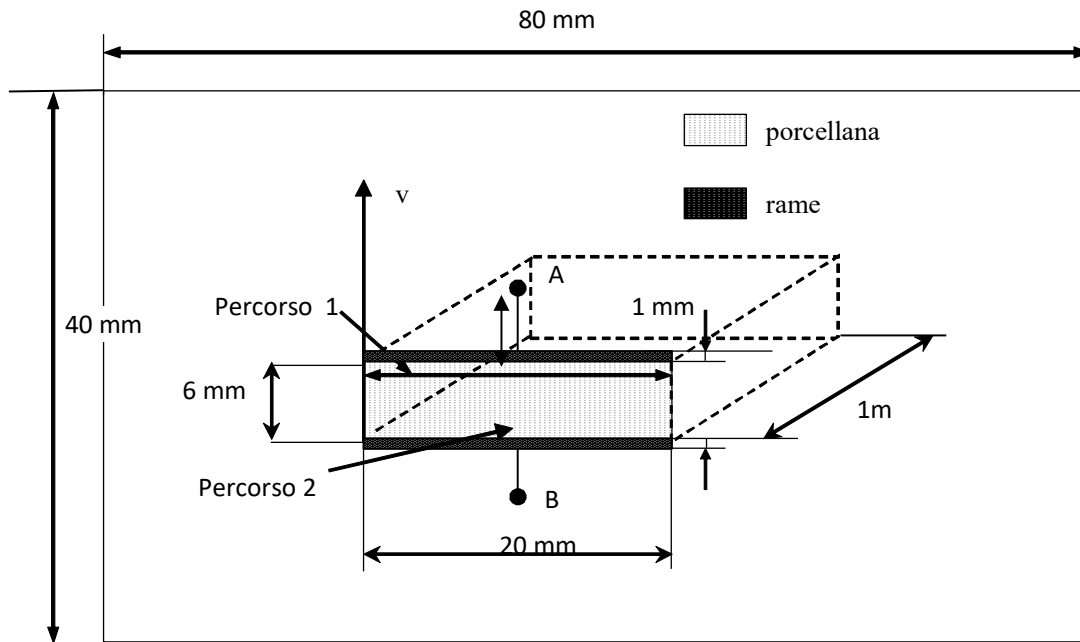


Esercitazione 1

Analisi 2D di campo elettrostatico

Condensatore ad armature piane con dielettrico in porcellana



DATI:

- **Materiali:**
dielettrico: $\epsilon_{\text{porcellana}} = 5.7$
 $\epsilon_{\text{aria}} = 1$
Armature: $\epsilon_{\text{rame}} = 1$
- **Sorgenti:**
 V (armatura A) = 100 V
 V (armatura B) = 0 V
- **Condizioni al contorno:**
 carica nulla $C=0$

N.B. Il problema potrebbe essere implementato modellando solamente $\frac{1}{4}$ della geometria. Nel caso si scegliesse questa strada è bene ricordare che i risultati che si otterranno dovranno essere rielaborati per ottenere quelli relativi all'intero condensatore; inoltre la d.d.p. tra la sola armatura A e la mezzeria del dielettrico dovrà essere di 50V.

➤ *mappare le linee equipotenziali e le linee equiflusso*

calcolare:

- la carica sulle due armature usando il teorema di Gauss
- il campo Elettrico al centro della porcellana e sulla superficie di separazione tra dielettrico e armature.
- il valore della capacità elettrica
- l'energia $W[J]$ e $w[J/m^3]$ immagazzinata nel dielettrico
- le forze di attrazione tra le due armature

confrontare i valori con quelli ottenuti analiticamente (trascurando gli effetti di bordo):

$E_{\text{dielettrico}} [V/m]$	$W_{\text{porcellana}} [J/m^3]$	$Q [C]$	$C_{AB} [F]$	$F_{AB} [N]$

Traccia per la realizzazione attraverso il software COMSOL 5.1

IMPOSTAZIONE DEL MODEL WIZARD

- Cliccare sul tasto Model Wizard per accedere alla interfaccia **MODEL WIZARD**.

Scelta del dominio

- Dalla finestra **Select Space Dimension** Selezionare **2D**

Scelta del modello fisico

- Dalla finestra **Select Physics** selezionare **AC/DC--> Electrostatics** (⚡).

Il modello fisico **Electrostatics** permette impostare le equazioni, le condizioni al contorno, e le cariche spaziali per la modellazione la determinazione della grandezza di campo scalare potenziale elettrico, in condizioni statiche.

- Cliccare **Add** (simbolo freccia a destra)

Il problema elettrostatico viene risolto a partire da una distribuzione nota di carica, o di potenziali costanti assegnati ai conduttori e la variabile dipendente è il potenziale elettrico: **Electric potential V**.

- Cliccare sul tasto **Study** per entrare nella finestra grafica **Select Study**, per eseguire analisi in regime stazionario. Premi su **DONE**

Scelta del tipo di analisi

- Nella sottosezione **Preset Studies** selezionare → **Stationary**
- Click su **Done** per aggiungere lo Studio Selezionato e la Fisica e concludere questa prima fase delle impostazioni (Add Select Study and Phisycs and finish) e accedere alla finestra grafica successiva

Appare la finestra grafica del modello

Creazione del file del modello

Selezionare dal Menu Bar su File l'opzione **new** o **save as** digitare il nome del file scelto
Sarà memorizzato un file con estensione mph → **nome_file.mph**

PREPROCESSING

Disegno della geometria

Il primo passo è quello di impostare le unità di misura del modello:

- Cliccare su **Geometry**, nella finestra **Settings** impostare **Lenght unit** → **mm**, cliccare **Built All** (pulsante in alto a destra della finestra settings).
- Nella finestra **Model Builder** cliccare col tasto destro del mouse su **Geometry I** e scegliere gli oggetti da utilizzare per modellare la geometria del condensatore:

Per disegnare il condensatore impostare per ciascuna delle parti che lo compone:

- le dimensioni → **Size** → **Width e Height**
- il punto base relativo al centro della figura o dello spigolo → **Position**
- la rotazione dell'elemento rispetto al punto di base (Position) → **Rotation angle**

Rectangle 1

Il primo rettangolo permette di creare il dielettrico:

Width: 20mm, Height: 6mm,

Position → **Base** → **Center** → (x=0, y=0, z=0),

Rotation angle: 0 deg.

Nella finestra **Settings**, Cliccare su **Built All Objects** (cliccare il secondo pulsante in alto a destra della finestra settings)

Rectangle 2

Il secondo rettangolo permette di creare l'armatura superiore:

Width: 20mm, Height: 1mm,

Position → **Base** → **Center** → (x=0, y=3.5, z=0),

Rotation angle: 0 deg.

Rectangle 3

Procedere come indicato al punto precedente per disegnare l'armatura inferiore

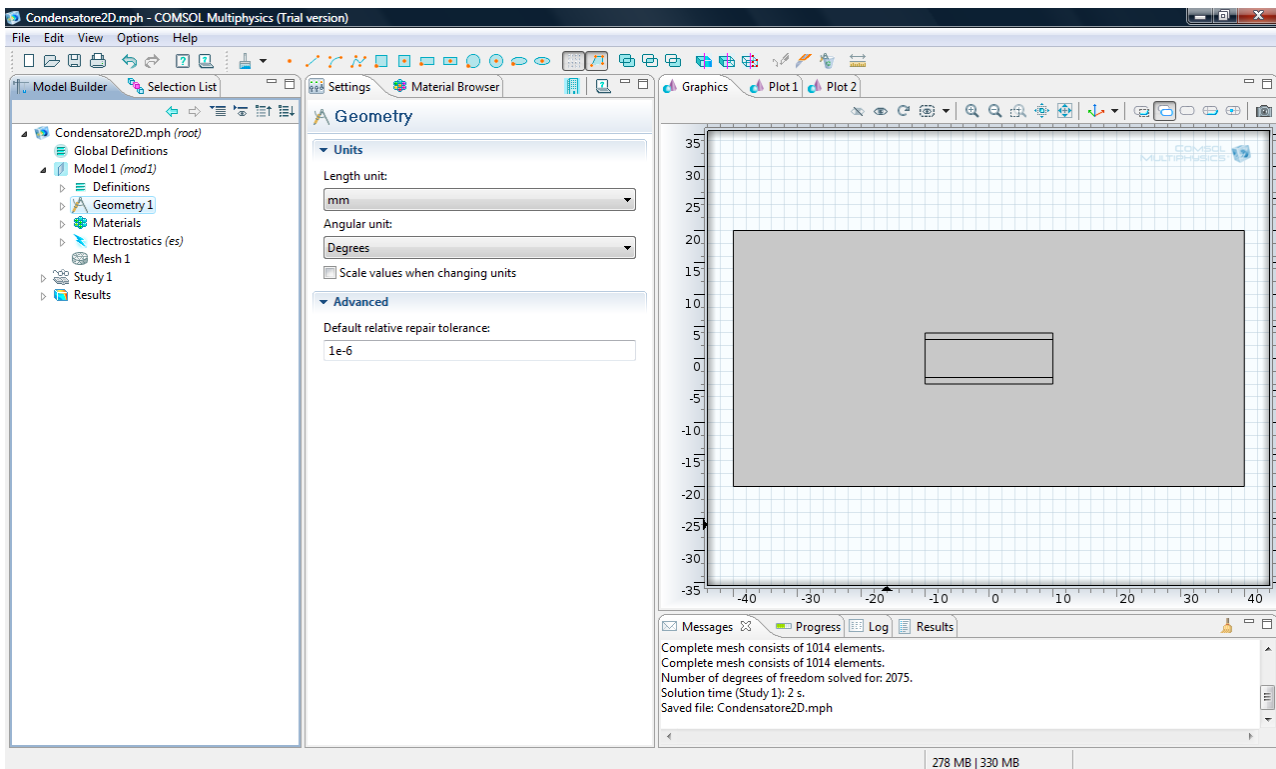
Rectangle 4

Definizione delle dimensioni della regione d'aria interessata dal campo.

Procedere come indicato al punto precedente disegnando un rettangolo che contiene il condensatore con le dimensioni della regione di interesse (**80 mm x 40 mm**)

- Cliccare su **Built all**.

Per modificare le caratteristiche di un oggetto: cliccare sopra l'oggetto per evidenziarlo, comporre la finestra di **Settings** sulla quale si può agire



Cliccando con il destro sul nodo **Form union** si accede alla interfaccia grafica **Finalize** e si conclude la costruzione della geometria. Per il nodo **Form union** sono previste due opzioni (vedi menu a tendina):

- 1) **Form union**: unisce tutti gli oggetti della geometria in un unico oggetto geometrico
- 2) **Form an assembly**: non unisce gli oggetti geometrici. Il programma costruisce la geometria finale collegando gli oggetti come parti di un oggetto assemblato.

Per il nostro esempio scegliamo la prima opzione.

Form Union → action: **Form union** → **Build Selected**

In questo modo abbiamo definito i contorni dei 4 domini:

dominio → ARIA

armatura A, Armatura B → ARMATURE

dielettrico → DIELETTICO

Occorre ora definire i materiali.

Assegnazione dei materiali

Definire 3 materiali: Aria, Dielettrico e Metallo. La sola proprietà che occorre definire nella formulazione elettrostatica è la costante dielettrica (permittività) relativa ϵ . Questa deve essere posta uguale a 1 per l'Aria e il Metallo e pari a 5.7 per il dielettrico.

Esistono 2 opzioni per definire i materiali associati ai diversi elementi. Si possono scegliere tra quelli inclusi nella libreria oppure si possono inserire impostando le specifiche richieste.

Per scegliere tra quelli inclusi nella libreria: **Model Builder** → tasto destro su **Materials** → **add materials** e compare sulla destra dello schermo una libreria di materiali già definiti. Cliccando su **Built_in** e/o **AC/DC**

si aprono due menu a tendina di materiali con caratteristiche predefinite. Da qui possiamo aggiungere il materiale AIR e il COPPER al dominio e alle armature di rame.

- Doppio **click sul materiale** scelto dal menù

Per impostare le specifiche di un materiale che non compare in libreria cliccare con il tasto destro su **Materials** e selezionare **blank material**.

- **Settings** → **Material Contents** → **Relative permittivity** → **Value** → **5.7**. Selezionare il le regioni a cui assegnarlo (dielettrico) direttamente sulla **finestra grafica**

Se si clicca su Materials in setting compare una tabellina riassuntiva dei materiali assegnati e degli elementi a cui sono stati assegnati

Creazione di gruppi di elementi



Per facilitare l'applicazione delle condizioni al contorno, è possibile creare dei gruppi di "selezioni" richiamabili in seguito. Creiamo le selezioni del contorno relative all'armatura A e all'armatura B.

- **Da model builder** → tasto destro su **Definition** → scegliere **Selections** → **Explicit**

Nella finestra **Settings** scegliere come **Input entities** l'armatura A (selezionare dalla finestra grafica) e come **Output entities** selezionare **Adjacent boundaries** mettendo il flag in "Exterior boundaries". **Al posto di Explicit1, meglio assegnare il nome dell'armatura** così sotto **Definition** compare un nuovo nodo con il nome Armatura A.

- Ripetere la stessa procedura per costruire la selezione del contorno dell'Armatura B

Physic settings: Condizioni al contorno e sorgenti

- Selezionare **Electrostatic** interface () nel "**Model Tree**" (cliccando sopra) e dal setting manualmente selezionare () tutte le regioni che partecipano all'analisi,

Quando si usa il modulo di elettrostatica, sotto il ramo ELETTROSTATICS vengono aggiunti i seguenti nodi di default al **Model Builder**:

- **Charge Conservation**: modello stazionario la carica si conserva
- **Zero Charge**: questa è la condizione valida per il contorno esterno dello spazio vuoto che impone la componente normale del campo elettrico nulla $E_n=0$, questo forza il campo ad essere tangente, perciò la permittività oltre il contorno del dominio ha valore infinito. Assegnando un valore alla componente normale di \vec{E} su tutto il bordo del dominio, essendo $\vec{E} = -\nabla V$, stiamo risolvendo un problema di Neumann.
- **Initial Values**: questo tipo di problema stazionario, non sono necessari cambiamenti nelle impostazioni di default

Nella la feature **Charge Conservation** è possibile introdurre nel modello le relazioni costitutive desiderate per le grandezze di campo, in questo caso quelle relative al campo elettrico, definendo le relazioni costitutive e le loro proprietà associate, come ϵ_r .

Cliccare con il tasto destro su **Electrostatics** per aggiungere altre caratteristiche che implementino per le sorgenti.

- scegliere **Ground** per applicare la condizione al contorno dell'armatura B (potenziale nullo, riferimento a massa). Nella corrispondente finestra di **Settings** selezionare l'armatura B tra **boundary selection** disponibili. In questo modo all'armatura B verrà impostato automaticamente un potenziale $V=0V$ (vedi **Equation**).
- selezionare **Electric Potential** tra le opzioni possibili di **Electrostatic** per applicare la tensione pari a 100V al contorno dell'armatura A. Nella finestra di **Settings** selezionare tra le **boundary selection** disponibili all'armatura A e impostare il potenziale a 100V, digitando il numero 100 in Electric potential.

Generazione della mesh

In automatico è possibile generare una mesh con dimensione degli elementi normale e sequenza controllata dalla fisica (default). Cliccare col tasto destro su **Mesh 1** e scegliere **Build All**. Si genera in questo modo una mesh free con elementi tetraedrici. Si possono scegliere diverse forme di primitive scegliendo quelle disponibili dal menù che si apre direttamente dal tasto destro del ramo mesh 1.

- dalla finestra di **Settings** è possibile cambiare le dimensioni della mesh: **element size** → **extra fine** → **build all**.

SOLVER

Nel dominio creato l'equazione da risolvere è l'equazione dell'elettrostatica:

$$-\nabla \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \nabla V = 0$$

Dove ϵ_0 è la permittività dello spazio vuoto e ϵ_r è la permittività relativa. L'incognita dell'equazione è il potenziale scalare elettrico V (variabile dipendente), con l'ipotesi di assenza di carica spaziale volumetrica. In questo modello elettrostatico è ipotizzato che entrambi i piatti del condensatore siano tenuti ad una tensione costante, quindi non è necessario risolvere il problema di campo elettrico all'interno dei domini metallici. Le condizioni al contorno possono essere applicate direttamente al contorno dei piatti metallici.

Il modello stazionario può quindi essere risolto cliccando col tasto destro in **Study 1** e scegliendo **Compute** (=).

Alla fine della

simulazione viene mostrata la distribuzione delle superfici equipotenziali. Il ramo **Results** consente di visualizzare le distribuzioni delle grandezze di campo scalari e vettoriali. Selezionando, tasto destro su **Result 2D Plot Group** tasto destro su **Results** si crea un nodo **2D plot Group**,

POSTPROCESSING

a) Mappare le linee equipotenziali e le linee equiflusso

- **2D plot Group** tasto destro → **Contour** → **plot**, visualizziamo le linee equipotenziali ($V=\text{cost}$). Si può regolare la spaziatura delle linee equipotenziali modificando il numero dei livelli.

Prima di passare al punto successivo bisogna disabilitare il plot corrente, tasto destro su **contour** → **disable**

- **2D plot Group** tasto destro: **streamline** → **streamline position** → **magnitude controlled** → **plot** visualizziamo le linee di flusso del campo elettrico e regolare la densità in funzione dell'intensità del campo elettrico.

b) Calcolare la carica sull'armatura A usando il teorema di Gauss $\oint \bar{D} \cdot \bar{n} dS = Q$

Per calcolare l'integrale di superficie è sufficiente effettuare un integrale di linea sul bordo della superficie nel piano 2D dell'interfaccia grafica e poi moltiplicare per la profondità della geometria.

➤ **Results → Derived values → Integration → line integration:**

appare il **setting di line integration**. In Results compare un nuovo nodo **Line Integration1**.

1. Selezionare in **selection** nel gruppo dei **boundary → Armatura A**
2. Selezionare in expression (+) → **Electrostatics → Electric → Current and charge → surface charge density (es.nD)**.

Comparirà l'unità di misura in [C/m] e per ottenere la carica in Coulomb occorre moltiplicare il termine nel campo in **Expression: es.nD * l[m]**, per ottenere la carica in Coulomb.

Per eseguire il calcolo impostato cliccare “=**evaluate**” e verrà visualizzato il valore sul campo **Results** in basso a destra.

c) Calcolo della carica sull'armatura inferiore B:

➤ ripetere i passi al punto precedente ma selezionare Armatura B nel gruppo dei boundary selection

d) Calcolare l'energia immagazzinata nel dielettrico →

$$W = \int_v w dv = \int \frac{1}{2} \bar{D} \cdot \bar{E} dv \quad \text{con} \quad \bar{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \bar{E}$$

Per calcolare un integrale di volume è sufficiente effettuare un integrale di superficie sul bordo del volume nel piano 2D dell'interfaccia grafica e poi moltiplicare per la profondità della geometria.

➤ **Results → Derived values → Integration → surface integration:**

1. Selezionare manualmente il dielettrico tra le due armature
2. Selezionare dall'icona (+) in expression → **Electrostatics → Energy and Power → Electric Energy Density (es.We)**. Comparirà l'unità di misura in [N]=[J/m] e per ottenere l'energia in Joule occorre moltiplicare il termine nel campo **Expression: es.We * l[m]**. Per eseguire il calcolo impostato cliccare “=” e verrà visualizzato il valore sul campo **Results** in basso a destra.
3. Per calcolare l'energia per densità di volume: **Electrostatics → Energy and Power → Electric Energy Density**, divider per l'area della sezione del dielettrico **es.We / (0.006 * 0.02) [m * m]**

A questo punto si può già effettuare il calcolo della capacità in funzione dell'energia elettrostatica immagazzinata in tutti i domini come:

$$C = \frac{2W_e}{\Delta V^2} [F]$$

e) Calcolare il campo Elettrico in un punto $E_{\text{porcellana}}$

1. Selezionare **Data sets → Cut Point 2D** dal menu **Results**
2. Digitare le coordinate del punto (**) in cui valutare il campo in **Point Data → Coordinates**

✓ punto 1 = (0, 2.99)

ripetere per definire i punti:

✓ punto 2 = (0, 0)

✓ punto 3 = (0, -2.99)

3. Selezionare cliccando con il tasto destro **Derived Values → Point evaluation** dal menu **Results**

4. In **Derived Values** → **data set** scegliere il punto definito nel passo precedente e dal menu *expression* scegliere l'espressione relativa alla grandezza di campo calcolata: **Electrostatics** → **Electric** → **tangenzial Electric field norm** (*es.normE*). Comparirà l'unità di misura in [V/m]
5. Cliccare “=” e verrà visualizzato il valore sul campo **Results** in basso a destra.

(**) Nel punto (0, 2.99) **normE**= [V/m]
 Nel punto (0, 0) **normE**= [V/m]
 Nel punto (0, -2.99) **normE**= [V/m]

NOTA: Le differenze tra i vari punti sono dovute alla scelta di una mesh poco fitta.

f) Calcolare il potenziale in un punto

In modo analogo è possibile determinare il potenziale V in un punto scegliendo **Electrostatics** → **Electric** → **Electric potential** (V)

Nel punto (0, 2.99) → V= **99.833** [V]
 Nel punto (0, 0) → V= **50** [V]
 Nel punto (0, -2.99) → V= **0.167** [V]

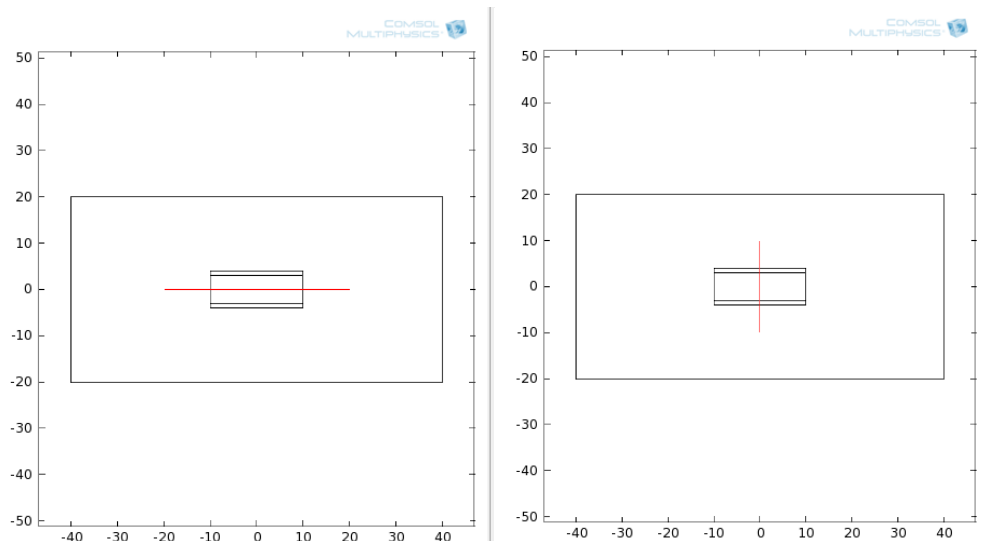
g) Mappare l'ampiezza del Campo elettrico lungo un percorso (*plot 1D*)

Costruiamo prima 2 percorsi:

Percorso 1: orizzontale passante per l'origine e per i punti [(-20,0) (+20,0)]

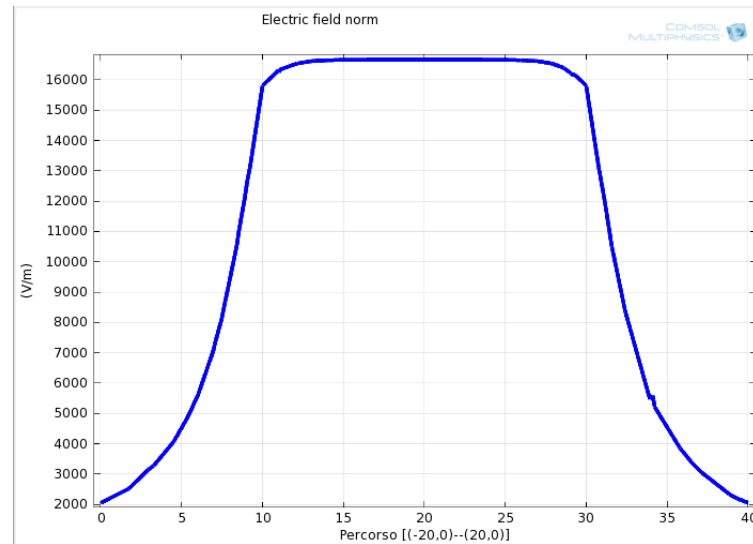
Percorso 2: verticale passante per l'origine e per i punti [(0,10) (0,-10)]

1. Selezionare **Data sets** → **Cut Line 2D** dal menu **Results**
 2. in **Line Data** → inserire le coordinate dei 2 punti che definiscono la linea **Point 1** (-20,0), **Point 2** (+20,0)], poi eseguire **plot** per vedere la linea
- Ripetere le operazioni per definire il percorso 2



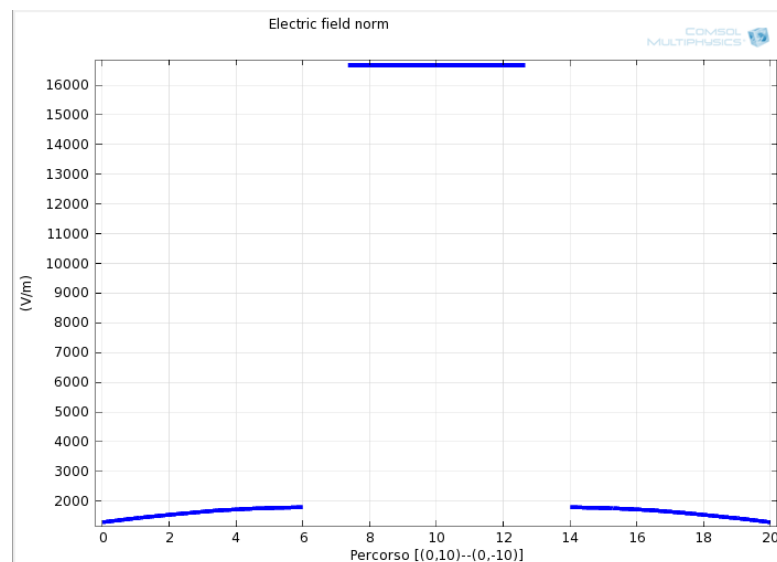
Visualizziamo il modulo del campo Elettrico lungo i due percorsi definiti

1. dal menu “**Results**” selezionare **1D plot group** → viene costruito un nuovo ramo **Line Graph**,
2. in **Line Graph**, tasto destro scegliere “**Cut line 2D 1**”, scegliere nel data set il percorso 1 e l'espressione relativa alla grandezza di campo calcolata: **Electrostatics** > **Electric** > **Electric field norm** (*es.normE*)
3. cliccare “plot (matita in alto)” e verrà visualizzato il plot del campo nella finestra a destra



Modulo del campo Elettrico lungo il percorso orizzontale passante per $[(-20,0) (+20,0)]$; Nella ascissa del grafico il valore 0 corrisponde alla posizione del punto $(-20,0)$ e 40 corrisponde al punto al punto $(+20,0)$

4. Ripetere le stesse operazioni per visualizzare il modulo del campo Elettrico lungo il percorso verticale passante per $[(0,10)-(0,-10)]$



Modulo del campo Elettrico lungo il percorso verticale passante per $[(0,10)-(0,-10)]$; nella ascissa del grafico il valore 0 corrisponde alla posizione del punto $(0,10)$ e 20 corrisponde al punto al punto $(0,-10)$.

5. Visualizzare anche i grafici di $\mathbf{D} \rightarrow$ Electric Displacement Field norm ($esnorm.D$) e V (Electric potenzial V) lungo le stesse linee.

h) Calcolare la forza di attrazione tra le armature

Per definire le variabili di forza (o di coppia)

- dal menu **Electrostatics** selezionare **Force Calculation** e nel box **Setting** scegliere il dominio di analisi di questa forza, per esempio armatura A. Rinominare Force calculation 1 con un nome che ricordi l'armatura selezionata, ad esempio Forza_A
- Ripetere il punto precedente aggiungendo un altro sotto-ramo **Force Calculation** per includere l'armatura B
- risolvere nuovamente il modello.

La definizione delle variabili di forza genera due variabili di forza scalare che sono rispettivamente le componenti totali di forza nella direzione x e y. Per visualizzare i valori della forza

- **Results** → **Derived values** → **Global evaluation**. Selezionare, dalla lista predefinita **Expression**, le componenti della forza da: **Electrostatic** → **Mechanical** → **Electromagnetic force** → **Electromagnetic force, x component** (*es. Force_0*) → **Evaluate**, per calcolare la componente lungo la direzione x della forza
- Ripetere il punto precedente ma selezionando **Electromagnetic force, y component** (*es. Force_0*), per calcolare la componente lungo la direzione y.