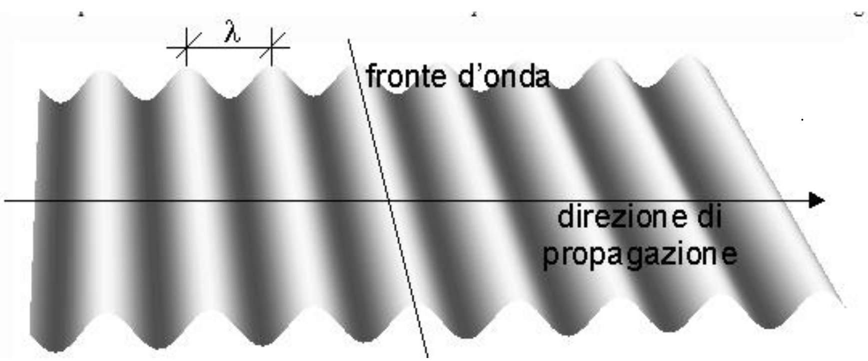
10
ONDE PIANE

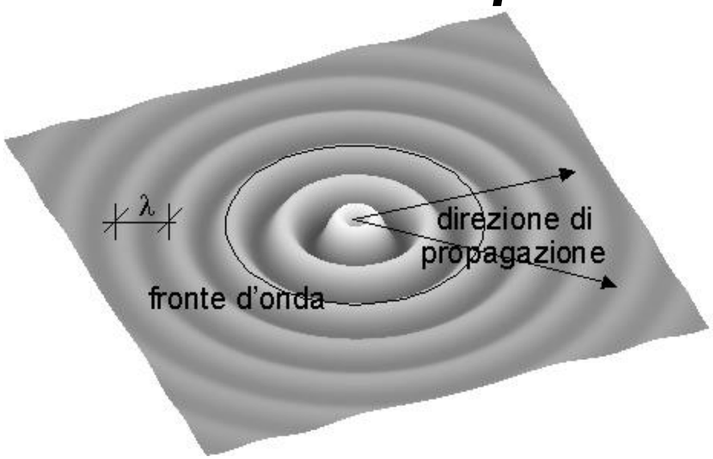
Onde piane non dissipative

Si definisce **fronte d’onda** (o superficie d’onda) luogo geometrico dei *punti equidistanti dalla sorgente della vibrazione*. In un dato istante, lungo un fronte d’onda la grandezza di campo ha la **stessa fase**. I fronti d’onda possono essere sono definiti in base alla loro *forma*, per esempio si possono avere fronti d’onda piani, circolari o sferici.

Fronte d’onda piano



Fronte d’onda sferico



Quando i fronti d’onda sono perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda si ha un ***onda trasversale.***

Onde piane non dissipative

In qualunque tipo di onda vi è una grandezza che varia periodicamente nel tempo, cioè che oscilla, nella zona di spazio interessata dall'onda. ***Nelle onde elettromagnetiche la grandezza che oscilla è l'intensità del campo elettrico, e il campo magnetico a esso concatenato.*** Le onde elettromagnetiche, a differenza delle onde elastiche non hanno necessariamente bisogno di un mezzo materiale per propagarsi, ma viaggiano anche nel vuoto.

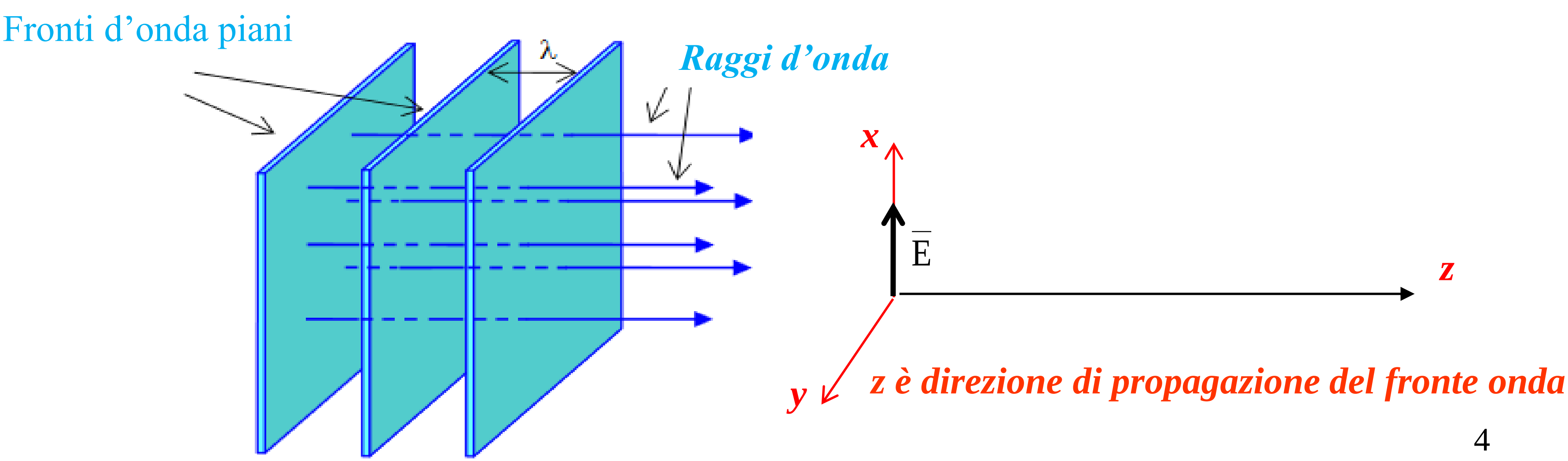
L'***onda piana é una particolare soluzione della equazioni di Maxwell***, essa costituisce una *buona approssimazione* delle onde elettromagnetiche reali. In molte applicazioni pratiche, le caratteristiche delle onde piane uniformi sono particolarmente semplici e il loro studio è fondamentale sia dal punto di vista teorico che pratico. Inoltre, onde più complesse possono essere considerate come formate dalla *sovrapposizione di onde piane*.

Onde piane non dissipative

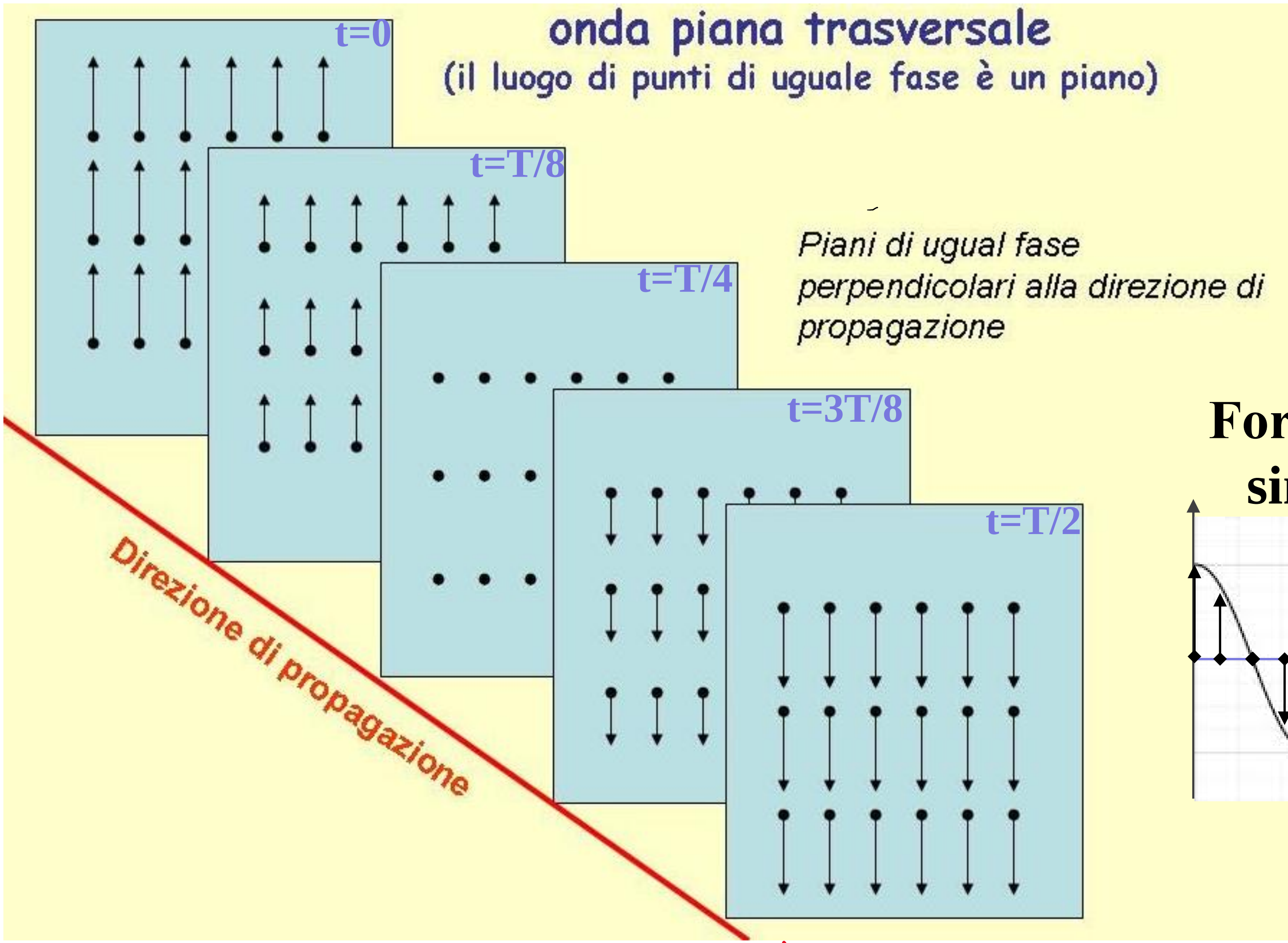
L'***onda elettromagnetica piana uniforme*** è caratterizzata dal campo $\bar{E}$ disposto su un piano perpendicolare alla direzione di propagazione. Assumendo il sistema di riferimento in figura, su ogni piano (per ogni valore di *z*) $\bar{E}$ mantiene la stessa:

- ❑ direzione
- ❑ ampiezza
- ❑ fase

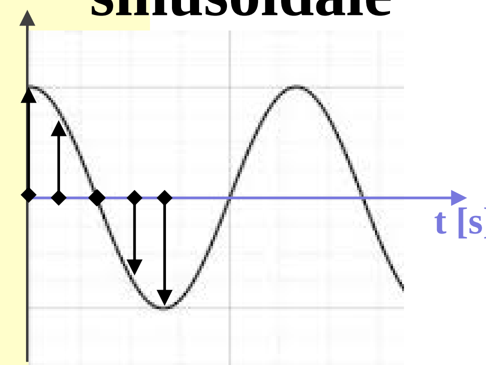
Il raggio d'onda è parallelo alla direzione di propagazione dell'onda



Onde piane non dissipative



Forma d’onda sinusoidale



z

Onde piane non dissipative

Nei ***mezzi non conduttori privi di perite (dielettrico perfetto, γ=0 e $\bar{J}$=0),*** in assenza di sorgenti (*ρ=0*) e nell'ipotesi ***di regime sinusoidale***, l'equazione d'onda nello spazio libero in assenza di sorgenti diventano l'***equazioni del vettoriali di Helmholtz***:

$$\begin{cases} \nabla^2 \overline{E} + k^2 \overline{E} = 0 \\ \nabla^2 \overline{H} + k^2 \overline{H} = 0 \end{cases}$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{\omega}{u} \qquad \left[\frac{rad}{m}\right]$$

Dove, k é il numero d'onda. Nello spazio libero possiamo assumere k=k_0 (free space *wave number* =$\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$) . L'*equazioni vettoriali di Helmholtz* servono a determinare la distribuzione del campo nei dielettrici perfetti e nel vuoto. **I dielettrici sono i materiali principalmente utilizzati per la propagazione e radiazione (trasporto di energia) delle onde elettromagnetiche.**

Onde piane non dissipative

Si consideri un'**onda piana uniforme**, che si propaga nel vuoto, caratterizzata da un campo $\bar{E}(z) = \bar{E}_x$ (z)=E_x(z) $\vec{a}_x$ uniforme (ampiezza e fase uniforme) sulle superfici piane perpendicolari a *z*, la 1° equazione vettoriale di *Helmholtz* diventa:

$$\nabla^2 \overline{E} + k_0^{\,2} \overline{E} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial^2}{\partial \mathrm{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \mathrm{y}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \mathrm{z}^2} + \mathrm{k}_0^{\,2} \right) \overline{\mathrm{E}}_x = 0$$

ma essendo:

$$\frac{\partial \overline{E}_x}{\partial x^2} = 0 \quad e \quad \frac{\partial \overline{E}_x}{\partial y^2} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{\partial \overline{E}_x}{\partial z^2} + k_0^{\,2} \overline{E}_x = 0$$

Questa é una equazione *differenziale ordinaria* poiché dipende solo da *z*.

Onde piane non dissipative

La soluzione della equazione: $\dfrac{\partial \overline{E}_x}{\partial z^2} + k_0^2 \overline{E}_x = 0$ é :

$$\overline{E}_x(z) = \overline{E}_x^+(z) + \overline{E}_x^-(z) = E_0^+ e^{-jk_o z} + E_o^- e^{+jk_o z}$$

E_0^+ e E_0^- sono costanti arbitrarie che devono essere determinate con le condizioni al contorno. Usando la funzione $\cos(\omega t)$ come riferimento:

$$\bar{E}(z,t) = E_x(z,t) = \vec{a}_x \text{ Re } \left\{E^+(z)e^{j\omega t}\right\} = \vec{a}_x \text{ Re } \left\{E_0^+ e^{-jkz} e^{j\omega t}\right\}$$

$$\bar{E}(z,t) = E_x(z,t) = \vec{a}_x\, E_0^+ \cos(\omega t - \beta z)$$

dove $E_0^+ e^{-jk_0 z}$ è il fasore associato, con E_0^+ costante reale (fase = 0 per z = 0). Per cui in un dato istante t, $E^+(z,t)$ varia nello spazio come una cosinusoide con una ampiezza massima E_0^+, in direzione parallela all'asse x. *Per tutti gli istanti successivi le curve relative avranno un andamento identico, ma traslano nella direzione positiva di z.*

Onde piane non dissipative

Per determinare la velocità di propagazione si consideri che, la fase istantanea è costante in ciascun piano normale alla direzione *z* di propagazione (definizione di fronte d'onda), per cui: $(\omega t - k_o z) = A$ con A costante. Lo spazio percorso è:

$$z = \frac{(\omega t - A)}{k_0}$$

Quindi ***velocità di propagazione dell'onda*** $\boldsymbol{u_p}$ (***c nel vuoto***):

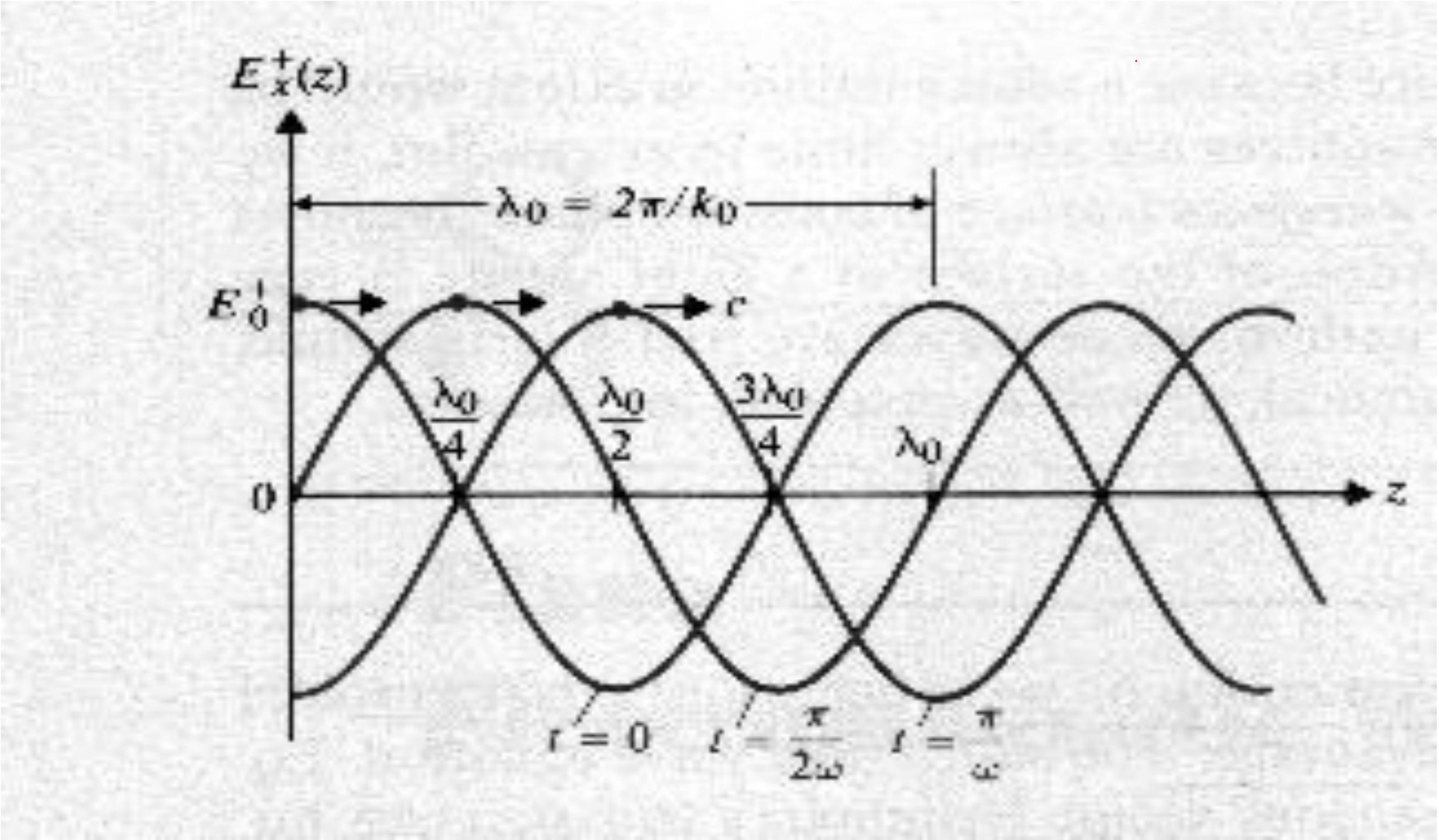
$$u_p = \frac{dz}{dt} = \frac{d\left(\frac{(\omega t - A)}{k_0}\right)}{dt} = \frac{\omega}{k_0} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = c = 3\times 10^8 \quad \left[\frac{m}{s}\right]$$

dove $k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} \quad \left[\frac{rad}{m}\right]$

k_0 ***numero d'onda***, misura il numero di cicli (lunghezze d'onda) per unità di lunghezza.

Onde piane non dissipative

- $t = 0 \quad \Rightarrow E_x^+(z,0) = E_0^+ \cos(k_0 z)$
- $t > 0$ Onda identica viaggiante nella direzione positiva z



Onde piane non dissipative

Analogamente, si può verificare che il secondo termine della relazione :

$$\overline{E}_x(z) = \overline{E}_x^{+}(z) + \overline{E}_x^{-}(z) = E_0^{+} e^{-jk_o z} + E_o^{-} e^{+jk_o z}$$

rappresenta una onda viaggiante cosinusoidale nella direzione - *z* con la stessa velocità *c*.

Si consideri per ora solo l'onda diretta nella ipotesi che $E_0^{-}=0$ sebbene quando sono presenti delle discontinuità nel mezzo, devono essere considerate anche le onde riflesse viaggianti nella direzione opposta.

Onde piane non dissipative

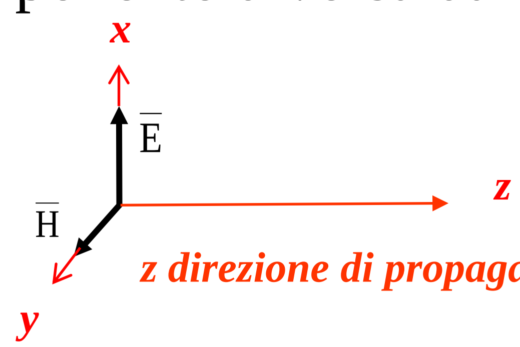
Il campo magnetico associato $\overline{H}$ può essere determinato dalla relazione:

$$\nabla \times \overline{E} = -j\omega\mu\overline{H}$$

$$\nabla \times \overline{E} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ \overline{E}^{+}(z) & 0 & 0 \end{vmatrix} = -j\omega\mu_0\overline{H}$$

dalla quale si ottengono le seguenti relazioni, dove la componente nella direzione *y* risulta l'unica componente diversa da zero:

$$\overline{H}(z) = \frac{1}{-j\omega\mu_0}\frac{\partial E_x^{+}(z)}{\partial z}\vec{a}_y = H_y^{+}\vec{a}_y$$



z direzione di propagazione delle onde

Onde piane non dissipative

Quindi:

$$H_y^+ = \frac{1}{-j\omega\mu_0}\frac{\partial E_x^+(z)}{\partial z} = \frac{1}{-j\omega\mu_0}\frac{\partial\left(E_0^+ e^{-jk_o z}\right)}{\partial z} =$$

$$= \frac{1}{-j\omega\mu_0}\left(-jk_0 E_x^+(z)\right) = \frac{k_0}{\omega\mu_0}E_x^+(z) = \frac{1}{\eta_0}E_x^+(z)$$

$$con \quad \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cong 120\pi \cong 377 \quad [\Omega]$$

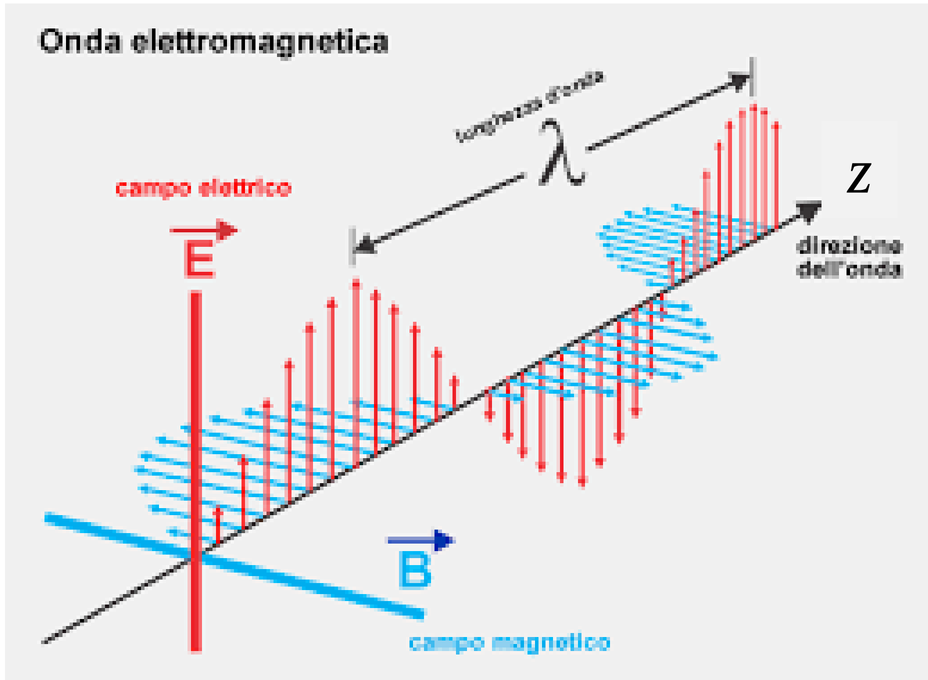
η_0 è l'impedenza intrinseca dello spazio libero. Essendo η_0 un numero reale H_y^+(z) è *in fase nel tempo* con E_x^+(z) e si può scrivere l'espressione di $\overline{H}$ come:

$$\overline{H}(z,t) = \overline{a}_y H_y^+(z,t) = \overline{a}_y \,\mathrm{Re}\left[H_y^+(z)e^{j\omega t}\right] = \overline{a}_y \frac{E_0^+}{\eta_0}\cos\left(\omega t - k_0 z\right) \quad \left(\frac{A}{m}\right)$$

inoltre risulta che ***$\overline{H}$ é sfasata spazialmente di $\frac{\pi}{2}$ rispetto ad $\overline{E}$*** ed entrambe sono normali alla direzione di propagazione.

Onde piane non dissipative

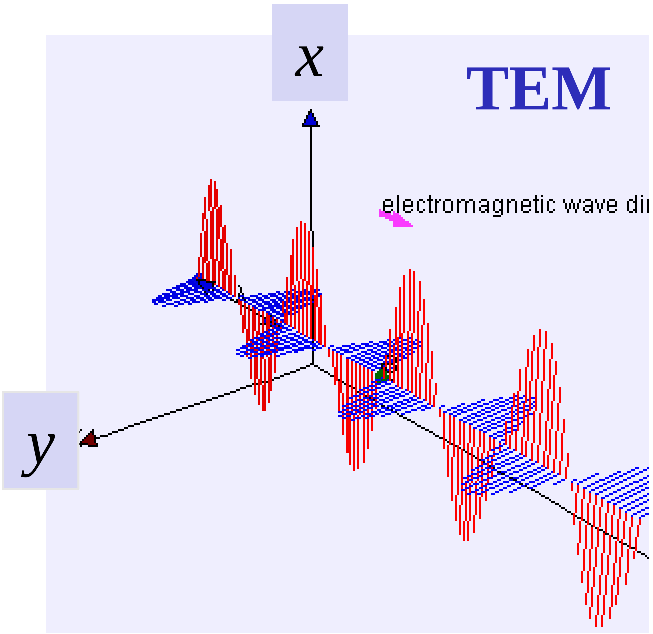
I campi e $\bar{E}$ e $\bar{H}$ di un'onda piana uniforme ad un certo istante t



Le onde piane uniformi caratterizzate da $\bar{E}$ e $\bar{H}$ perpendicolari uno rispetto a l'altro, ed entrambi trasversali alla direzione di propagazione, vengono chiamate «onde principali» o TEM (Transverse ElectroMagnetic wave).

Classificazione delle onde elettromagnetiche

Nelle onde ***TEM***, $\bar{E}$ e $\overline{H}$ sono funzioni della sola distanza z e quindi variano lungo un singolo asse di coordinate. **Un' onda trasversale è un'onda in movimento** che è composta da oscillazioni che avvengono **perpendicolari alla direzione del trasferimento di energia**.



Nel caso invece il campo magnetico abbia una componente della direzione di propagazione parliamo di onde trasversali elettriche (***TE***). Viceversa, quando è il campo elettrico ad avere una componente nella direzione del moto si parla di onde trasversali magnetiche (***TM***).

Onde piane in una generica direzione

Data una sorgente di onde elettromagnetiche e assunto un sistema di riferimento, bisogna tener conto che la propagazione dell'onda non avviene solo lungo gli assi coordinati, ma in tutte le direzione. Si consideri perciò la propagazione di un'onda piana uniforme lungo una *direzione arbitraria* di versore $\vec{a}_n$.

Il fasore del campo elettrico in un punto generico (*x*,*y*,*z*) per un'onda piana uniforme che si propaga in direzione generica $\vec{a}_n$ è:

$$\overline{E}(x,y,z) = \overline{E}_o \; e^{-jk_x x} \; e^{-jk_y y} \; e^{-jk_z z}$$

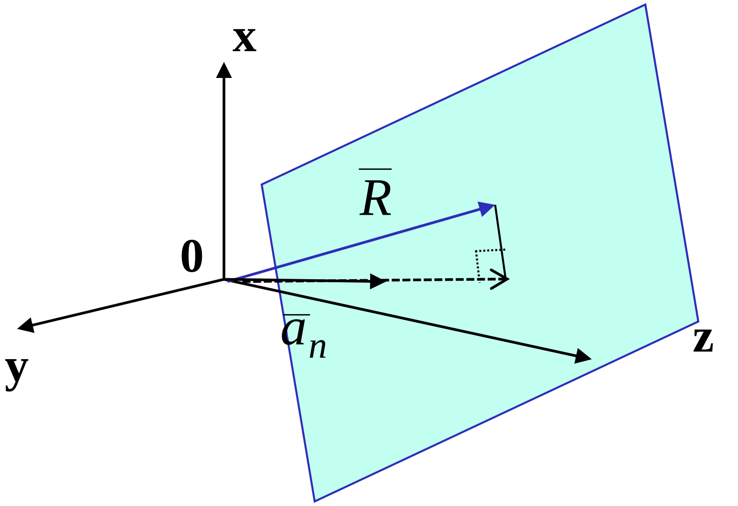
dove $\overline{k} = k\vec{a}_x + k\vec{a}_y + k\vec{a}_z = k\vec{a}_n =$ è chiamato vettore d'onda.

Sia $\overline{R} = \vec{a}_x x + \vec{a}_y y + \vec{a}_z z$ un generico raggio a partire dall'origine

La relazione precedente può essere scritta in forma compatta:

$$\overline{E}(\overline{R}) = \overline{E}_0 e^{-j\overline{k}\cdot\overline{R}} = \overline{E}_0 e^{-jk\vec{a}_n\cdot\overline{R}} \quad \left[\frac{V}{m}\right]$$

Onde elettromagnetiche trasversali



direzione di propagazione dell'onda

si dimostra che

- $\overline{E}_0 \cdot \overline{a}_n = 0$
- $\overline{H}\left(\overline{\mathrm{R}}\right) = \dfrac{1}{\eta}\left(\overline{a}_n \times \overline{E}_0\right) e^{-jk\overline{a}_n \cdot \overline{R}}$

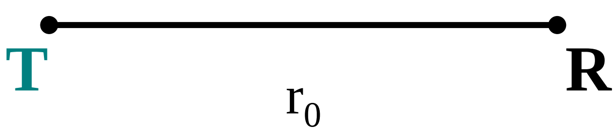
Perciò la direzione di propagazione e $\bar{E}_0$ sono perpendicolari. Quindi, in un'onda piana uniforme che si propaga in una direzione arbitraria $\bar{a}_n$, il campo elettrico $\bar{E}$ e il campo magnetico $\bar{H}$ sono perpendicolari tra di loro ed entrambi normali alla direzione di propagazione dell'onda.

Effetto Doppler

Quando c’é un movimento relativo tra la sorgente armonica nel tempo e un ricevitore, la frequenza dell’onda intercettata dal ricevitore tende ad essere diversa da quella emessa dalla sorgente.

Questo fenomeno é noto come ***effetto Doppler***, esso si manifesta in acustica come nell’elettromagnetismo.

$t=0 \rightarrow$ emettitore in T



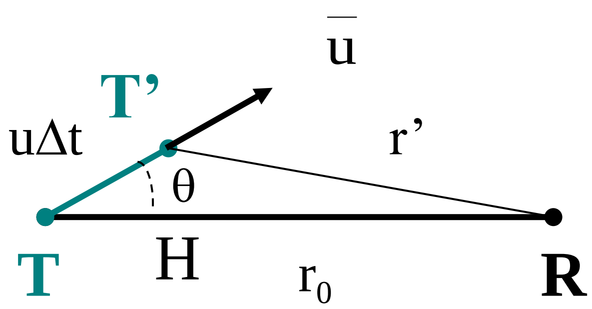
Un onda armonica di frequenza f emesse dal trasmettitore T nell’istante t=0 raggiungerà il ricevitore R (in ritardo) nell’istante:

$$t_1 = \frac{r_0}{c}$$

Si assuma che la sorgente T si muova con velocità $\bar{u}$ con una deviazione di un angolo θ rispetto alla direzione della congiungente trasmettitore-ricevitore.

Effetto Doppler

$t=\Delta t \rightarrow$ emettitore in *T'*



Dopo un intervallo di tempo Δt l'emettitore si trova nella nuova posizione ***T'***, l'onda emessa da ***T'*** in quell'istante raggiungerà il ricevitore nell'istante t_2:

$$t_2 = \Delta t + \frac{r'}{c}$$

Si ricava che *il ritardo temporale con cui l'onda arriva in R,* pari a $\Delta t' = t_2 - t_1$, é:

$$\Delta t' = t_2 - t_1 = \Delta t\left(1 - \frac{u}{c}\cos\theta\right) \neq \Delta t$$

Se Δt rappresenta un periodo della sorgente armonica nel tempo, quindi $\Delta t = 1/f$, allora *la frequenza f' dell'onda ricevuta da R* nel caso $u << c$ (condizione più comune) e θ non prossimo a $\pi/2$:

$$f' \cong f\left(1 + \frac{u}{c}\cos\theta\right)$$

Effetto Doppler

- ***f' > f*** : la frequenza in ricezione é maggiore della frequenza di trasmissione, quando *T* si muove avvicinandosi a *R* →(cosϑ > 0). Il massimo incremento di *f* si ha per θ = 0, infatti:

$$\text{per}\ \ \theta = 0 \ \rightarrow \quad \cos\theta = 1 \ \ \rightarrow f' \cong f\left(1 + \frac{u}{c}\cos\theta\right) = f\left(1 + \frac{u}{c}\right) \ \rightarrow \quad f' > f$$

- ***f' < f*** : la frequenza in ricezione é minore della frequenza di trasmissione, quando *T* si muove allontanandosi da *R* →(cosϑ < 0). Il massimo decremento di f si ha per **θ = π**, infatti:

$$\text{per}\ \ \theta = \pi \ \rightarrow \ \ \cos\theta = -1 \rightarrow \quad f' \cong f\left(1 + \frac{u}{c}\cos\theta\right) = f\left(1 - \frac{u}{c}\right) \ \rightarrow \quad f' < f$$

L'effetto Doppler si verifica ogni volta che esiste movimento relativo tra un ricevitore e un emettitore, risultati simili si ottengono se R si muove e T é fissa.

L'effetto Doppler é alla base del funzionamento del radar Doppler usato dalla polizia per valutare la velocità di un veicolo.

Polarizzazione delle onde piane

La ***polarizzazione*** di un’onda piana uniforme, indica la *il luogo sei punti descritto dall’oscillazione del vettore campo elettrico durante la propagazione dell'onda nello spazio-tempo*. Perciò ***descrive come variano l’ampiezza e la fase del vettore intensità campo elettrico $\bar{E}$ in un dato punto dello spazio, al variare del tempo***. Di conseguenza indica anche come il campo magnetico $\bar{H}$ oscilla durante la propagazione dell’onda.

Le onde elettromagnetiche hanno polarizzazione ***lineare***, ***circolare*** ed ***ellittica*** in base alla figura geometrica (*retta*, *cerchio* o *ellisse*) che l’estremità del vettore campo elettrico descrive, in ogni punto dello spazio dove avviene la trasmissione. Il campo magnetico risulterà polarizzato lungo la direzione ortogonale a quella del campo elettrico e alla direzione di propagazione dell’onda.

Polarizzazione delle onde piane

Data la linearità dell'equazione d'onda, lo studio della polarizzazione sarà sviluppato considerando l'onda come la sovrapposizione di due onde polarizzate linearmente.

Onda linearmente polarizzata (polarizzata in un piano)

Se il vettore campo elettrico $\overline{\mathrm{E}}$, in un certo punto dello spazio al variare del tempo, *oscilla sempre lungo la stessa direzione, sia ha un'onda linearmente polarizzata*. Questo si ottiene sovrapponendo onde piane uniformi che hanno il campo elettrico nella stessa direzione, oppure campi elettrici hanno differenti direzioni spaziali, ma esattamente la stessa sfasamento temporale.

Onda polarizzata ellitticamente

Se il vettore campo elettrico $\overline{\mathrm{E}}$, in un certo punto dello spazio al variare del tempo, *oscilla descrivendo un ellisse, si ha un onda polarizzata elliticamente.* Questo si ottiene sovrapponendo onde pian uniformi, ma con differente: sfasamento temporale, ampiezze e sfasamento spaziale, dei vettori di campo elettrico.

Polarizzazione lineare

Se il vettore $\overline{\mathrm{E}}$ dell'onda piana è fissato nella direzione *x* :

$$\overline{E} = \overrightarrow{\overline{a}_x} E$$

dove *E* può essere positivo o negativo, l'onda è detta polarizzata linearmente nella direzione *x*.

Una descrizione separata del campo magnetico $\overline{\mathrm{H}}$ non è necessaria, poiché la direzione di $\overline{\mathrm{H}}$ è legata a quella del campo elettrico $\overline{\mathrm{E}}$.

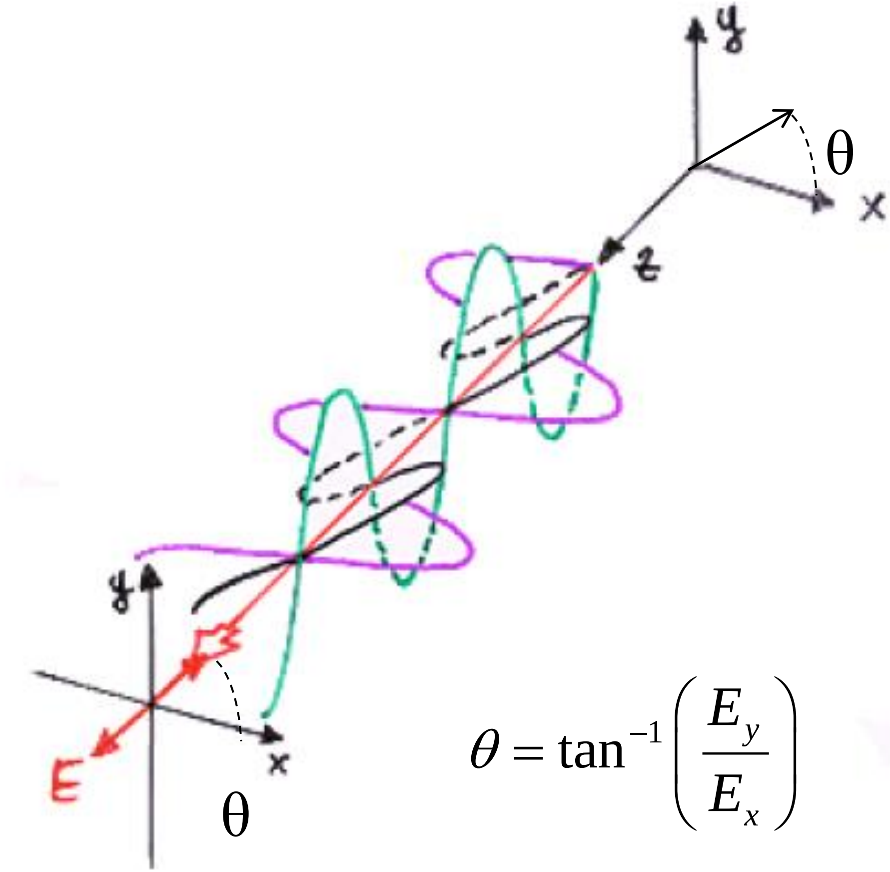
Se invece l'intensità del campo elettrico $\overline{\mathrm{E}}$ dell'onda piana, in un certo punto dello spazio, varia nel tempo non più lungo la direzione *x, ma lungo una generica direzione, il campo si può considerare come la sovrapposizione di due campi* $\overline{E}_x$ *e* $\overline{E}_y$ *che si propagano entrambe nella direzione z.*

Polarizzazione lineare

Polarizzazione lineare:

Si ottiene dalla composizione di due onde temporalmente in fase e polarizzate linearmente su due piani ortogonali (**x=0** e **y=0**).

L'onda risultante è ancora un'onda che viaggia lungo la direzione z, con **piano di oscillazione obliquo fisso**.



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{E_y}{E_x}\right)$$

Variando le ampiezze delle due onde componenti è possibile ottenere una polarizzazione lineare con un angolo di deviazione θ qualsiasi rispetto all'asse delle *x*.

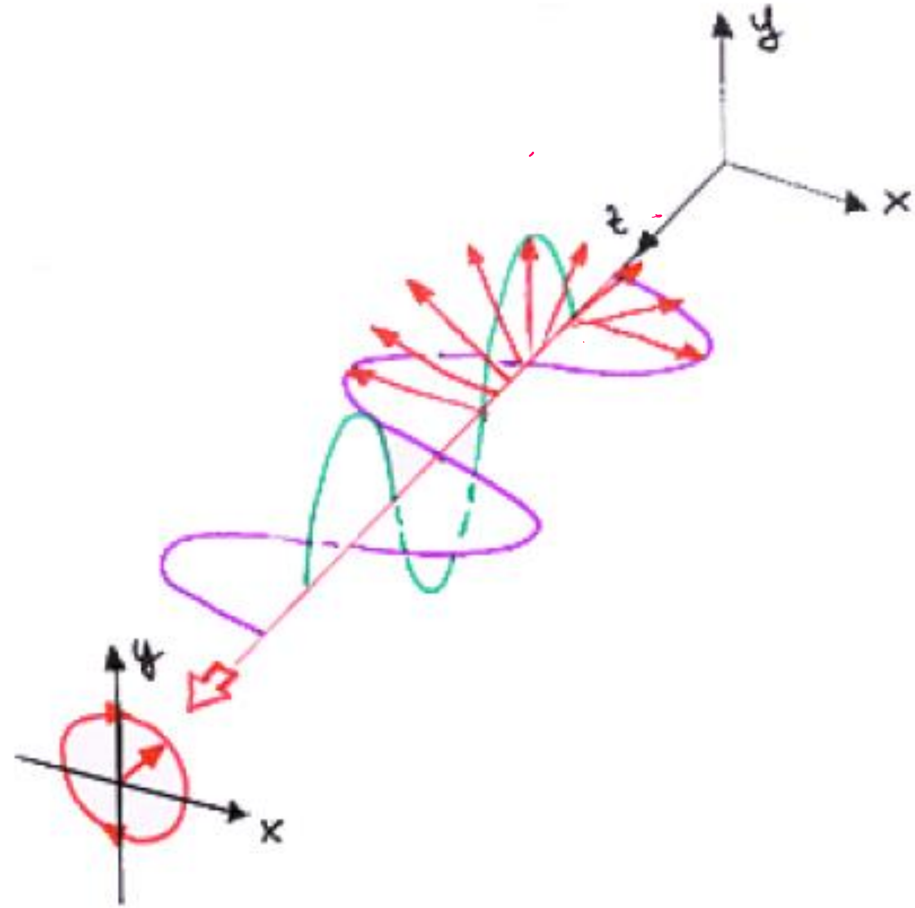
Polarizzazione circolare

Nel caso più generale in cui E_x e E_y sono in quadratura nello spazio e hanno la stessa ampiezza, $E_{20} = E_{10}$, e inoltre hanno uno sfasamento temporale di π/2, l'onda data dalla somma delle due onde componenti, avrà una polarizzazione circolare.

Polarizzazione circolare:

Si ottiene dalla composizione di due onde polarizzate linearmente, che hanno la stessa ampiezza, sfasate sia spazialmente che temporalmente di π/2.

L'onda risultante è ancora un'onda che viaggia lungo la direzione z, con ***piano di oscillazione rotante***.

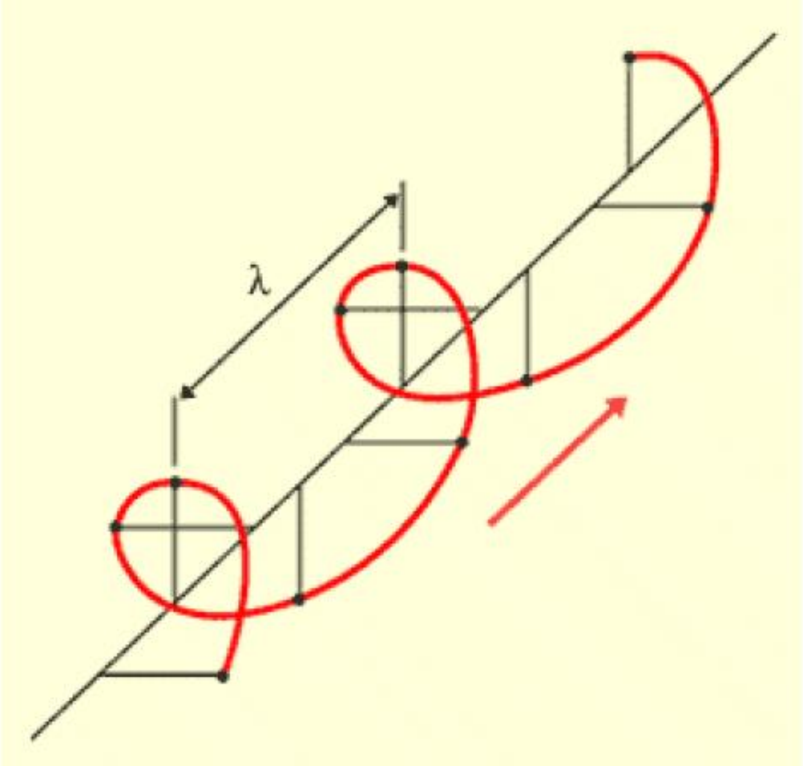


Polarizzazione ellittica

Se consideriamo le condizioni spazio temporali della polarizzazione circolare ma poniamo $E_{20} \neq E_{10}$ la circonferenza diventa un ellisse

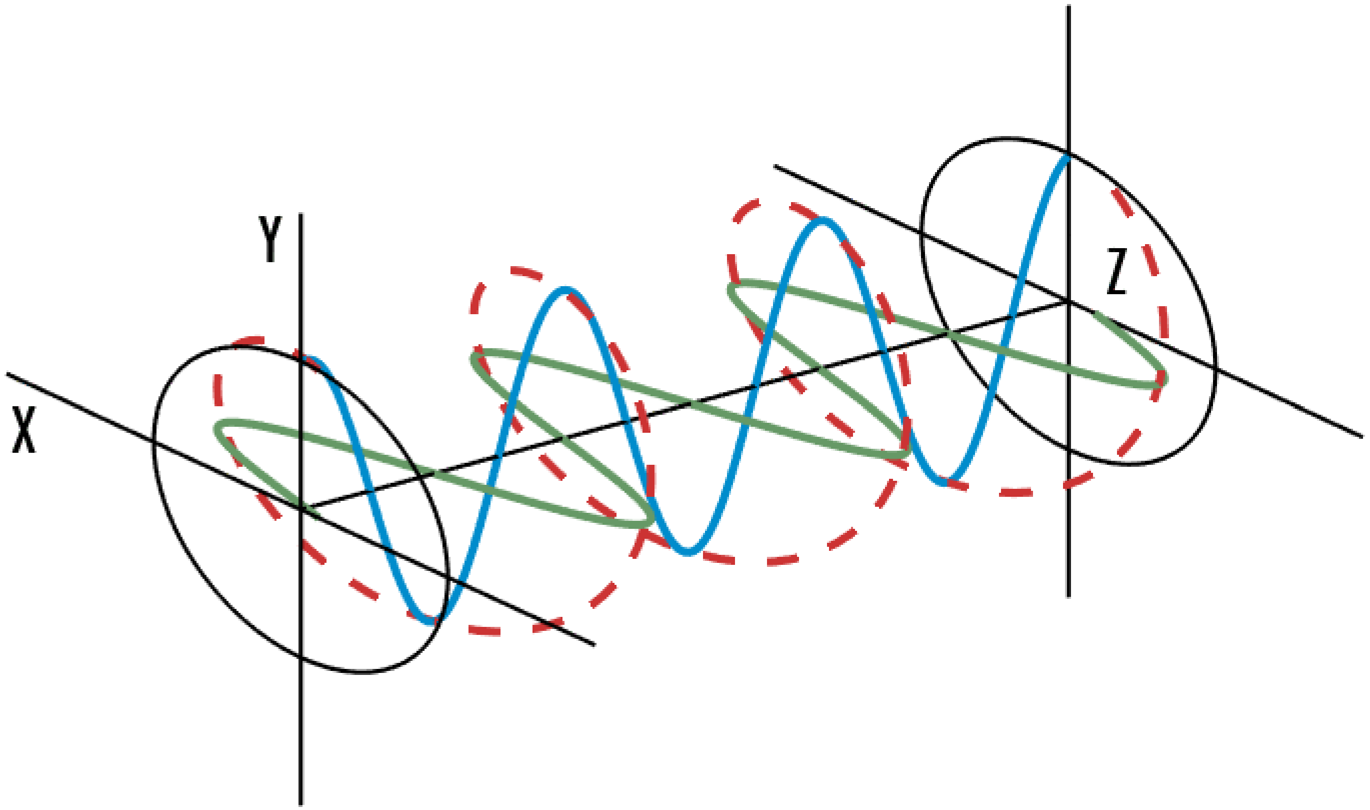
Polarizzazione ellittica

Si ottiene dalla composizione di due onde sfasate temporalmente di $\pi/2$ e polarizzate linearmente su due piani ortogonali (sfasate spazialmente di $\pi/2$). In questo caso le ampiezze delle due componenti $\bar{E}_x$e $\bar{E}_y$ non sono uguali.

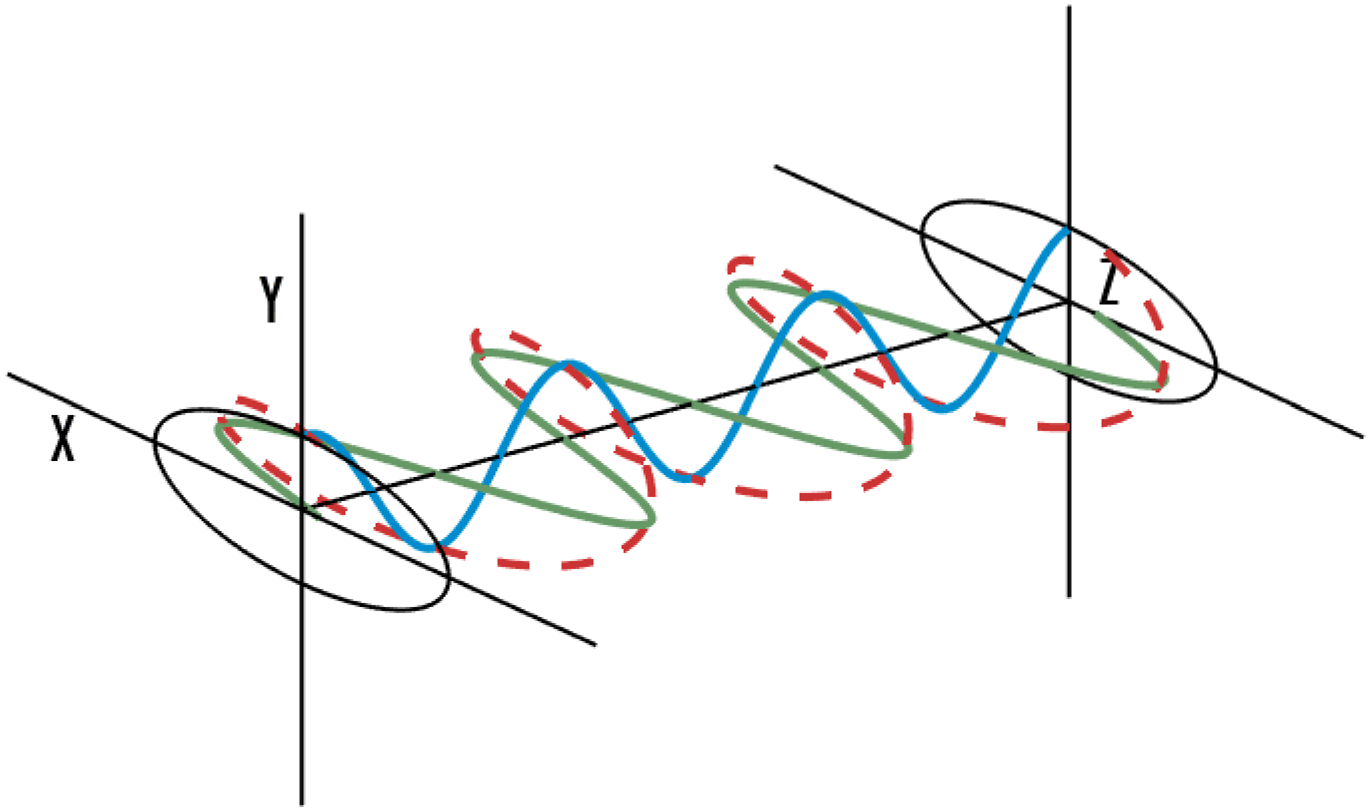


L'onda risultante è ancora un'onda che viaggia lungo la direzione z, con ***piano di oscillazione rotante***.

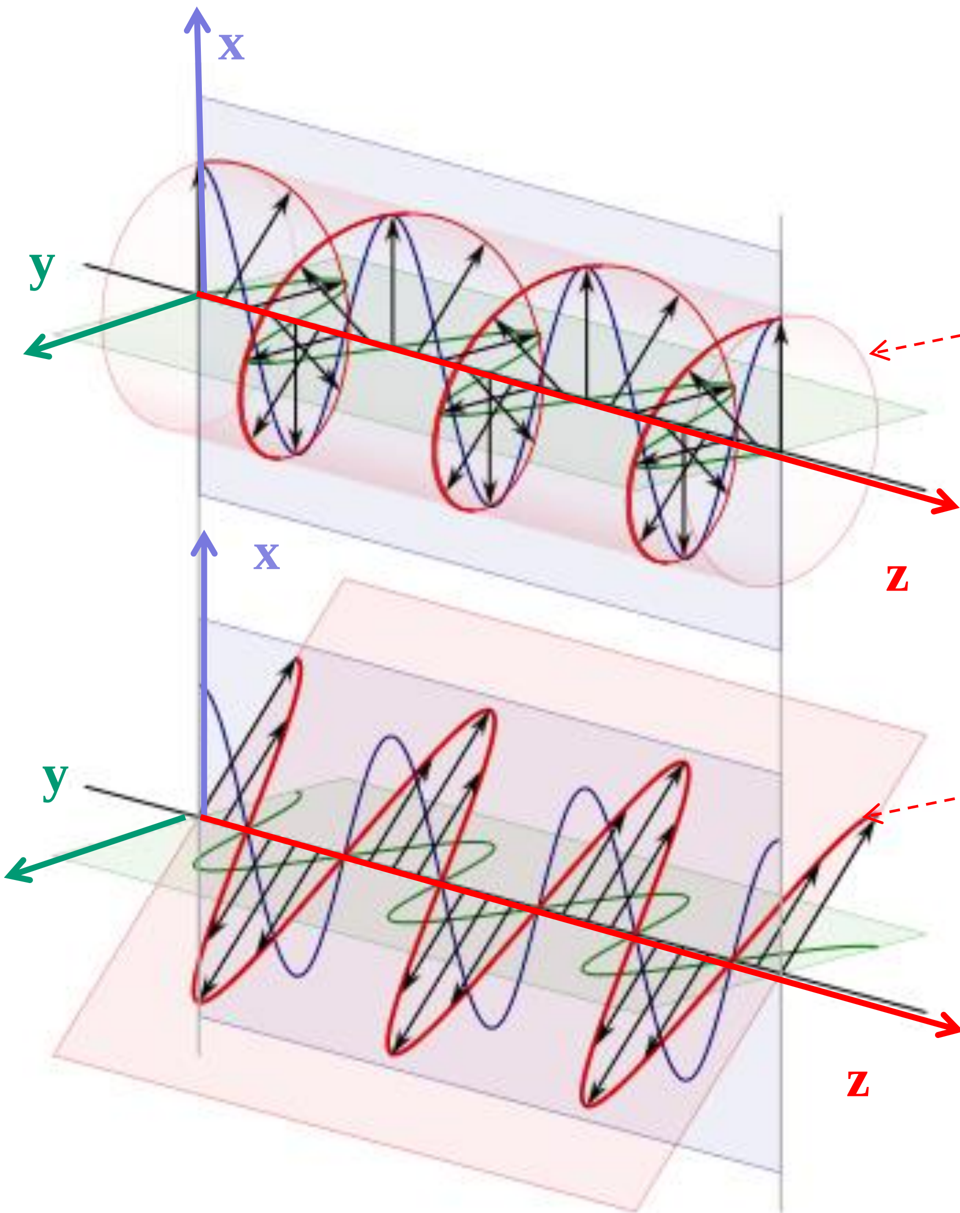
Polarizzazione circolare



Polarizzazione ellittica



Polarizzazione: esempi



Polarizzazione ellitica

Polarizzazione lineare

- onda componente polarizzata nella dir. x
- onda componente polarizzata nella dir. y
- onda risultante polarizzata

Polarizzazione delle onde radio

Le onde elettromagnetiche irradiate da stazioni di trasmissione **AM (Amplitude Modulation)**, impiegate nelle trasmissioni a *onde corte su lunghe distanze* e nelle trasmissioni della parte video dei programmi televisivi, sono ***linearmente polarizzate***. Le onde *radio* vengono emesse con il campo $\bar{E}$ *perpendicolare al suolo*. Per la massima ricezione, l'antenna ricevente dovrà essere parallela al campo che è verticale alla direzione di propagazione.Il segnale *televisivo* al contrario, viene emesso con il campo $\bar{E}$ nella *direzione orizzontale*, questo è il motivo per cui i conduttori delle antenne riceventi sui tetti sono orizzontali.

Le onde **FM (Frequency Modulation)** irradiate da stazioni radio sono generalmente ***polarizzate circolarmente***; quindi l'orientazione di una antenna ricevente FM non è critica, sempre che giaccia nel piano normale alla direzione del segnale.

Onde piane dissipative

In un mezzo dissipativo privo di sorgenti ($\gamma \neq 0$), nelle equazioni d'onda vettoriale omogenee di Helmholz il numero d'onda deve essere complesso, infatti:

$$\dot{\varepsilon}_c = \varepsilon - j\frac{\gamma}{\omega} = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad \left[\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right]$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \quad \text{diventa} \Rightarrow \quad \dot{k}_c = \omega\sqrt{\mu\dot{\varepsilon}_c} \cong \omega\sqrt{\mu\ (\varepsilon' - j\varepsilon'')}$$

Le onde piane in un mezzo dissipativo si studiano in maniera analoga alle onde in un mezzo omogeneo privo di perdite sostituendo $\dot{k}_c$ a k**.**

$$\nabla^2\overline{\mathrm{E}} + \mathrm{k}^2\overline{\mathrm{E}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla^2\overline{\mathrm{E}} + \dot{k}_c^{\,2}\overline{\mathrm{E}} = 0$$

Inoltre si definisce una ***costante di propagazione*** $\dot{\nu}$ tale che:

$$\dot{\nu} = j\dot{k}_c = j\omega\sqrt{\mu\dot{\varepsilon}_c} \quad \left[\mathrm{m}^{-1}\right]$$

Onde piane dissipative

Per come è definito anche la costante di propagazione $\dot{\nu}$ è un numero complesso:

$$\nu = \alpha + j\beta$$

$$\dot{\nu}^2 = -\dot{k}_c^{\,2} \rightarrow \dot{k}_c^{\,2} = -\dot{\nu}^2$$

l'equazione di Helmholtz vettoriale diventa dunque: $\nabla^2 \overline{E} - \dot{\nu}^2 \overline{E} = 0$

La soluzione é un'onda piana uniforme che si propaga nella direzione *z*. Nella ipotesi che l'onda sia linearmente polarizzata nella direzione x:

$$\overline{E}(z) = \bar{E}_x\, e^{-\dot{\nu} z} = \vec{a}_x\, E_0^+ e^{-\dot{\nu} z} = \vec{a}_x E_0^+\, e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$$

$$\overline{E}(z,t) = \vec{a}_x \,\mathrm{Re}\, \left\{\overline{E}(z)\, e^{j\omega t}\right\} = \vec{a}_x \,\mathrm{Re}\, \left\{E_0^+\, e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}\right\} = \vec{a}_x E_0^+ e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$$

- α ***costante di attenuazione*** in [*Np/m*], equivale ***l'attenuazione in ampiezza*** per 1 m di propagazione
- β ***costante di fase*** in [*rad/m*], equivale allo ***sfasamento dell'onda*** per 1 m di propagazione.

Onde piane dissipative

- L'attenuazione di una grandezza può essere espressa in ***decibel dB***

$$\text{dB}= 10 \log_{10}\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \quad \text{per le potenze}$$

$$\text{dB}= 10 \log_{10}\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 = 20 \log_{10}\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \quad \text{per le tensioni e le correnti}$$

- Il ***Neper Np*** è utilizzato come unità di misura della attenuazione di una grandezza. Si esprime come rapporto tra due valori che una grandezza assume in due punti diversi, dove il termine a denominatore è assunto come valore di riferimento:

$$\text{Np} = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \ln x_1 - \ln x_2$$

il valore corrispondente in decibel: $1\text{Np} = \dfrac{20}{\ln 10}\text{dB} = 8.686 \text{ dB}$

Onde piane dissipative

l'attenuazione in ampiezza α e lo sfasamento dell'onda β per ogni metro di propagazione *dipendono*:

- dalla pulsazione ω e quindi dalla frequenza della sorgente
- dai parametri costitutivi ε, μ e γ e possono essere così espressi:

$$\dot{\nu} = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon\left(1+\frac{\gamma}{j\omega\varepsilon}\right)} = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon'}\left(1-j\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^{\frac{1}{2}}$$

In particolare per i mezzi:

1. dielettrici con basse perdite
2. buoni conduttori
3. gas ionizzati

si possono ricavare delle formule approssimate, comunque valide per molte applicazioni pratiche.

Dielettrici a basse perdite (ωε>>γ)

$$\alpha \cong \frac{\omega\varepsilon''}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'}} \qquad \left[\frac{\mathrm{Np}}{\mathrm{m}}\right]$$ fattore di attenuazione

$$\beta \cong \omega\sqrt{\mu\varepsilon'}\left[1+\frac{1}{8}\left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2\right] \qquad \left[\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{m}}\right]$$ fattore di fase

$$\eta_c \cong \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'}}\left(1+j\,\frac{\varepsilon''}{2\varepsilon'}\right) \qquad [\Omega]$$ impedenza intrinseca

$$u_p = \frac{\omega}{\beta} \cong \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon'}}\left[1-\frac{1}{8}\left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2\right] \qquad \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$ velocità di fase

Buoni conduttori (γ>>ωε)

$$\alpha = \beta = \sqrt{\pi f \mu \gamma} \qquad \left[\frac{\mathrm{Np}}{\mathrm{m}}\right]$$

fattore di attenuazione e fattore di fase variabili con $\sqrt{\mathrm{f}}$ e $\sqrt{\sigma}$

$$\eta_{\mathrm{c}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_c}} \cong \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\gamma}} = (1+j)\frac{\alpha}{\gamma} \qquad [\Omega]$$

impedenza intrinseca con fase di 45° ***

$$\mathrm{u_p} = \frac{\omega}{\beta} \cong \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\gamma}} \qquad \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

velocità di fase proporzionali a $\sqrt{\mathrm{f}}$ e $\sqrt{\frac{1}{\gamma}}$

*** ***il campo magnetico é traslato di 45° rispetto a quello elettrico***

Buoni conduttori ($\gamma >> \omega\varepsilon$)

In buon conduttore, α dipende dalla frequenza, quindi si deduce che alle alte frequenze le onde elettromagnetiche che si propagano si attenuano molto rapidamente (legge esponenziale). Si definisce la ***skin depth*** o ***depth of penetration:***

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{\lambda}{2\pi} \quad [m]$$

essa è uguale all'inverso del fattore di attenuazione e rappresenta la *distanza lungo la quale l'ampiezza* di un onda piana viaggiante *diminuisce di un fattore pari a* e^{-1} *=1/(2.71828)=0.3679 (≈ 37%)*

In particolare ***alle frequenze delle microonde*** *(300MHz ÷300GHz) la* ***skin depth*** *di un buon conduttore é così piccola, che i campi e le correnti possono essere considerati confinati in uno strato molto sottile della superficie della sua superficie.*

Buoni conduttori ($\gamma >> \omega\varepsilon$)

skin depth o ***depth of penetration*** per alcuni conduttori confrontata con quella dell'acqua

		δ [mm]		
Materiale	***γ [S/m]***	***f = 60Hz***	***f=1 MHz***	***f=1GHz***
argento	$6.17\ 10^7$	8.27 [mm]	0.064 [mm]	0.0020 [mm]
rame	$5.80\ 10^7$	8.53	0.066	0.0021
oro	$4.10\ 10^7$	10.14	0.079	0.0025
alluminio	$3.54\ 10^7$	10.92	0.084	0.0027
ferro	$1.00\ 10^7$	0.65	0.005	0.00016
acqua di mare	4	32 [m]	0 .25 [m]	

Potenza istantanea

Quando le onde elettromagnetiche sono armoniche nel tempo, é conveniente utilizzare la notazione fasoriale in base alla quale i campi elettrico e magnetico possono essere così espressi:

$$\begin{cases} \overline{E}(z) = \overline{a}_x E_x(z) = \overline{a}_x E_0 e^{-(\alpha + j\beta)z} \\ \overline{H}(z) = \overline{a}_y H_y(z) = \overline{a}_y \dfrac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z} e^{-j(\beta z + \theta_\eta)} \end{cases}$$

con θ_η angolo di fase della impedenza intrinseca del mezzo $\eta = |\eta| e^{j\theta_\eta}$

e in funzione del tempo si avrà:

$$\begin{cases} \overline{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left[\overline{E}(z)\, e^{j\omega t}\right] = \overline{a}_x E_0 e^{-\alpha z}\, \mathrm{Re}\left[e^{j(\omega t - \beta z)}\right] = \overline{a}_x E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \\ \overline{H}(z,t) = \mathrm{Re}\left[\overline{H}(z)\, e^{j\omega t}\right] = \overline{a}_y \dfrac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z}\, \mathrm{Re}\left[e^{-j(\beta z + \theta_\eta)}\right] = \overline{a}_y \dfrac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \end{cases}$$

Potenza istantanea

Dalle relazioni precedenti l’espressione del **vettore di Poynting** o del **vettore densità di potenza in funzione del tempo** diventa:

$$P(z,t) = \overline{E}(z,t) \times \overline{H}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{\overline{E}(z)e^{j\omega t}\right\} \times \mathrm{Re}\left\{\overline{H}(z)e^{j\omega t}\right\} =$$

$$= \overline{a}_x E_0 e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z) \times \overline{a}_y \frac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z - \theta_n) =$$

$$= \overline{a}_z \frac{E^2{}_0}{|\eta|^2} e^{-2\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\cdot\cos(\omega t - \beta z - \theta_n) =$$

$$= \overline{a}_z \frac{E^2{}_0}{2|\eta|^2} e^{-2\alpha z}[\cos(\theta_n) + \cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_n)]^{(*)}$$

Oppure scritto in termini vettoriali abbiamo:

$$P(z,t) = \overline{E}(z,t) \times \overline{H}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{\overline{E}(z)e^{j\omega t}\right\} \times \mathrm{Re}\left\{\overline{H}(z)e^{j\omega t}\right\}^{(**)}$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\overline{E}(z)e^{j\omega t} \times \overline{H}^*(z)e^{-j\omega t}\right\} + \frac{1}{2}Re\left\{\overline{E}(z)e^{j\omega t} \times \overline{H}(z)e^{j\omega t}\right\} =$$

$$\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\overline{E}(z) \times \overline{H}^*(z) + \left(\overline{E}(z) \times \overline{H}(z)\right)e^{j2\omega t}\right\}$$

$(*)\ \cos(A)\cdot\cos(B) = \frac{1}{2}[\cos(A-B) + \cos(A+B)]$

$(**)\ \Re e\{\dot{C}\} = \frac{1}{2}(\dot{C} + \dot{C}^*) \rightarrow \Re e\{\dot{C}\} \times \Re e\{\dot{D}\} = \frac{1}{2}(\dot{C} + \dot{C}^*) \times \frac{1}{2}(\dot{D} + \dot{D}^*) = \frac{1}{4}[\dot{C} \times \dot{D}^* + \dot{C}^* \times \dot{D}] + \frac{1}{4}[\dot{C} \times \dot{D} + \dot{C}^* \times \dot{D}^*] = \frac{1}{2}\Re e\{\dot{C} \times \dot{D}^*\} + \frac{1}{2}\Re e\{\dot{C} \times \dot{D}\}$

Potenza media

La trasmissione di potenza per mezzo di onde elettromagnetiche é caratterizzata significativamente al suo valore medio, per tale motivo si definisce *il valore medio nel tempo del vettore di Poynting* per un'onda che si propaga nella direzione z.

Se ci calcoliamo il valor medio sul periodo T=2π/ω dell'espressione (**) della slide precedente otteniamo

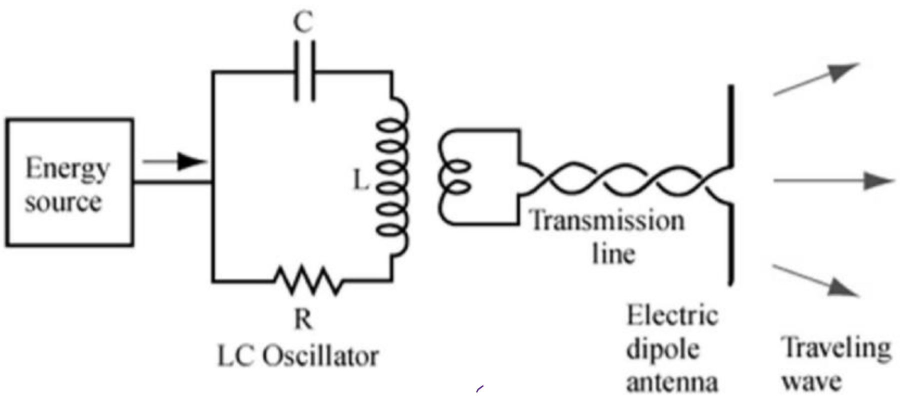
$$P_{av}(z)=\frac{1}{T}\int_0^T P(z,t)\,dt=\frac{E_0^2}{2|\eta|^2}e^{-2\alpha z}\cos(\theta_n) \qquad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

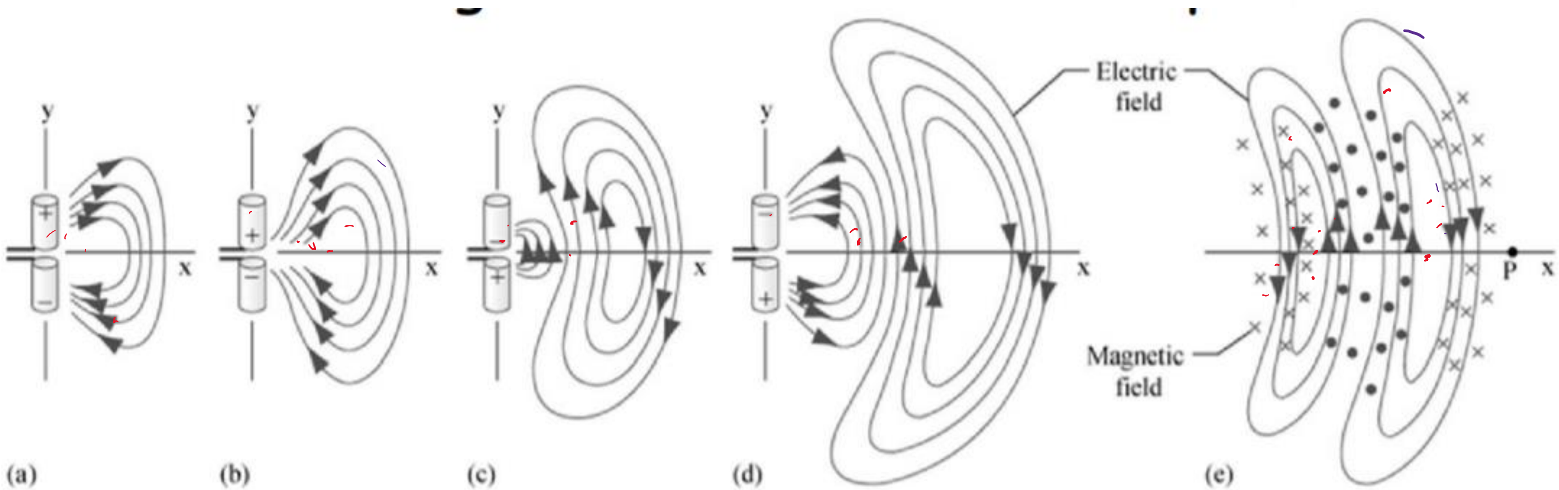
Se invece calcoliamo l'espressione il valor medio sul periodo T=2π/ω dell'espressione fasoriale otteniamo:

$$P_{av}(z)=\frac{1}{T}\int_0^T P(z,t)\,dt=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\overline{E}(z)\times\overline{H}^*(z)\right] \qquad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

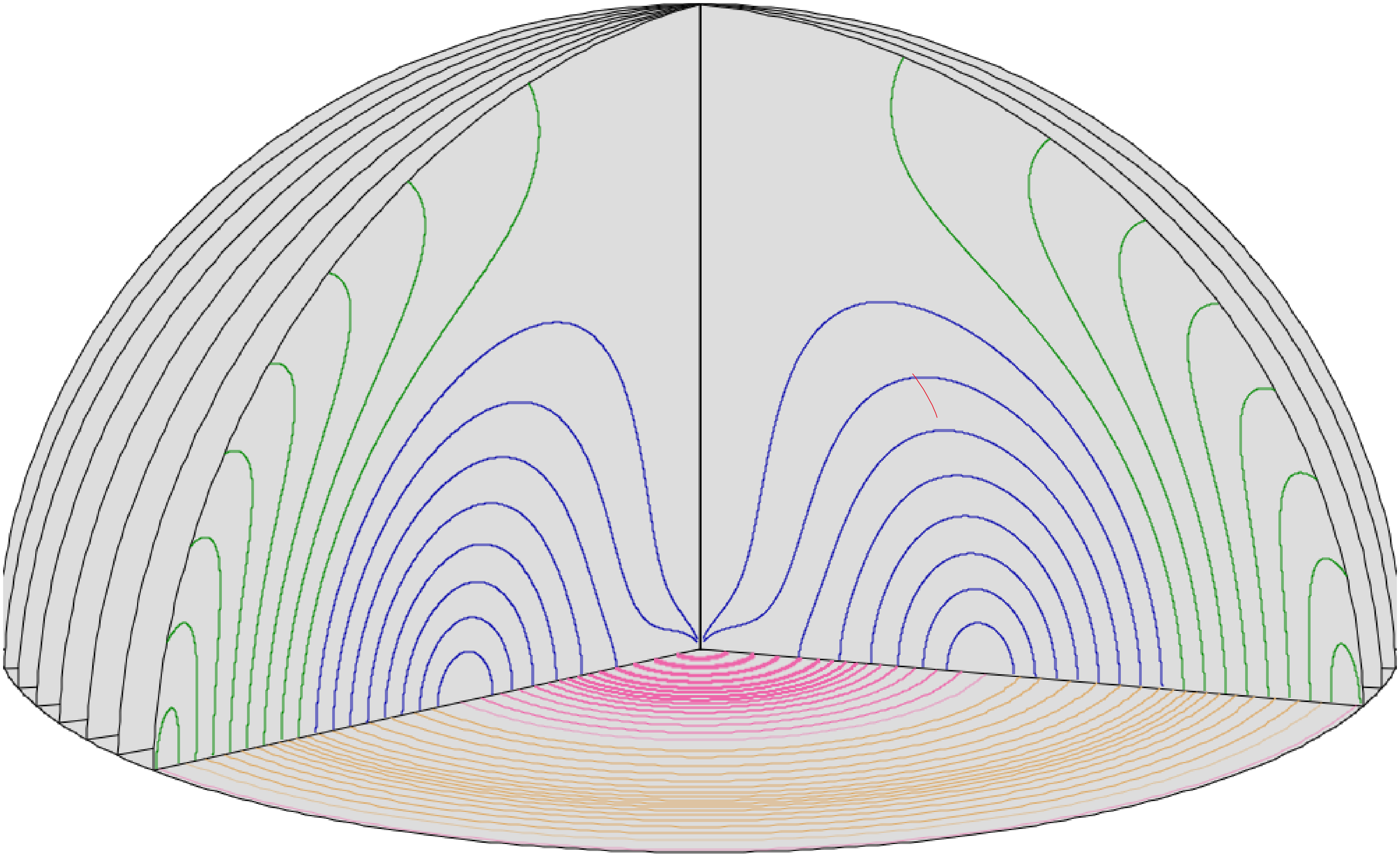
Dipolo elettrico oscillante

Il **dipolo dipolo elettrico oscillante** è il più semplice tipo di **antenna.** Essa è costituita da due bracci uguali aperti, realizzati con un conduttore elettrico lineare, su cui scorrono le ***correnti elettriche opposte che variano sinusoidalmente*** nel tempo. Le cariche sono inevitabilmente accelerate muovendosi avanti e indietro nell'antenna, e come risultato l'antenna è una sorgente di radiazione EM che si propaga nello spazio.



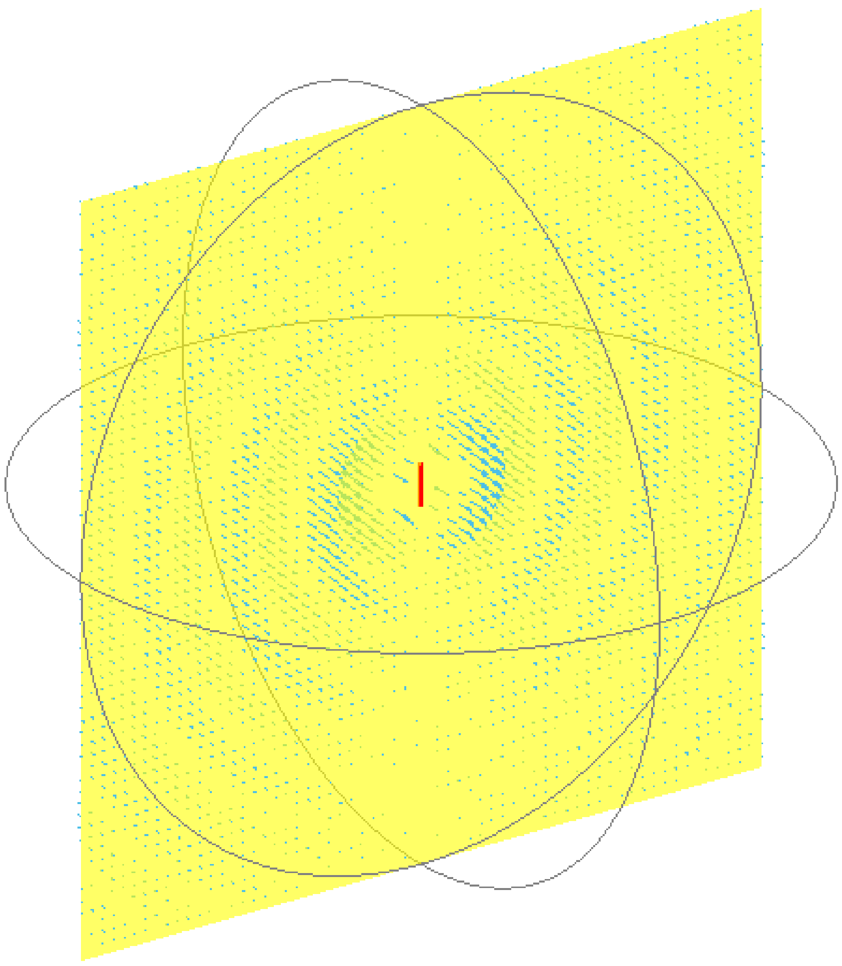


Campo elettromagnetico irradiato



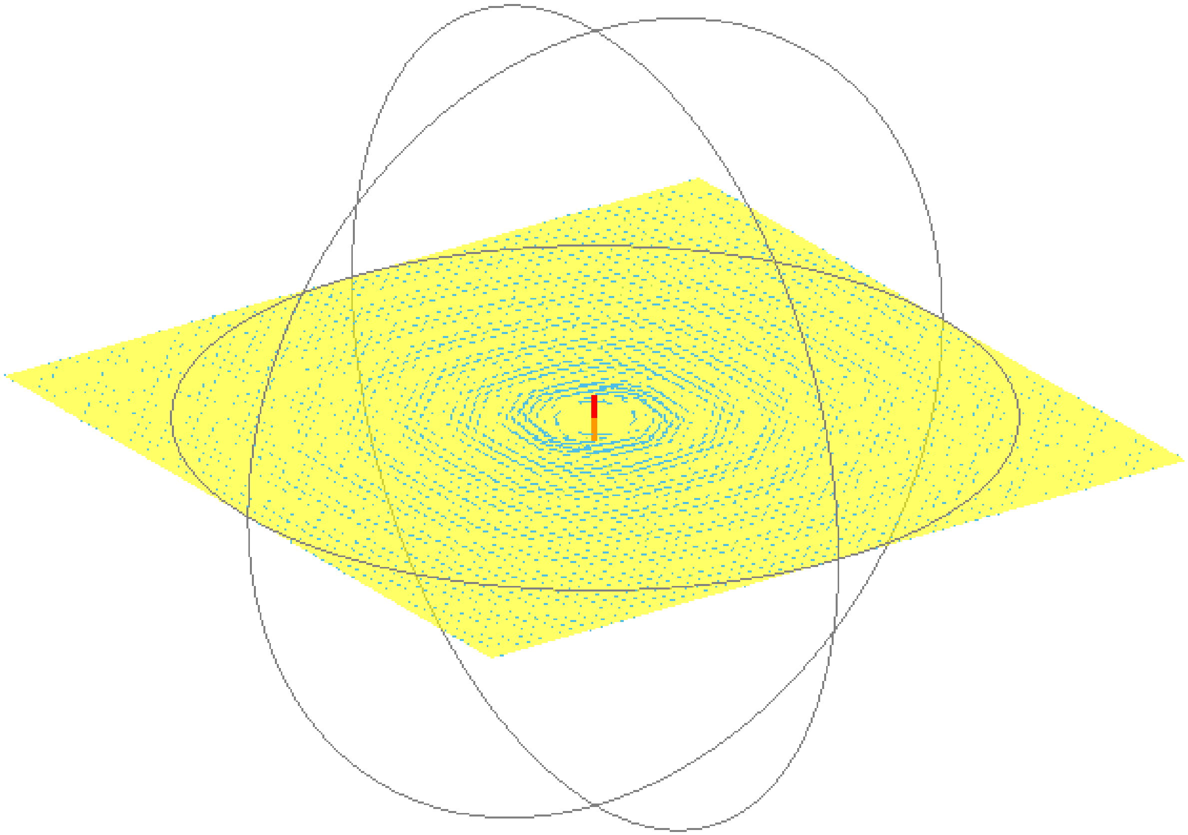
Campo elettromagnetico irradiato

Campo elettrico



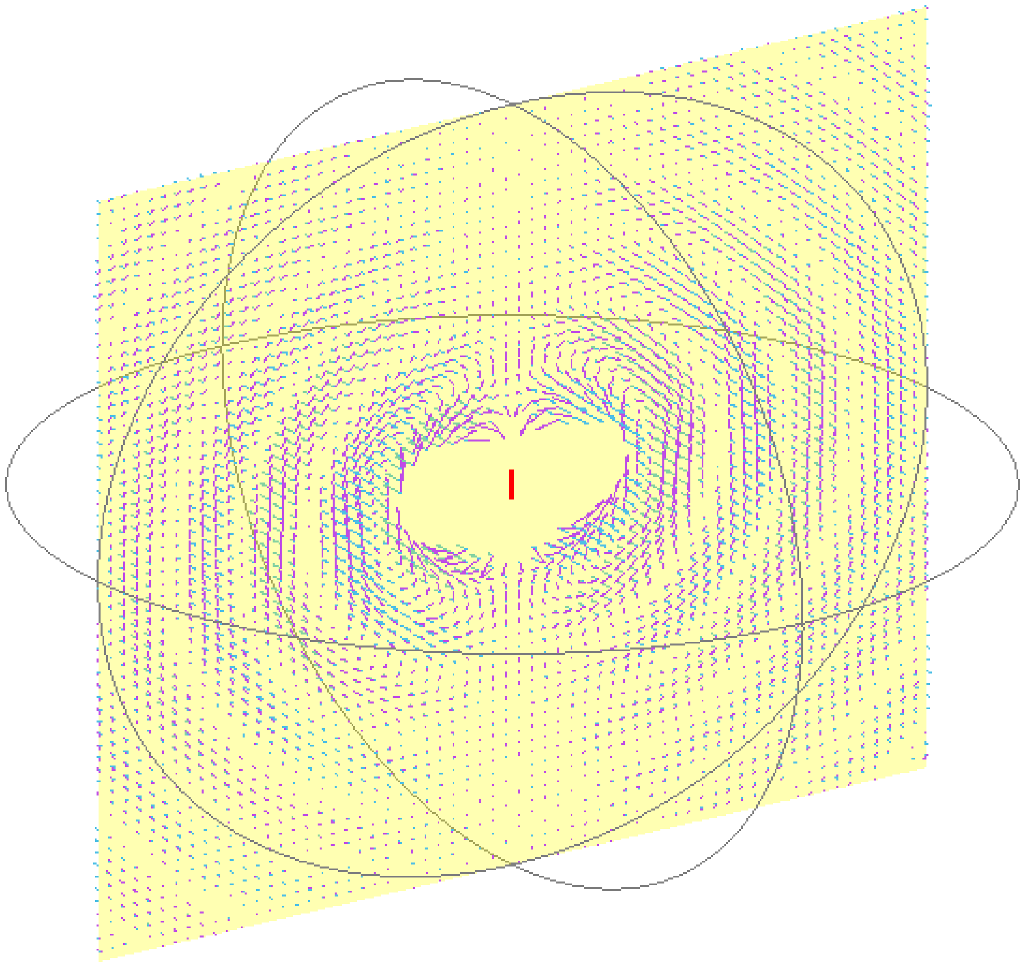
Campo elettromagnetico irradiato

Campo magnetico, sfasato nello spazio di $\frac{\pi}{2}$



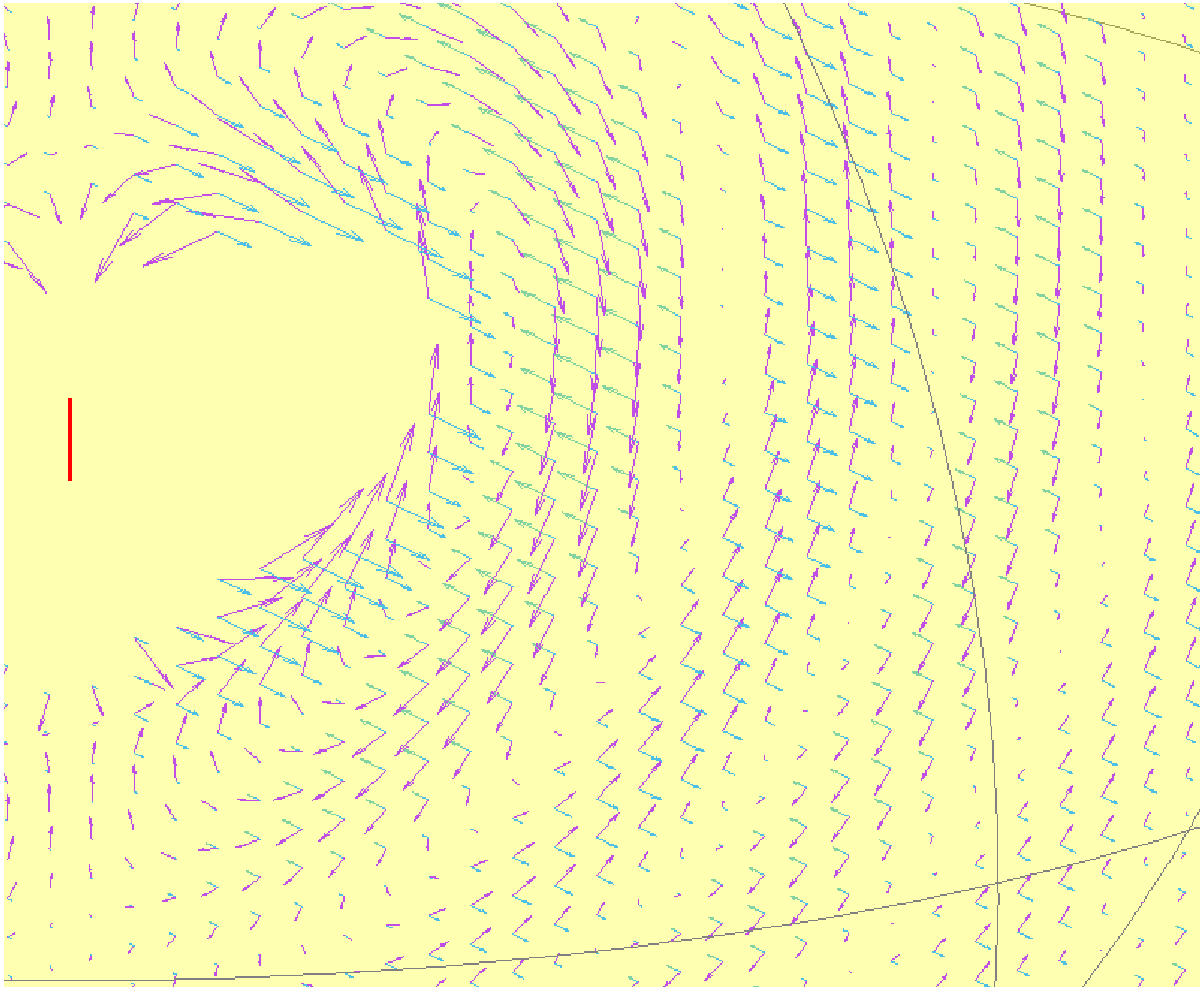
Campo elettromagnetico irradiato

Campo elettrico e magnetico sfasati nello spazio di $\frac{\pi}{2}$ e nel tempo di θ_n



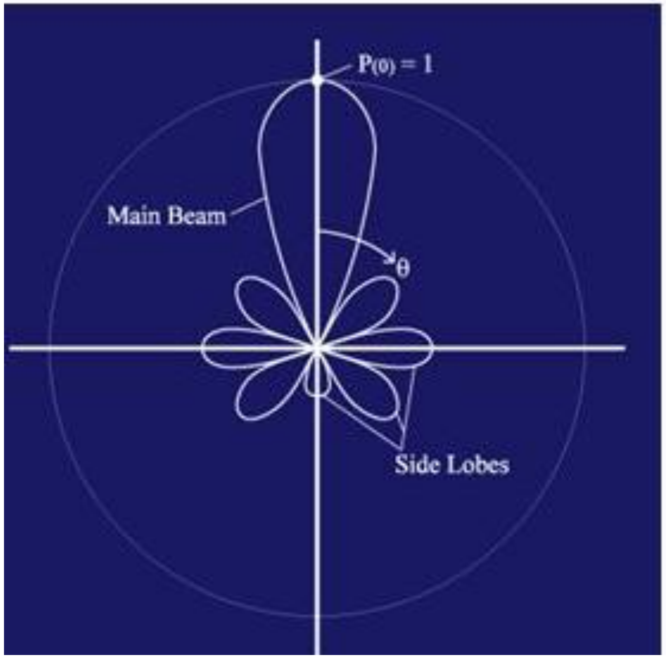
Campo elettromagnetico irradiato

Campo elettrico e magnetico (dettaglio)



Campo elettromagnetico irradiato

Quando la trasmissione della potenza elettromagnetica avviene nello spazio aperto, si può focalizzare la radiazione mediante l'interferenza tra più emettitori, in modo tale che la potenza irradiata sia il più possibile concentrata. La possibilità di concentrare il flusso di potenza attraverso l'interferenza è però limitato.



Dal punto di vista concettuale non esiste alcuna differenza tra le antenne destinate alle telecomunicazioni e quelle destinate al trasferimento di potenza (per scaldare il plasma nei reattori a fusione nucleare)

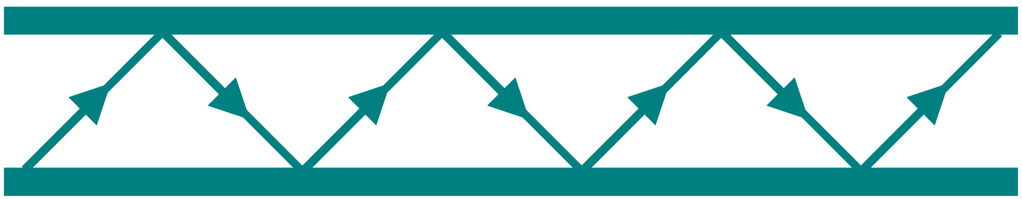
Guide d'onda

Quando l'energia irradiata non è guidata, la trasmissione di potenza e informazione dalla sorgente al ricevitore è inefficiente. In molte applicazioni pratiche abbiamo però bisogno di indirizzare il flusso di energia in una ben determinata direzione, altrimenti la spesa energetica necessaria a irradiare un determinato oggetto diventa insostenibile. Questo è tanto più vero quanto più l'oggetto da irradiare è distante dalla sorgente dell'onda. Perciò, se è possibile, si ricorre a sistemi denominati ***guide d'onda*** attraverso le quali il flusso di energia si sviluppa principalmente lungo la direzione del *sistema guidante*.

Nel termine *guide d'onda* rientrano diverse tecnologie costruttive, ma tutte con lo stesso principio di funzionamento: l'onda viene trasmessa entro un canale racchiuso da una superficie che la riflette. Nel campo dell'ingegneria delle microonde e delle frequenza ottiche c'è stato un importante sviluppo delle configurazioni geometriche e dei materiali impiegati nelle guide d'onda.

Guide d'onda

una ***guida d'onda*** si realizza attraverso una struttura fisica che realizza una propagazione guidata dell'onda elettromagnetiche per mezzo della "riflessione" sulle interfacce (pareti conduttrici o dielettriche di natura diversa).



Guida d'Onda

Nelle guide d'onda, l'energia viene trasmessa da un'onda elettromagnetica che *si propaga nell*a *regione dielettrica esistente tra i contorni* (interfaccia *dielettrico-conduttore* o *dielettrico-dielettric*o); questi ultimi assumono dunque una importanza primaria nel determinare le caratteristiche di una onda .

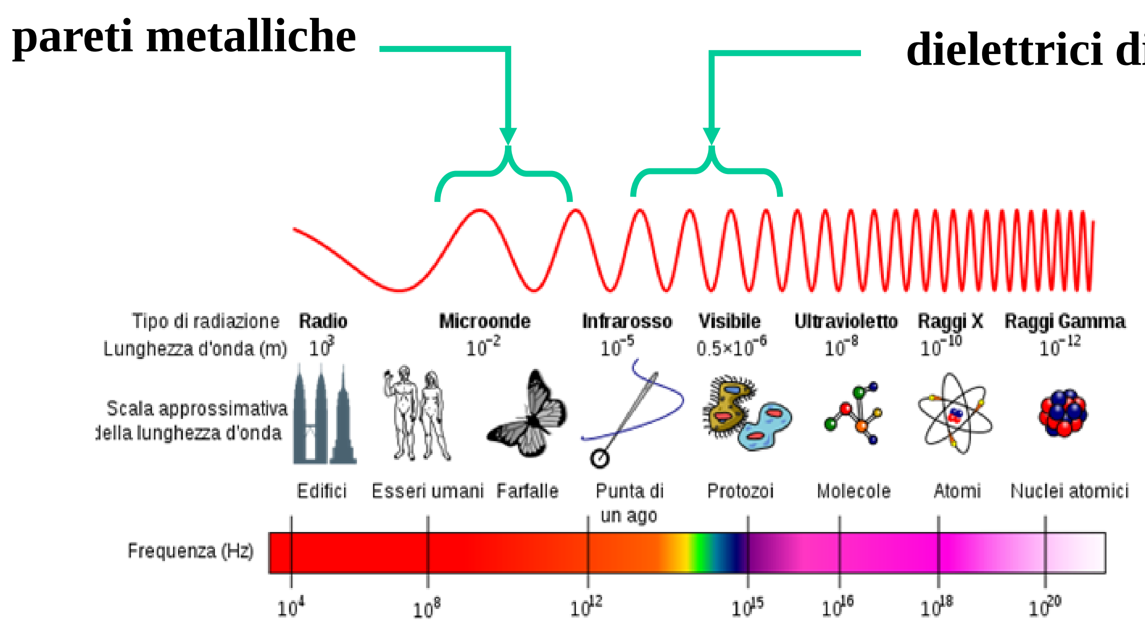
Nelle guide d'onda reali, una parte del flusso di energia è comunque trasmesso dall'onda al metallo non perfettamente conduttore, o al secondo dielettrico, con cui si realizza l'interfaccia e in essi si verificano perdite legate alla dissipazioni di potenza.

Guide d’onda

Natura della superficie riflettente :

❖ micro-onde (300 MHz ÷ 300 GHz): materiale conduttore.

❖ spettro visibile (400 THz ÷1000 THz) dielettrico con diverso indice di rifrazione (un innalzamento locale dell’indice di rifrazione), per garantire la flessibilità della guida d’onda che viaggia per km.



Il problema del dimensionamento consiste nel risolvere l’equazione delle onde nel rispetto delle condizioni al contorno dettate dalla superficie riflettente

Guide d'onda

CAVO COASSIALE

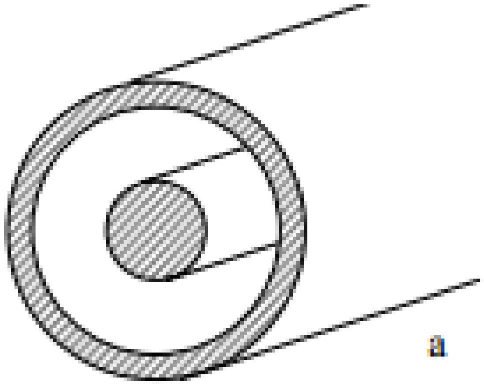
Misure (segnali schermati)

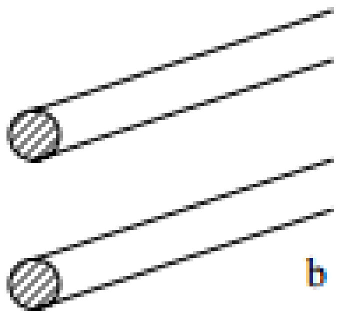
LINEA BIFILARE

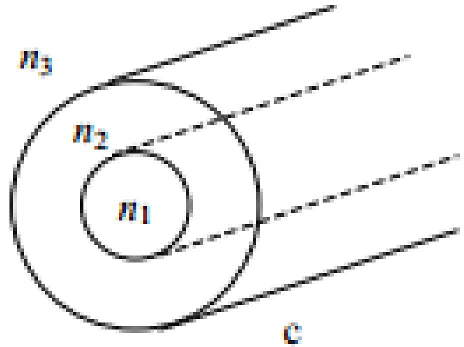
Collegamenti telefonici e antenne televisiva

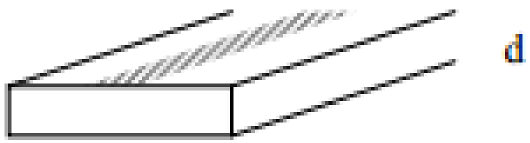
FIBRA OTTICA

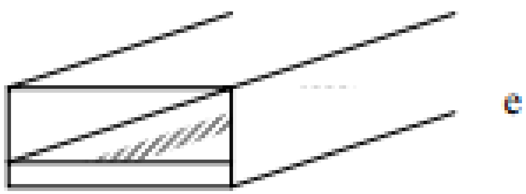
Segnali ottici











MICROSTRISCE

Elettronica (microonde)

STRIPLINE

Elettronica (microonde)