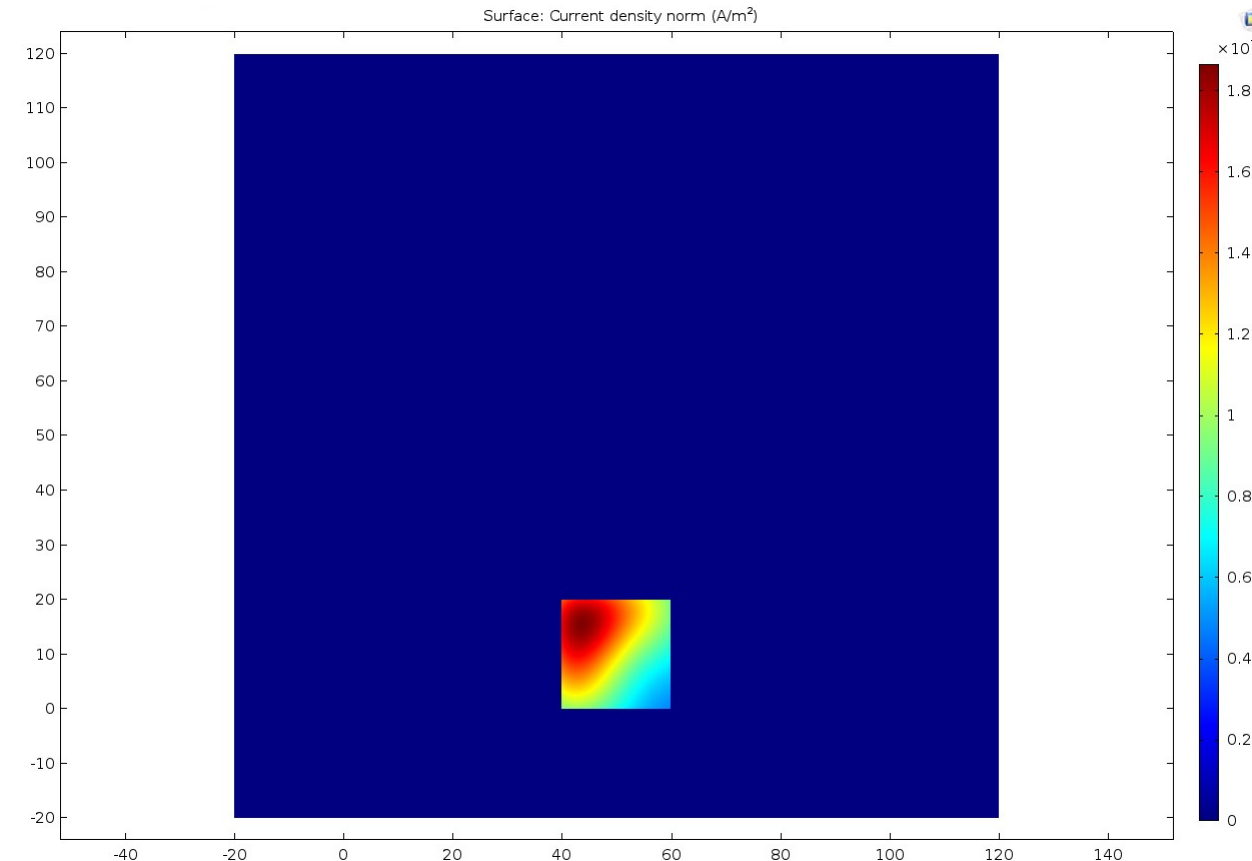
Esercitazione 5: correnti indotte

Caso2, $t=0.2$ s:

**Modulo dell'Induzione Magnetica
e linee equiflusso**



Modulo della densità di corrente

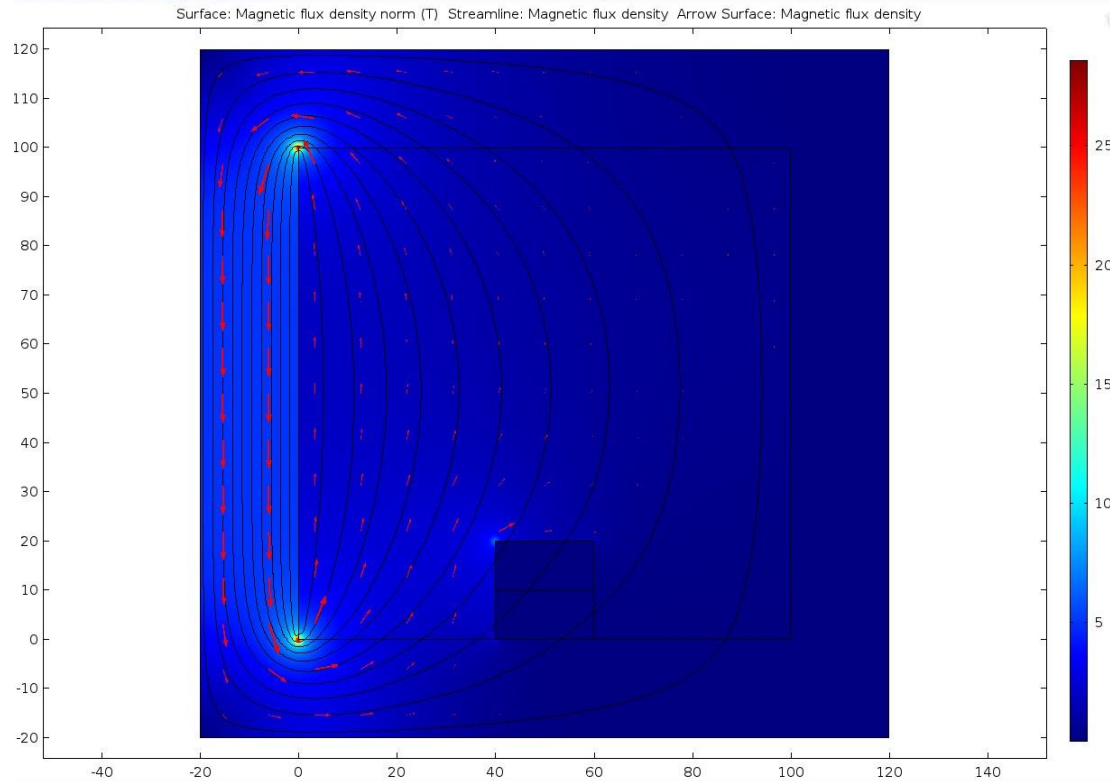


Caso 2: via via che la corrente si diffonde le linee il campo dell'Induzione Magnetica penetrano nel conduttore

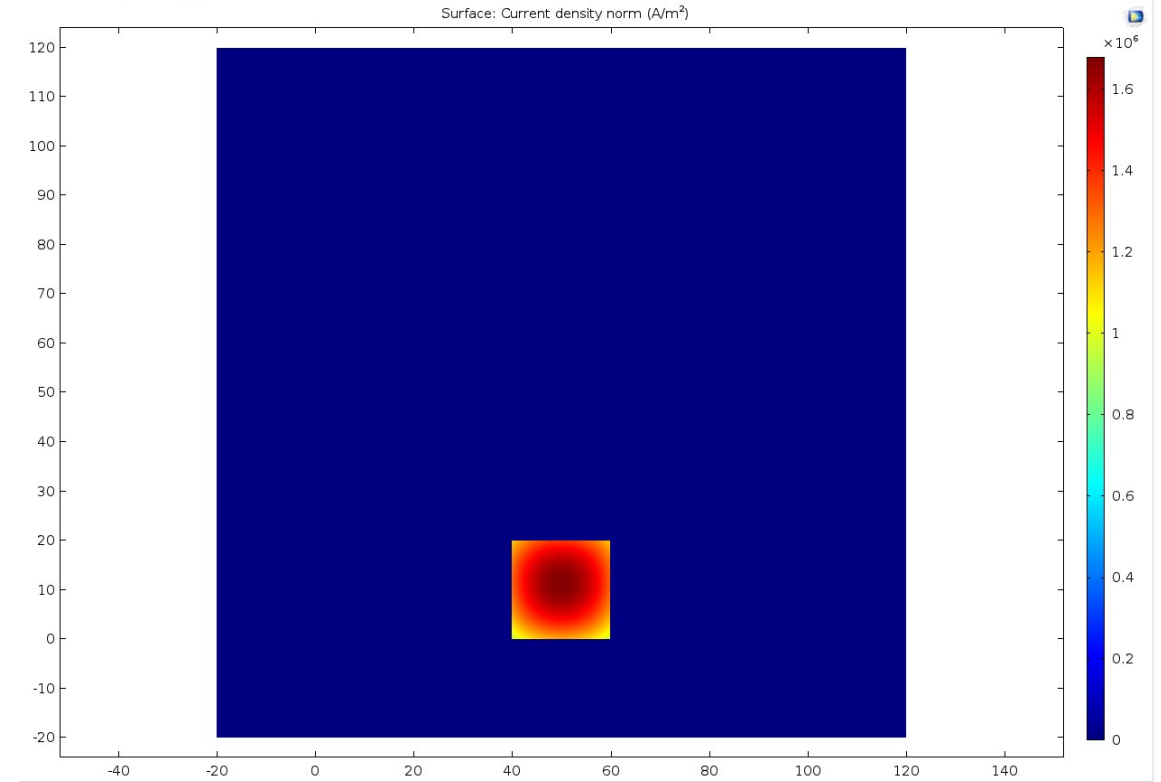
Esercitazione 5: correnti indotte

Caso 2, $t=2$ s:

**Modulo dell'Induzione Magnetica
e linee equiflusso**



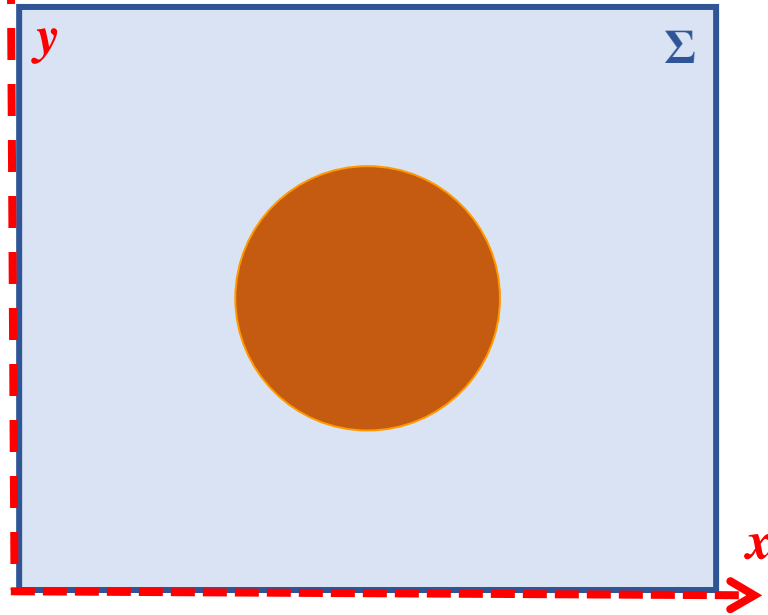
Modulo della densità di corrente



Caso 2: a regime, la corrente si è distribuita su tutto il conduttore, le linee il campo dell'induzione Magnetica penetra in tutto il conduttore, l'effetto pelle non è visibile perché la frequenza è bassa.

Caso 3: per tutti gli istanti, la distribuzione l'induzione magnetica è della densità di corrente sono del tutto simili a quelle del caso 2 perché la densità di corrente esterna è un ordine di grandezza inferiore a quella indotta.

Esercitazione 5: effetto pelle



Geometria: planare 2D

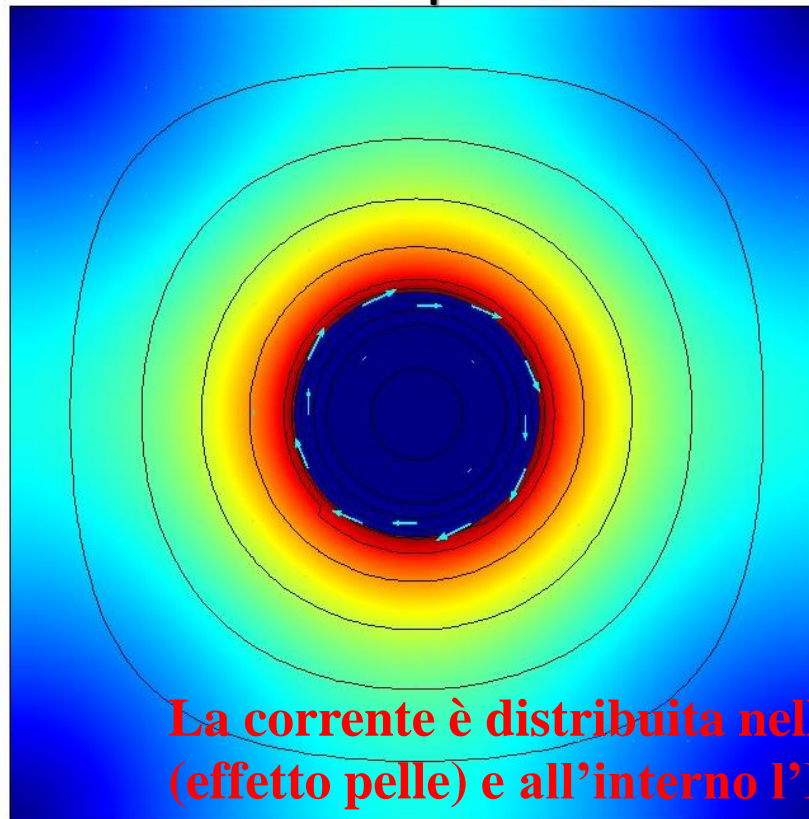
Sistema di riferimento: cartesiano (x,y,z) con $z=cost$

Fisica: Legge di Ampere. La componente tangente di \bar{B} è discontinua tra 2 mezzi a permeabilità diversa se c'è una densità superficiale di corrente

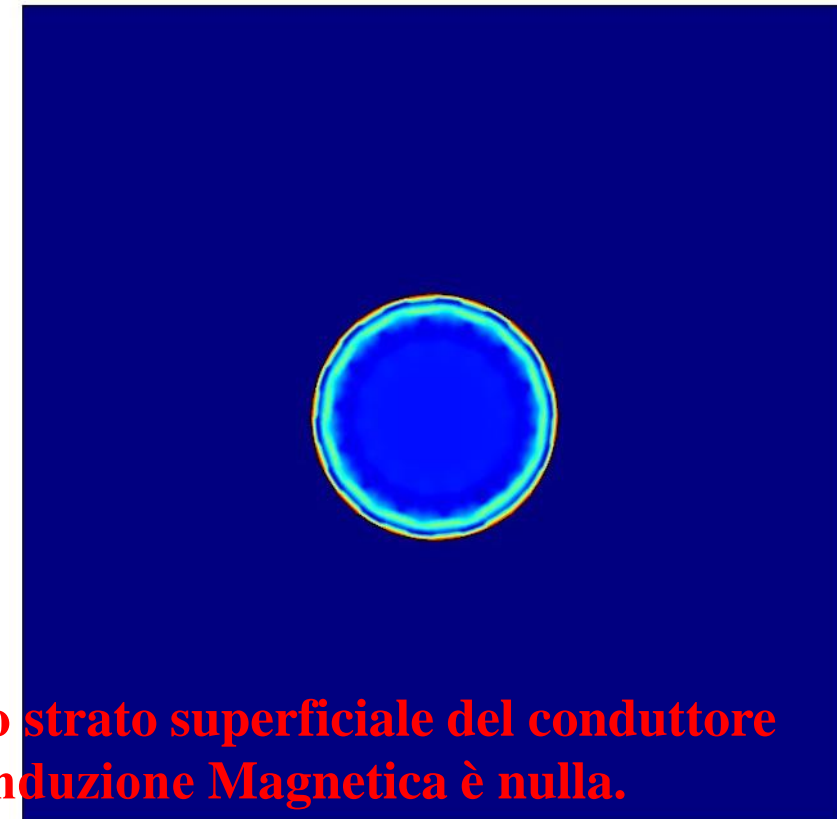
Condizioni al contorno: $B_n=0$ su tutti i bordi di Σ . Questo forza \bar{B} ad essere tangente a tutto il bordo esterno, il che equivale ad imporre l'isolamento magnetico (\bar{B} non penetra attraverso il contorno Σ).

forzanti: Corrente sinusoidale applicata lungo la direzione z , $I_M=1000$ e $f=1$ kHz

Modulo dell'Induzione Magnetica e linee equiflusso



Modulo della densità di corrente



La corrente è distribuita nello strato superficiale del conduttore (effetto pelle) e all'interno l'Induzione Magnetica è nulla.