

6

**CIRCUITI
MAGNETICI**

Comportamento dei materiali magnetici

I materiali magnetici possono essere classificati in tre gruppi principali in base al loro valore di *permeabilità relativa* μ_r o della *suscettività magnetica* χ_m :

$$\mu_r = 1 + \chi_m = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Un materiale è definito:

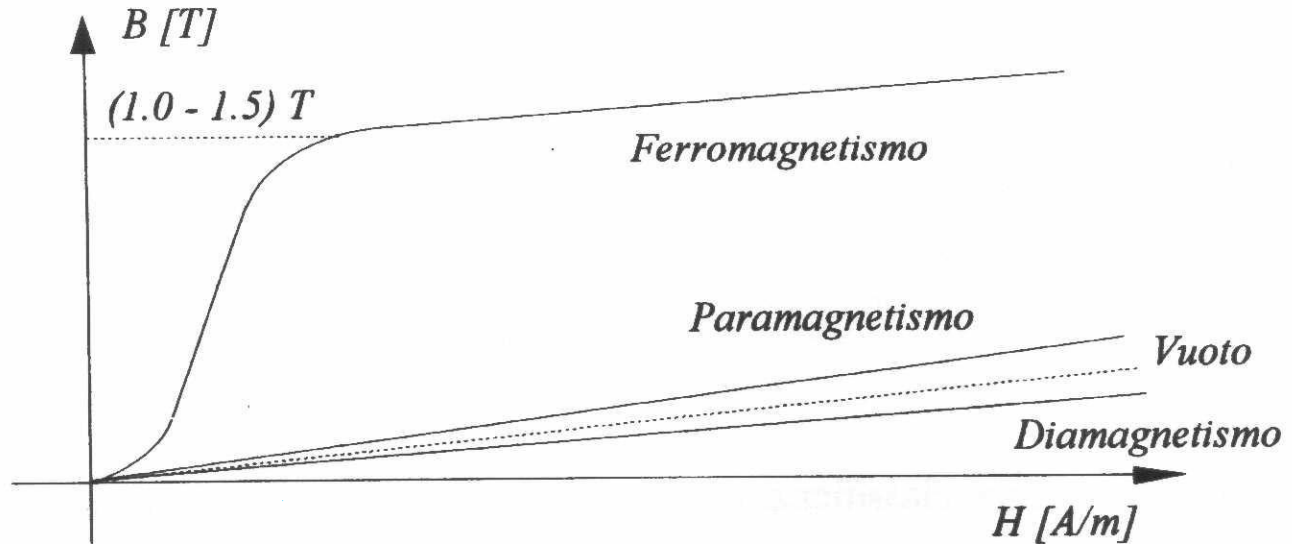
- **Diamagnetico** se $\mu_r < 1$ (χ_m è un num. negativo molto piccolo),
- **Aria o Vuoto** se $\mu_r = 1$
- **Paramagnetico** se $\mu_r > 1$ (χ_m è un num. positivo molto piccolo)
- **Ferromagnetico** se $\mu_r \gg 1$ (χ_m è un num. positivo molto grande)

Questa classificazione in funzione della μ_r o χ_m è dovuta:

1. in parte al momento di dipolo magnetico degli atomi del materiale $\bar{M} = \chi_m \bar{H}$
2. in parte alla interazione tra gli atomi.

Comportamento dei materiali magnetici

Diagramma delle caratteristiche magnetiche per diversi tipi di materiali:



- **Diamagnetico** $\rightarrow \mu_r < 1 \rightarrow B = \mu_0 \mu_r \cdot H = \mu \cdot H \rightarrow$ c. lineare
- **Vuoto e Aria** $\rightarrow \mu_r = 1 \rightarrow B = \mu_0 \cdot H = 2 \pi \cdot 10^{-7} \cdot H = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot H \rightarrow$ c. lineare
- **Paramagnetico** $\rightarrow \mu_r > 1 \rightarrow B = \mu_0 \mu_r \cdot H = \mu \cdot H \rightarrow$ c. lineare
- **Ferromagnetico** se $\mu_r \gg 1 \rightarrow$ non lineare: $\mu = f(B)$, ma linearizzabile a tratti

Diamagnetismo

Il diamagnetismo è la proprietà caratteristica di alcune sostanze che presentano permeabilità magnetica assoluta costante e poco minore di quella del vuoto ($\mu_r < 1$, $\chi_m \approx -10^{-6} \div -10^{-9}$). Materiali diamagnetici non sono magneticamente permeabile come l'aria o il vuoto, ossia le linee di forza magnetiche non possono penetrare materiali diamagnetici così facilmente come possono penetrare l'aria o il vuoto.

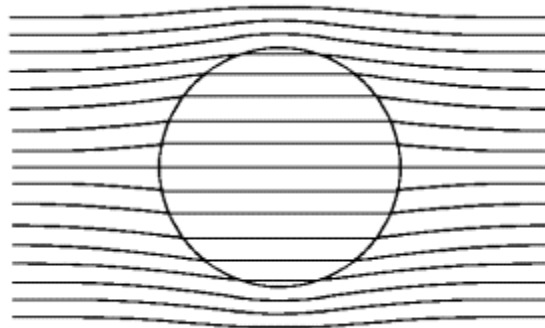
Il diamagnetismo è la proprietà della maggioranza delle sostanze conosciute per *essere respinte, anziché attratte da una calamità.*

Sono diamagnetici: *oro, antimonio, bismuto, mercurio, argento, alcool etilico, rame, diossido di carbonio, azoto.*

Gli atomi o le molecole dei materiali diamagnetici manifestano un momento magnetico intrinseco dovuto principalmente *al movimento orbitale degli elettroni.*

Diamagnetismo

In assenza di un campo magnetico esterno, le correnti microscopiche associate al moto degli elettroni nell'atomo danno luogo a *momenti magnetici che si compensano*, con il risultato che nella maggior parte dei casi il materiale ***non presenta momento magnetico specifico***. Quando un materiale diamagnetico viene investito da un *campo magnetico esterno* compare un debole *momento magnetico opposto al campo esterno*. Questo perché il campo ha la tendenza a deviare gli elettroni, deformandone le orbite, quindi si crea internamente un campo di entità molto moderata, ma opposto al campo induttore, che ne risulta così indebolito.



Diamagnetismo

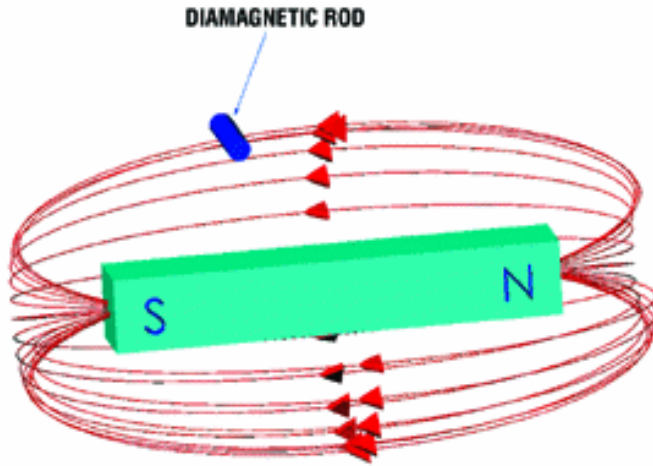


Figure 5. Rods of a diamagnetic material placed in a magnetic field align themselves normal to the magnetic field lines.

Si può verificare che una barretta (rod) di materiale diamagnetico in presenza di un campo magnetico si dispone in direzione perpendicolare alla direzione delle linee di flusso del campo:

Poichè le forze diamagnetiche sono molto deboli, la loro forza repulsiva da sola può mantenere in sospensione solo gli oggetti più leggeri. Ma in presenza di un forte campo magnetico, invece, alcuni materiali diamagnetici come bismuto, argento e grafite hanno una forza repulsiva abbastanza elevata da mantenere sospeso il proprio peso.

Paramagnetismo

Il paramagnetismo è la proprietà caratteristica di alcune sostanze che presentano permeabilità magnetica assoluta costante e poco maggiore di quella del vuoto ($\mu_r > 1$, $\chi_m \approx 10^{-6}$).

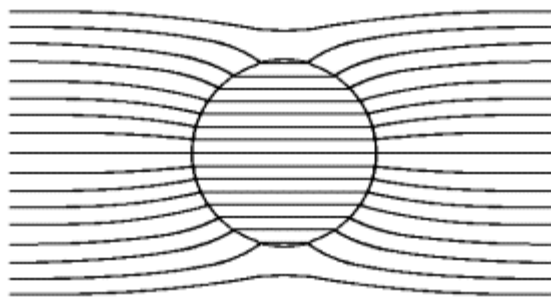
Le sostanze paramagnetiche vengono leggermente attratte da una calamita.

Sono sostanze paramagnetiche: alluminio, platino, manganese, cromo, palladio oltre alle loro leghe e sali disciolti e gas come l'ossigeno.

Il *paramagnetismo* si riscontra in quei materiali che presentano condizioni di asimmetria per cui i loro atomi o le loro molecole manifestano un momento magnetico intrinseco. Esso è **dovuto principalmente ai momenti dei magnetici dovuti allo spin degli elettroni** (movimento rotatorio su se stessi).

Paramagnetismo

A causa dell'agitazione termica il momento magnetico medio è nullo, tuttavia sotto l'azione di un campo magnetico esterno si verifica un fenomeno di parziale orientazione delle molecole con la comparsa di un momento magnetico risultante concorde al campo esterno, ma comunque di piccola intensità, che tende comunque a rafforzare il campo induttore.



una barretta di materiale paramagnetico in presenza di un campo magnetico si dispone in direzione parallela alla direzione delle linee di flusso del campo.

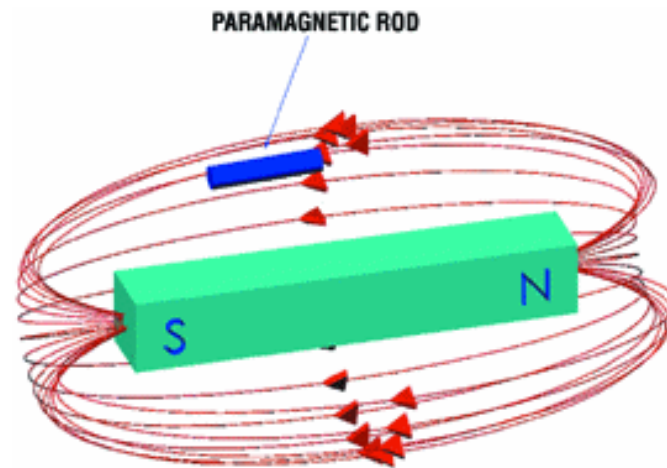


Figure 6. Rods of a paramagnetic material in a magnetic field align with the magnetic field lines.

Ferromagnetismo

Proprietà di alcune sostanze allo stato puro o in lega di presentare, quando siano sottoposte all'azione di un campo magnetico, una *permeabilità magnetica variabile* ($\mu_r \gg 1$) e *dipendente al campo stesso (fenomeno dell'isteresi)*.

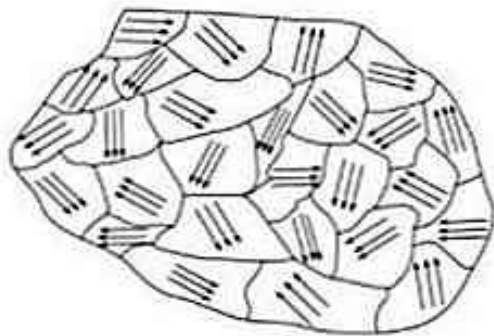
Le sostanze ferromagnetiche vengono fortemente attratte da una calamita.

Sono materiali ferromagnetici: ferro , cobalto, nichel e le leghe (come le leghe nichel-ferro), acciaio fuso, lamiera di acciaio dolce, lamiera al silicio, numetal (lega con nichel, rame cromo e manganese).

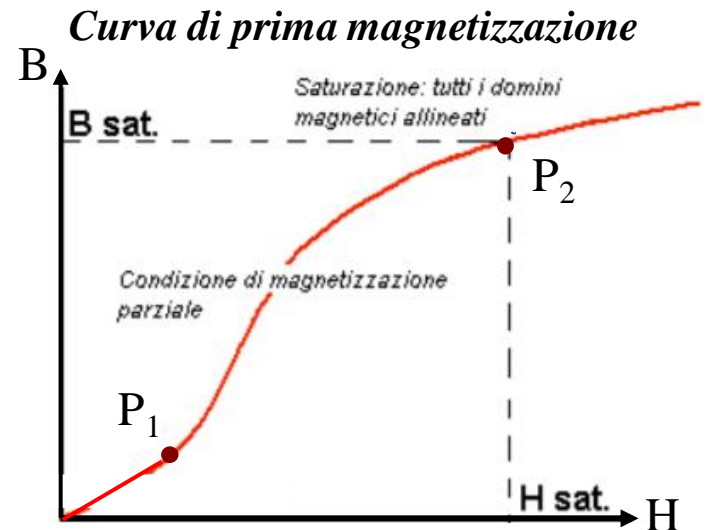
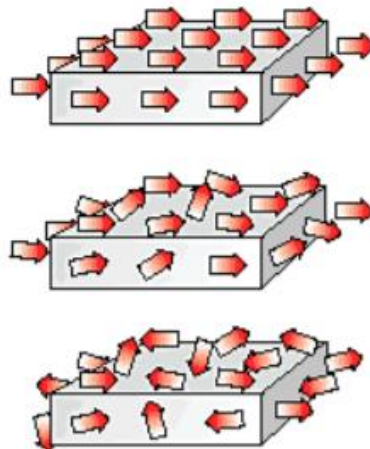
Analogamente alle barrette di materiale paramagnetico in presenza di un campo magnetico, le barrette di materiali ferromagnetico si dispongono nella direzione delle linee di flusso del campo magnetico.

Ferromagnetismo

L'elevato valore di χ_m ($\approx 10^3 \div 10^4$) è giustificato dall'esistenza in questi materiali dei domini di Weiss (di dimensioni dell'ordine di μm), ognuno dei quali è *spontaneamente magnetizzato* con intensità prossima al valore di saturazione. Questi domini, per i quali l'orientazione di \bar{M} è casuale in un materiale non magnetizzato, possono orientarsi con facilità in presenza di un campo \bar{H} esterno. I domini con \bar{M} parallelo a \bar{H} crescono, mentre gli altri diminuiscono di volume. Alla fine tutti i domini con \bar{M} ancora discorde ruotano allineandosi con \bar{H} .



ferromagnetismo



Ferromagnetismo

Per campi esterni molto deboli il processo è reversibile (fino al punto P_1 della figura precedente). Quando il campo esterno aumenta la modifica dei bordi dei domini allineati con il campo esterno non è più reversibile. Nella fase finale, la rotazione degli \bar{M} ancora discordi in direzione concorde al campo provoca una forte magnetizzazione; questo fa sì che la permeabilità relativa sia migliaia di volte maggiore dell'unità. La Magnetizzazione del materiale cresce all'aumentare del campo esterno fino ad arrivare a un valore di saturazione corrispondente al completo orientamento nella direzione del campo esterno (punto P_2). La curva 0- P_1 - P_2 è chiamata curva di prima magnetizzazione.

Superato il primo tratto lineare, se il campo esterno viene ridotto a zero, durante la fase di smagnetizzazione la relazione $B-H$ non segue la curva descritta per la magnetizzazione, questo fenomeno viene chiamato *isteresi magnetica*.

Ferromagnetismo

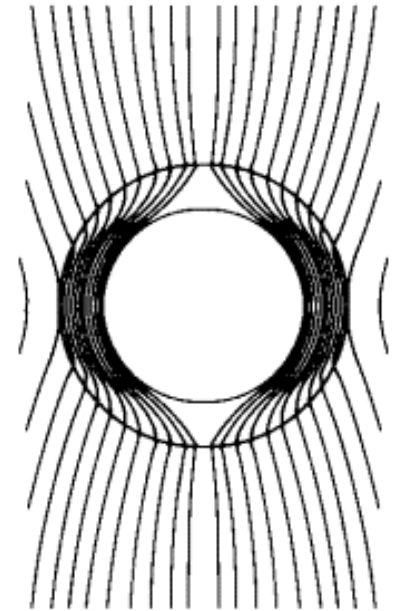
Una volta cessato il campo magnetico esterno, la maggior parte dei materiali ferromagnetici presentano un campo magnetico residuo molto elevato, e si trasformano in *magneti permanenti* (*acciai al carbonio, al tungsteno, al cobalto al Ni-Co, Ferrite di Bario*).

Il comportamento ferromagnetico è strettamente legato alla temperatura. Infatti, se la temperatura aumenta sensibilmente, aumenta con essa l'agitazione termica degli ioni alterando tutta la struttura cristallina così che i momenti magnetici non sono più orientati e il materiale passa allo stato paramagnetico. La temperatura caratteristica di questo passaggio è detta *punto di Curie* ed è molto elevata (per il ferro vale 775°).

Ferromagnetismo

Materiali ferromagnetici sono *molto più permeabili magneticamente rispetto all'aria e al vuoto*, il momento magnetico risultante rafforza fortemente il campo induttore.

Nella tabella sono riportati i valori del campo H e della permeabilità relativa μ_r per una induzione magnetica $B = 1.2 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$ per alcuni materiali ferromagnetici.



Acciaio fuso	$B=1.2 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$H= 620 \text{ [A/m]}$	$\mu_r = 1550$
Lamiere di acciaio dolce	$B=1.2 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$H= 800 \text{ [A/m]}$	$\mu_r = 1200$
Lamiere al Silicio	$B=1.2 \text{ [Wb/m}^2\text{]}$	$H= 700 \text{ [A/m]}$	$\mu_r = 1370$

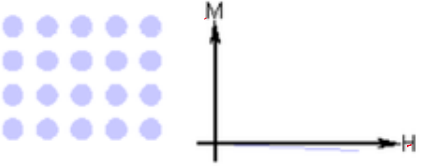
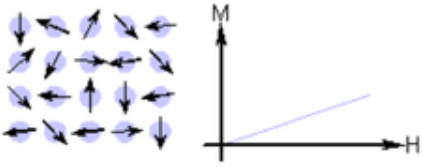
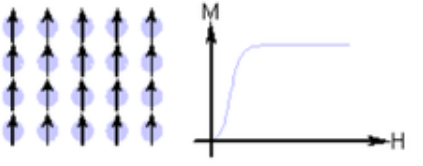
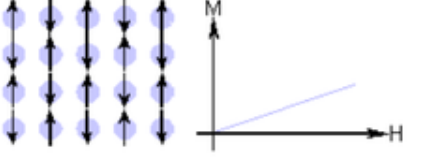
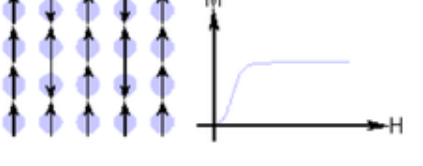
Con leghe di Ferro e Nichel si riesce ad ottenere valori di permeabilità relativa μ_r massima compresi tra **50000 e 90000**.

Antiferromagnetismo e ferrimagnetismo

In Alcune sostanze, in presenza di un campo magnetico esterno, i dipoli magnetici si orientano parallelamente al campo ma, contrariamente ai materiali ferromagnetici, a due a due uguali ed opposti. Questi materiali vengono chiamati *antiferromagnetici* e pertanto non hanno proprietà magnetiche in quanto la magnetizzazione risultante è nulla. Al di sopra di un certo valore della temperatura (temperatura di Neel) l'allineamento dei dipoli scompare e le sostanze diventano paramagnetiche.

Nei materiali *ferrimagnetici*, i momenti magnetici degli atomi si orientano in modo antiparallelo, come in quelli antiferromagnetici, ma i momenti non hanno tutti lo stesso modulo. Il momento risultante è non nullo e perciò presentano una magnetizzazione spontanea. Questi materiali hanno una bassa conduttività, perciò sono particolarmente indicati per nelle alte frequenze, dove è necessario limitare il fenomeno delle correnti indotte.

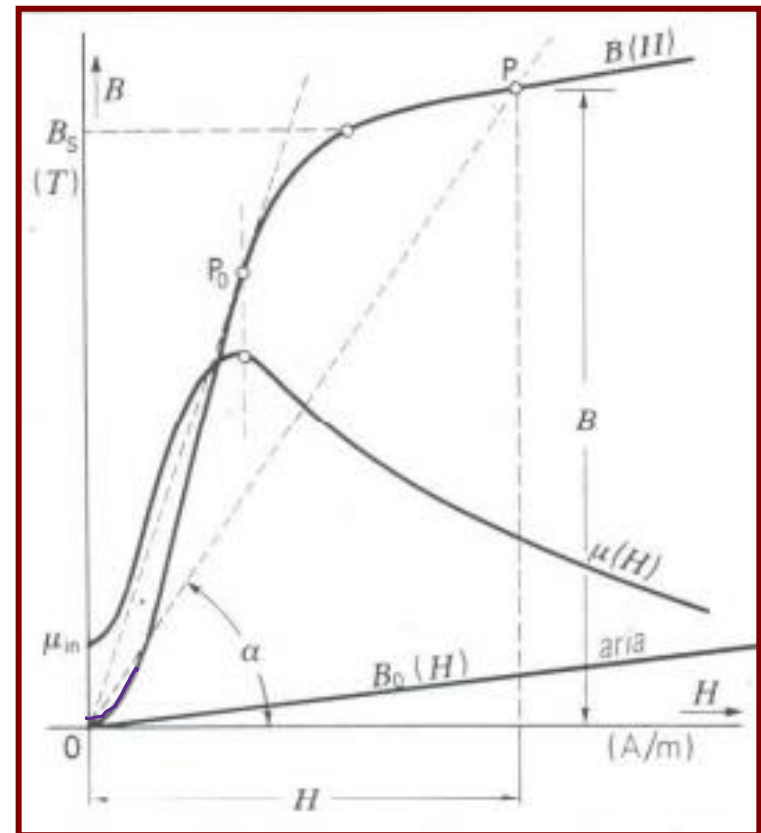
Classificazione dei materiali

Type of Magnetism	Susceptibility	Atomic / Magnetic Behaviour	Example / Susceptibility
Diamagnetism	Small & negative.	Atoms have no magnetic moment 	Au -2.74×10^{-6} Cu -0.77×10^{-6}
Paramagnetism	Small & positive.	Atoms have randomly oriented magnetic moments 	β -Sn 0.19×10^{-6} Pt 21.04×10^{-6} Mn 66.10×10^{-6}
Ferromagnetism	Large & positive, function of applied field, microstructure dependent.	Atoms have parallel aligned magnetic moments 	Fe $\sim 100,000$
Antiferromagnetism	Small & positive.	Atoms have mixed parallel and anti-parallel aligned magnetic moments 	Cr 3.6×10^{-6}
Ferrimagnetism	Large & positive, function of applied field, microstructure dependent	Atoms have anti-parallel aligned magnetic moments 	Ba ferrite ~ 3

Curva di prima magnetizzazione

Osservando la curva di prima (o di normale) magnetizzazione si vede che $\mu = \frac{B}{H}$ è costante solo nel primo e nell'ultimo tratto della curva.

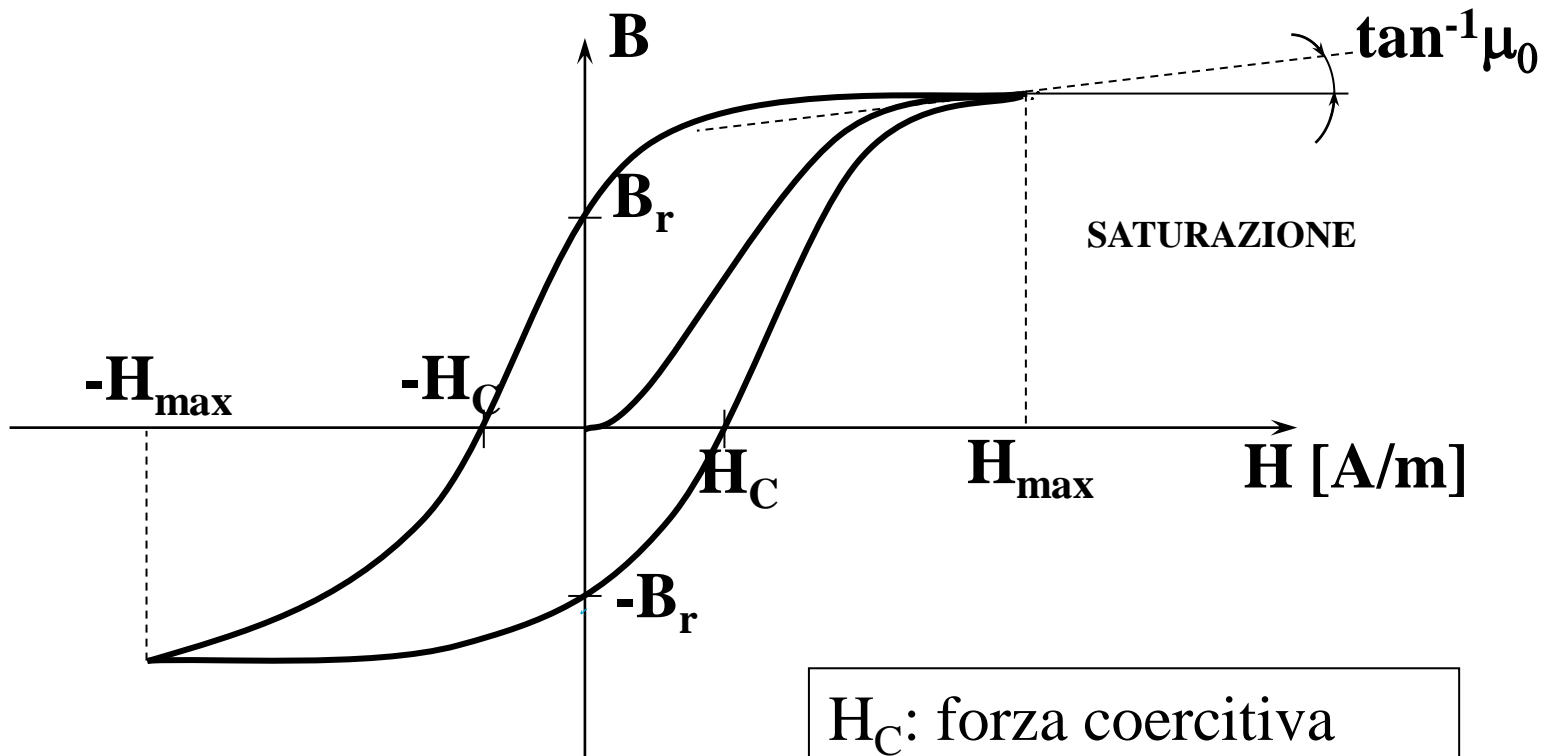
In corrispondenza del ginocchio della curva di isteresi, μ varia punto per punto. Il valore massimo (μ_{max}) si ha in corrispondenza del punto (P_0) di intersezione della curva di prima magnetizzazione con la tangente passante per l'origine degli assi. P_0 giace approssimativamente in corrispondenza del punto iniziale del ginocchio di saturazione.



Ciclo di isteresi Magnetica

Le grandezze magnetiche variano secondo l'andamento riportato nel grafico:

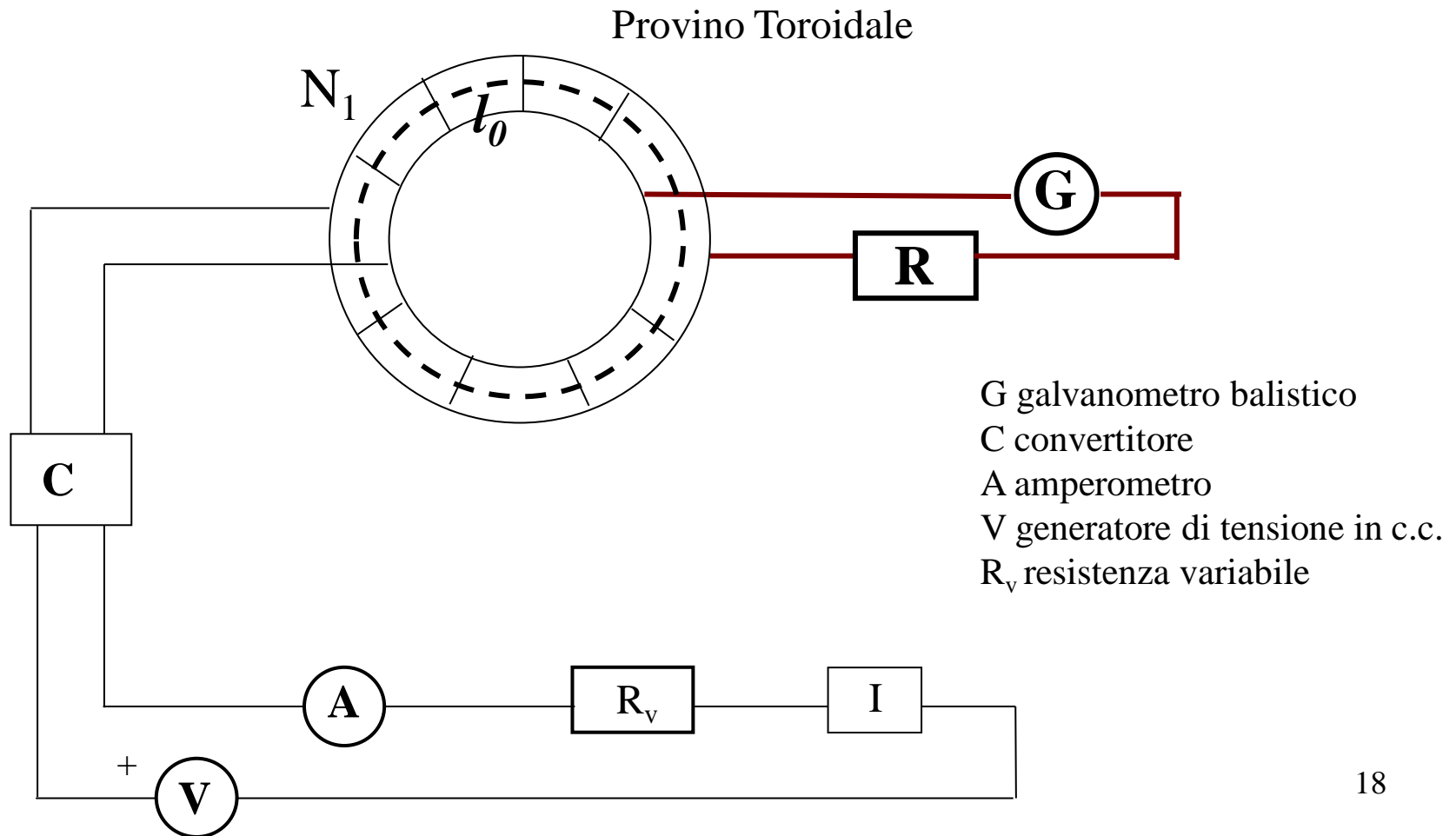
$$B = f(H) \text{ NON LINEARE}$$



H_C : forza coercitiva
 B_r : induzione residua

Ciclo di isteresi Magnetica

Per determinare sperimentalmente la funzione $B = f(H)$ si può operare su un provino toroidale:



Ciclo di isteresi Magnetica

- Variando R_V varia la costante I nelle spire N e con l'amperometro è possibile misurare I .

Applicando il teorema della circuitazione lungo il cerchio di lunghezza media l_0 del provino di materiale ferromagnetico:

$$\oint_{l_0} \vec{H} \cdot d\vec{l}_0 = NI \Rightarrow H \cdot l_0 = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l_0}$$

Per ciascun valore di I si leggono negli strumenti i valori di I e B e si calcola H .

- Per ottenere valori negativi di I , si inverte le polarità della corrente con il convertitore.

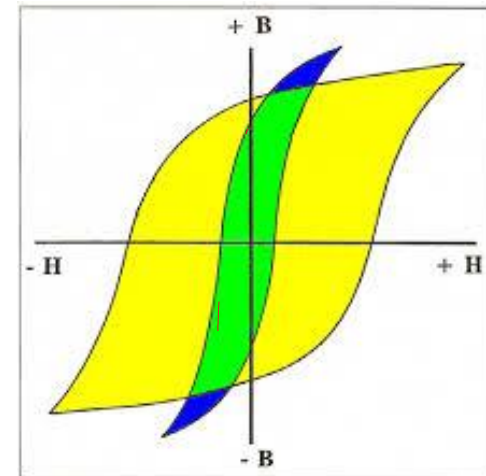
Se a partire da un materiale smagnetizzato si fa variare il campo \vec{H} tra i valori che portano alla saturazione si ottiene un ciclo di isteresi limite.

Ciclo di isteresi Magnetica

- quando la corrente $I = 0 \rightarrow H = 0$, ma $B = B_r \neq 0$, ovvero è presente un *magnetismo residuo (induzione residua)*
- per annullare l'induzione residua, occorre applicare un campo inverso $H_1 = -H_c \neq 0$ (*campo coercitivo*), applicando una corrente di segno contrario e aumentarla sino a che $B=0$.

Materiali Dolci: hanno un ciclo di isteresi stretto con permeabilità alta e bassa forza coercitiva e sono facili da magnetizzare. Essi sono utilizzati nelle macchine elettriche quali trasformatori, motori e generatori.

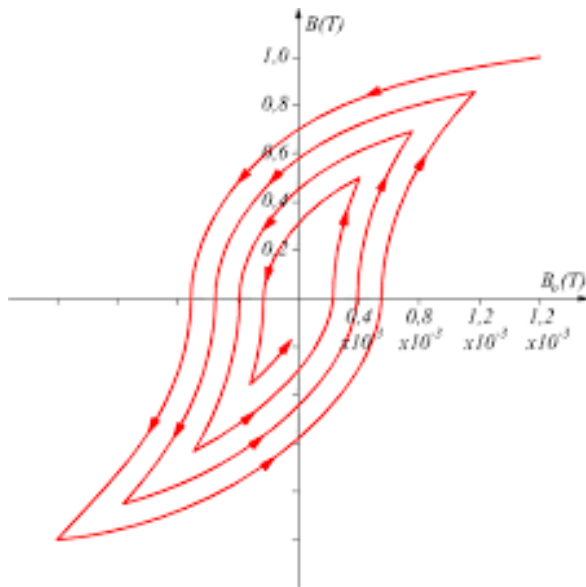
Materiali Duri: sono caratterizzati da una elevata forza coercitiva e da una elevata induzione residua. Sono utilizzati per realizzare magneti permanenti. Una volta magnetizzati, i materiali duri sono difficili da smagnetizzare.



Ciclo di isteresi Magnetica

Ogni possibile stato del materiale è rappresentato da un punto appartenente all'area chiusa delimitata dal ciclo d'isteresi limite.

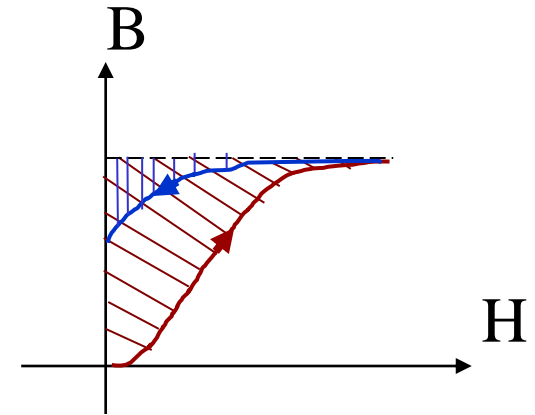
Se a partire da un materiale smagnetizzato si costruisce cicli di isteresi limitando l'escursione della forza magnetica (fra 2 valori opposti) a valori inferiori a quelli che portano alla saturazione si ottengono cicli simmetrici compresi nel ciclo limite. Il *luogo dei punti dei vertici dei cicli simmetrici è la curva di normale magnetizzazione.*



Una volta raggiunto il valore di saturazione di H è possibile smagnetizzare un materiale percorrendo dei cicli oscillanti tra valori alternativamente positivi e negativi lentamente e regolarmente tendenti a zero, fino a circondare l'origine degli assi.

Perdite per isteresi magnetica

Quando si percorre un ciclo di isteresi, l'energia spesa per magnetizzare un volume unitario di materiale, è rappresentata dall'area delimitata tra la curva di prima magnetizzazione e l'asse B (linee oblique).



Quando si ritorna al valore nullo di H, viene restituita solo la parte sottesa relativa alla curva di smagnetizzazione del ciclo di isteresi (linee verticali). Perciò quando si percorre un intero ciclo di isteresi, l'energia persa: differenza tra l'energia spesa e l'energia resa è data dall'area del ciclo di isteresi.

Questo è importante perché le macchine elettriche rotanti e il trasformatore funzionano in regime sinusoidale, quindi si magnetizzano e si smagnetizzano perciò compiendo un ciclo di isteresi per ogni sinusoide completa.

Perdite per isteresi magnetica

Per calcolare il *lavoro di isteresi*, si utilizza la formula empirica di Steinmetz:

$$w = \eta B_M^{(1.6 \div 2)} \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

dove η dipende dal materiale:

- $\eta = 300500$ per l'acciaio dolce
- $\eta = 120250$ per le lamiere al silicio

L'esponente di B_M è:

- $\sim 1,6$ per $B_M < 1\text{T}$
- $1,6 \div 2$ per $B_M =]1 \div 1,2[\text{T}$
- ~ 2 per $B_M \geq 1,2 \text{T}$

Se il ciclo di isteresi viene ripetuto con la frequenza f , *la potenza specifica dissipata (perdite per isteresi)* vale:

$$p = \eta f B_M^{(1.6 \div 2)} \left[\frac{W}{m^3} \right]$$

Perdite per correnti parassite

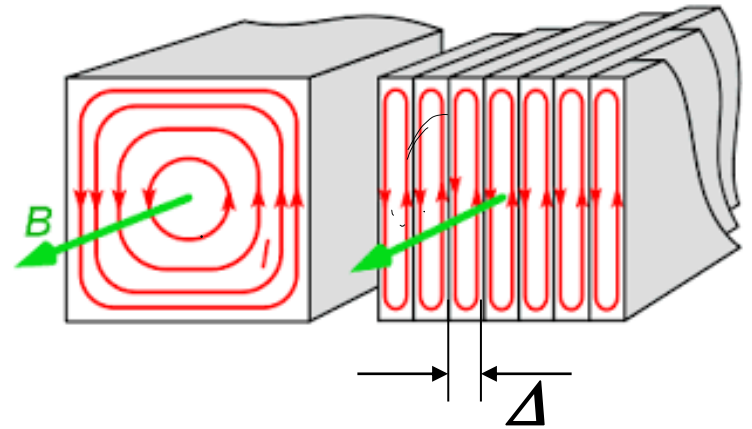
Un'altra perdita presente nei materiali ferromagnetici è dovuta al fenomeno delle *correnti parassite*. Questo fenomeno è una diretta conseguenza della *legge di Lenz*, che stabilisce che se un circuito chiuso si concatena una un flusso variabile verrà indotta in esso una forza elettromotrice che si oppone alla variazione che l'ha generato:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Quando i materiali magnetici sono investiti da flussi magnetici variabili, oppure si muovono in campi magnetici costanti, ogni sezione del nucleo trasversale alla direzione del capo è sede di tanti percorsi di richiusura per le correnti indotte dovute alle forze elettromotrici indotte. I materiali ferromagnetici hanno una conducibilità non trascurabile, perciò le correnti indotte danno luogo ad una dissipazione di energia per effetto Joule. Queste correnti sono chiamate anche di Foucault o meglio note come Eddy current. 24

Perdite per correnti parassite

La dissipazione di potenza in calore può essere contenuta *laminando lo spessore del nucleo nella direzione del flusso*. In questo modo le correnti indotte dei percorsi interni si annullano a vicenda.



Con la laminazione le correnti indotte vengono ridotte, infatti si dimostra la potenza persa è legata allo spessore Δ dei lamierini con legge quadratica:

$$p_{cp} = \beta f^2 \Delta^2 B_M^2 \left[\frac{W}{m^3} \right]$$

Talvolta è sufficiente l'ossidazione delle lamiere per ottenere l'isolamento desiderato tra una lamina e l'altra.

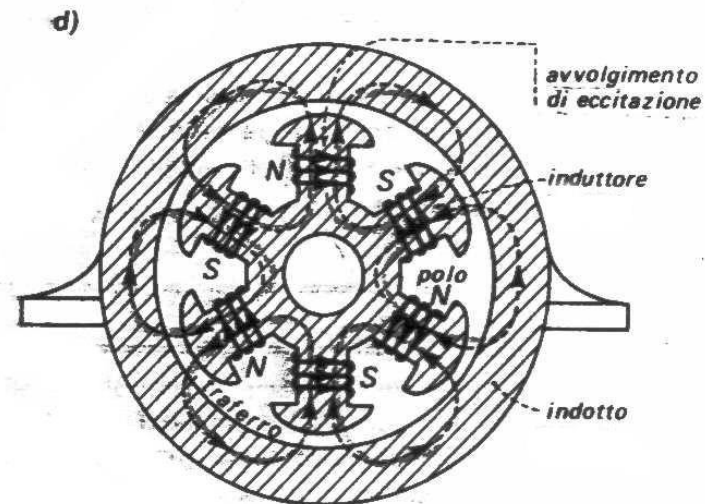
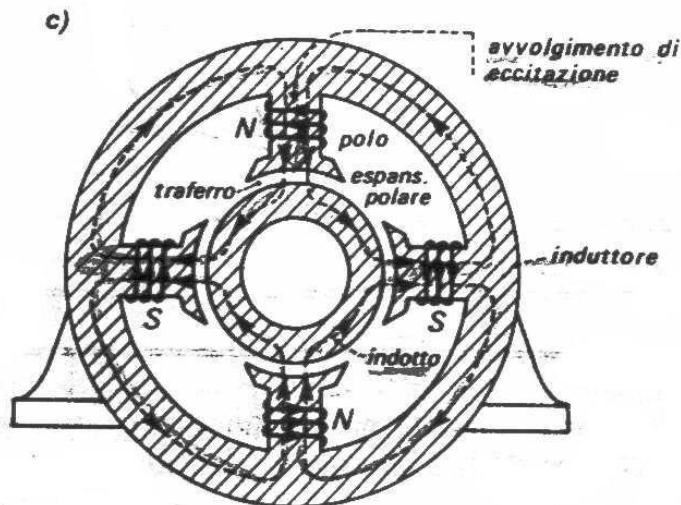
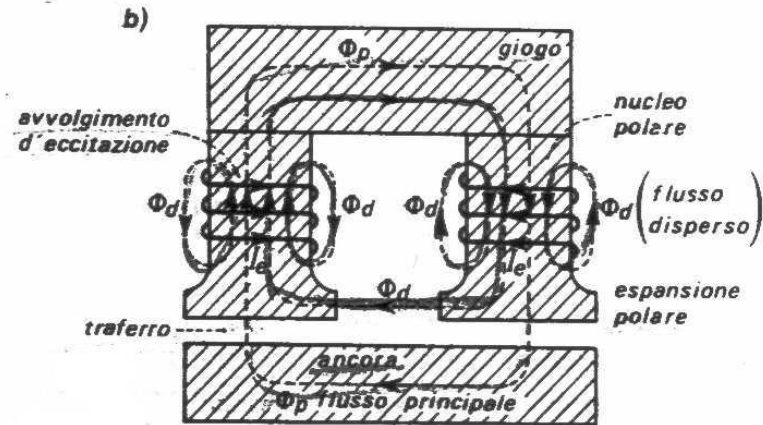
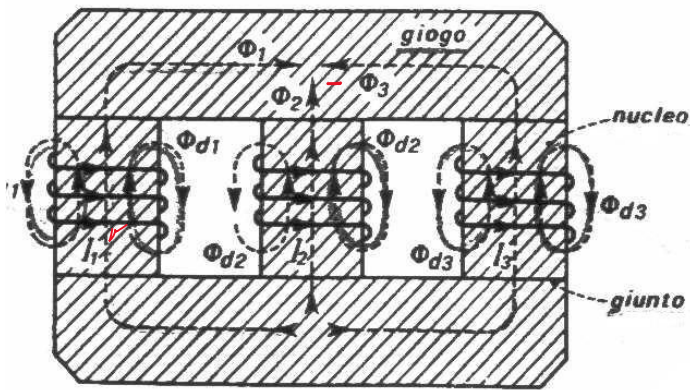
Circuiti magnetici

I problemi relativi ai *circuiti magnetici* riguardano la determinazione dei flussi magnetici Φ e dell'intensità dei campi magnetici H nelle diverse parti dei circuiti causate dalle correnti che circolano nelle bobine avvolte intorno ai nuclei magnetici (forza magneto-motrice). Analogamente ai problemi relativi ai *circuiti elettrici* dove si richiede di determinare la differenza di potenziale V e le correnti I nei diversi elementi della rete elettrica dovute alla presenza di generatori corrente o di tensione.

Un circuito magnetico è un insieme opportunamente coordinato di materiali magnetici e traferri, avente lo scopo di stabilire un determinato andamento (o percorso) del flusso magnetico indotto Φ generato da una adeguata forza magneto-motrice (*f.m.m.*).

Circuiti magnetici

Circuiti magnetici con percorsi delle linee di flusso principale che si svolgono nel ferro e nei traferri.



Circuiti magnetici

Problemi relativi ai circuiti magnetici si hanno nei:

- Trasformatori
- Generatori
- Motori
- Relays
- Dispositivi di registrazione magnetica

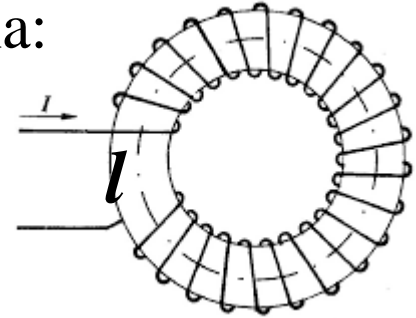
L'analisi dei circuiti magnetici è basata su le due *equazioni fondamentali generali della magnetostatica*:

$$\begin{cases} \overline{\nabla} \cdot \overline{B} = 0 \\ \overline{\nabla} \times \overline{H} = \overline{J} \end{cases} \quad \text{con} \quad \overline{H} = \frac{\overline{B}}{\mu_0} - \overline{M} \quad \begin{bmatrix} A \\ m \end{bmatrix}$$

Forza magneto motrice

Se NI è la corrente concatenata con un tubo di flusso lungo l , applicando la *legge della circuitazione di Ampere* si ha:

$$\oint_l \bar{H} \cdot d\bar{l} = \int_S \bar{J} \cdot d\bar{s} = NI \quad [\text{As}]$$



Dove S è la sezione che ha bordo l , $NI=f_{\text{mm}}$ è la forza magnetomotrice in amperspire [As] ed è analoga alla forza elettromotrice in un circuito elettrico.

Se si può assumere \bar{B} uniforme lungo la sezione trasversale A del tubo di flusso :

$$\oint_l \bar{H} \cdot d\bar{l} = NI \Rightarrow \oint_l \frac{B}{\mu} dl = NI \Rightarrow \oint_l \frac{1}{\mu A} \Phi dl = NI \Rightarrow \Phi \cdot \oint_l \left(\frac{1}{\mu A} dl \right) = NI$$

Con $\oint_l \frac{1}{\mu A} dl = \mathfrak{R} \quad [\text{H}^{-1}]$ la riluttanza magnetica del tubo di flusso

Legge di Hopkinson

l'equazione

$$\Phi \cdot \oint \left(\frac{1}{\mu A} dl \right) = NI \Rightarrow \Phi \mathfrak{R} = NI$$

È nota come *Legge di Hopkinson*. Si noti l'analogia con la relazione che lega le grandezze elettriche valida per *un conduttore metallico filiforme*:

$$I \int_{l^*} \frac{1}{\gamma A} dl^* = \Delta V \quad \text{dove:} \quad R = \int_{l^*} \frac{1}{\gamma A} dl^* \quad [\Omega]$$

Inoltre, possiamo inoltre definire la permeanza magnetica

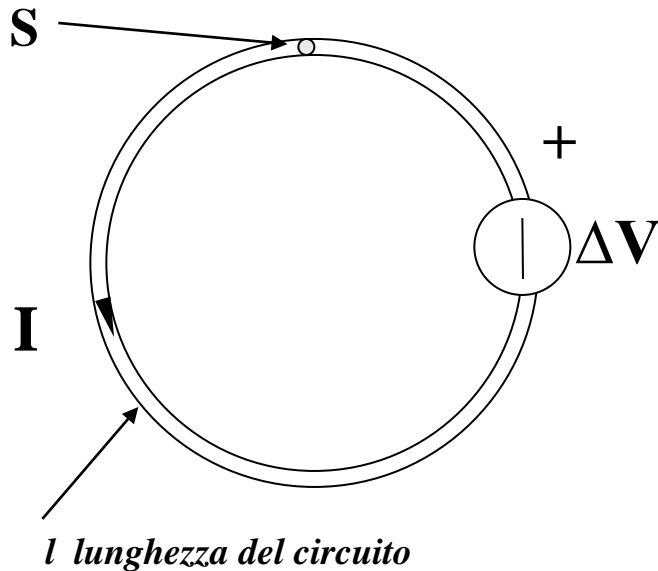
$$\wp = \frac{1}{\mathfrak{R}} \quad [\text{H}]$$

analoga della conduttanza elettrica

$$G = \frac{1}{R}$$

Legge di Hopkinson

S sezione circuito realizzato con materiale conduttore di resistività ρ

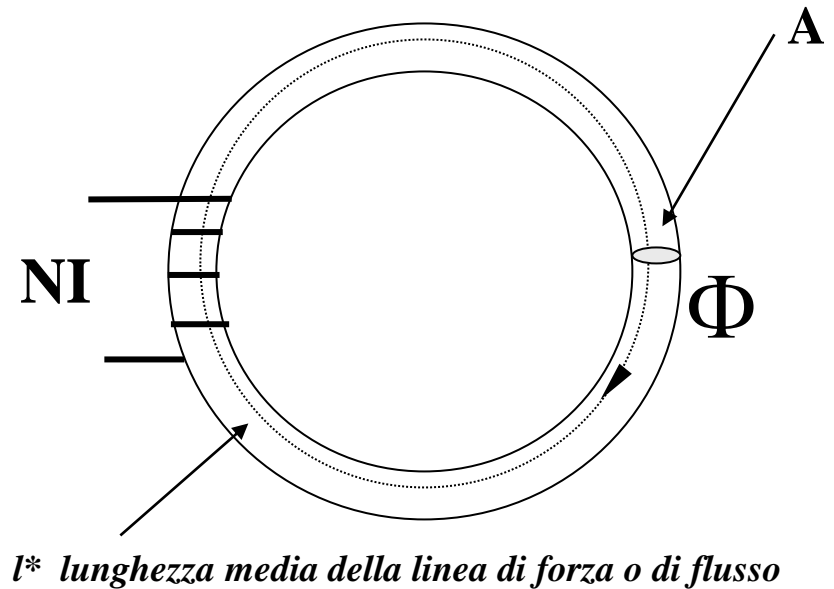


Legge di Ohm

$$\Delta V = RI$$

con $R = \rho (l^*/S^*)$ resistenza elettrica

S sezione del toro magnetico realizzato in materiale ferromagnetico con permeabilità μ



Legge di Hopkinson

$$NI = \mathcal{R} \Phi$$

con $\mathcal{R} = 1/\mu (l/A)$ Riluttanza Magnetica

Analogia magneto-elettrica

Facendo il parallelo tra la legge di *Legge di Hopkinson e la legge di Ohm*:

$$\begin{cases} \Phi \mathfrak{R} = NI \\ IR = \Delta V \end{cases}$$

le grandezze corrispondenti sono:

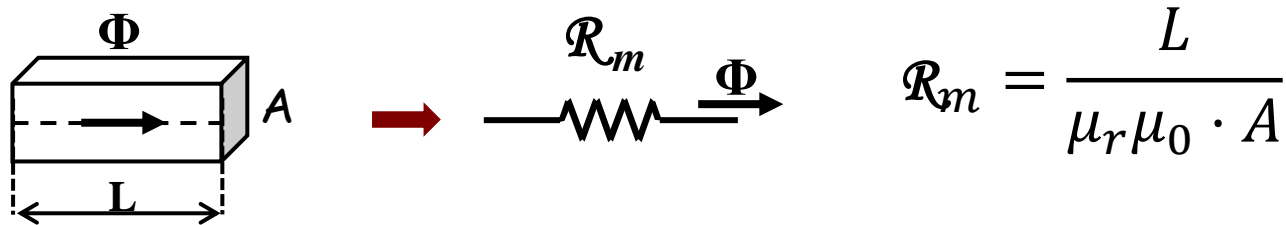
<i>Circuiti magnetici</i>	<i>Circuiti elettrici</i>
NI [As]	ΔV [V]
Φ [Wb]	I [A]
\mathfrak{R} [H^{-1}]	R [Ω]
μ [H/m]	γ [S/m]

per le analogie esistenti tra le grandezze elettriche e magnetiche, i circuiti magnetici possono essere analizzati applicando gli stessi principi e i metodi di analisi sviluppati per i circuiti elettrici.

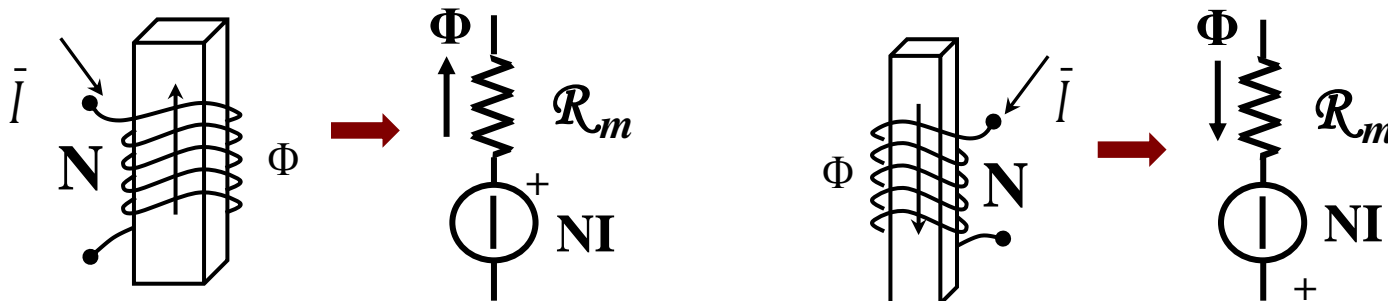
Circuiti magnetici

Si dice *circuito magnetico* una connessione di lati formati da:

1. *Elementi magneticamente passivi*, formati da tratti di lunghezza L_i e sezione S_i , di permeabilità μ_i . Questi hanno un circuito elettrico equivalente formato da una riluttanza \mathcal{R}_i

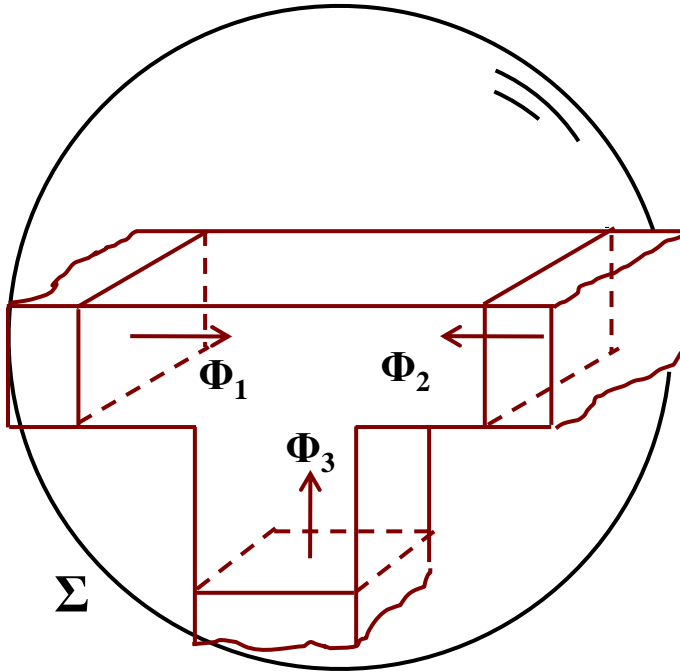


2. *Elementi magneticamente attivi* formati da tratti di lunghezza L_k , sezione S_k e permeabilità μ_k , su cui è presente un avvolgimento di N_k spire percorso da una corrente I_k . Il circuito elettrico equivalente è composto da una riluttanza \mathcal{R}_k e da un generatore di $f.m.m = NI$



LKC magnetica

I punti di connessione dei lati del circuito magnetico sono i nodi

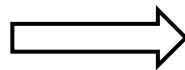


Dalla legge di Gauss:

$$\oint_{\Sigma} \bar{B} \cdot d\bar{s} = 0$$

$$\oint_{\Sigma} \bar{B} \cdot d\bar{s} = \sum_k B_k \cdot S_k = \sum_k \Phi_K = 0$$

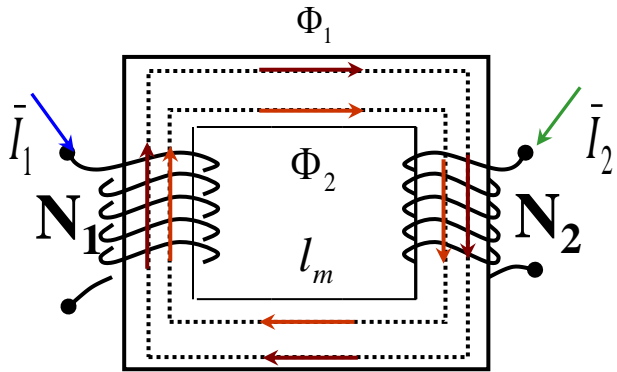
$$\sum_k \Phi_K = 0$$



LKC magnetica:

**La somma dei flussi entranti
in un nodo è nulla**

Circuito elettrico equivalente

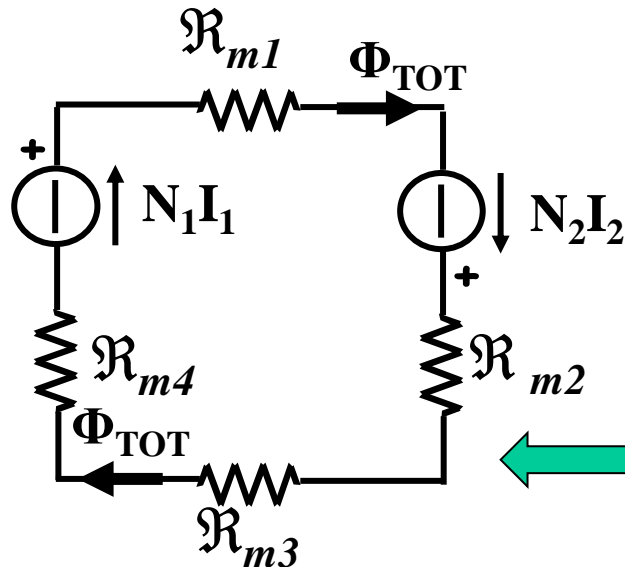


IPOTESI

1. Non ci sono flussi dispersi (tubo di flusso)
2. B e H sono costanti in tratti uniformi (stessa sezione e stesso materiale)
3. Il materiale del nucleo è lineare
4. La lunghezza dell'intero nucleo coincide con la sua lunghezza media l_m

Circuito elettrico equivalente

$$\Phi_{TOT} = \Phi_1 + \Phi_2$$



Riluttanza dell'i-esimo tratto del circuito magnetico

$$\mathcal{R} = \frac{l_i}{\mu_i \cdot S}$$

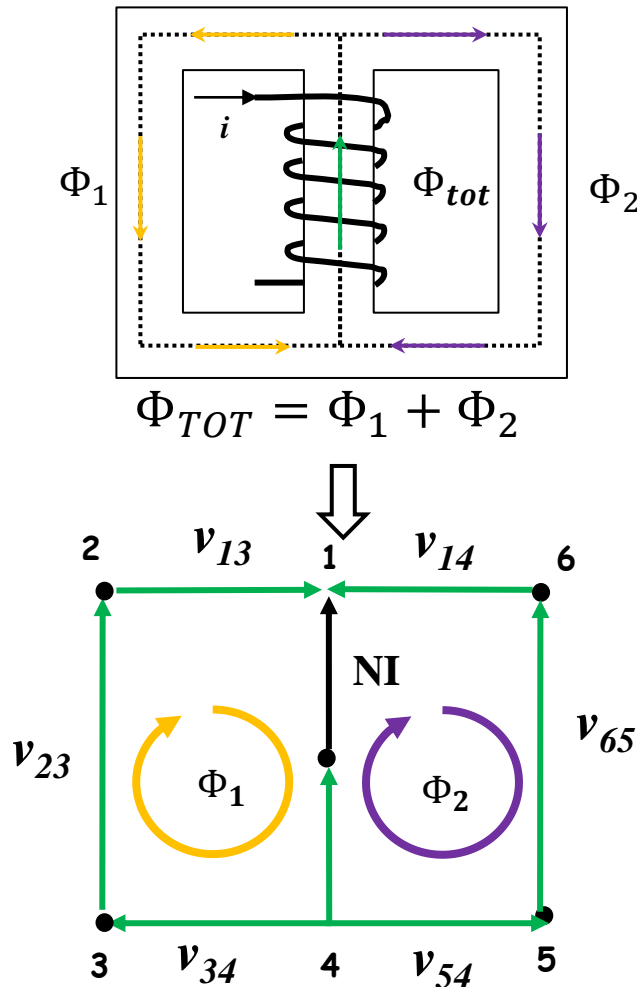
Legge di Hopkinson:

$$\mathcal{R}_{m1} \Phi_{TOT} + \mathcal{R}_{m2} \Phi_{TOT} + \mathcal{R}_{m2} \Phi_{TOT} + \mathcal{R}_{m2} \Phi_{TOT} = N_1 I_1 + N_2 I_2$$

Equazione del circuito equivalente

$$(\mathcal{R}_{m1} + \mathcal{R}_{m2} + \mathcal{R}_{m2} + \mathcal{R}_{m2}) \Phi_{TOT} = N_1 I_1 + N_2 I_2$$

LKT magnetica



per ogni percorso chiuso:

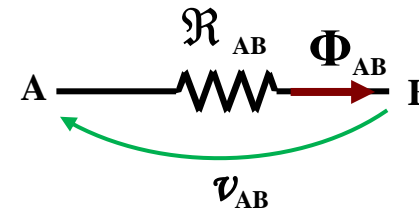
$$\sum_{k=1}^n \mathcal{R}_k \cdot \Phi_k = \sum_{i=1}^m N_i I_i$$

n = tratti magneticamente passivi

m = Elementi magneticamente attivi

Viene definita c.d.t. magnetica tra A e B sul tratto l :

$$v_{AB} = \mathcal{R}_{AB} \cdot \Phi_{AB}$$



LKT magnetica:

la somma algebrica delle c.d.t. magnetiche lungo un percorso chiuso è pari alla somma algebrica delle f.m.m.

$$\sum_k v_k = \sum_i N_i \cdot I_i$$

Risoluzioni dei circuiti magnetici

Sebbene esista una analogia formale tra i principi fondamentali dei circuiti magnetici e i principi di Kirchhoff, occorre sottolineare una importante differenza: nei materiali ferromagnetici *la permeabilità μ è funzione dell'induzione B , mentre la conduttività γ si può ritenere indipendente dalla densità di corrente J :*

$$\mu=f(B)$$

I problemi che si presentano nelle soluzioni dei circuiti magnetici sono essenzialmente due:

I. Problema diretto: assegnate la geometria e i materiali del nucleo ferromagnetico sono assegnati i flussi nei diversi tratti ($\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$), si devono determinare il numero delle amperspire ($N_1 I_1, N_2 I_2, \dots, N_m I_m$) necessarie per avere il flussi richiesti.

II. Problema inverso: assegnate le amperspire impresse ($N_1 I_1, N_2 I_2, \dots, N_m I_m$), la geometria e i materiali del nucleo ferromagnetico e si devono determinare i flussi ($\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$) nei diversi tratti.

Risoluzioni dei circuiti magnetici

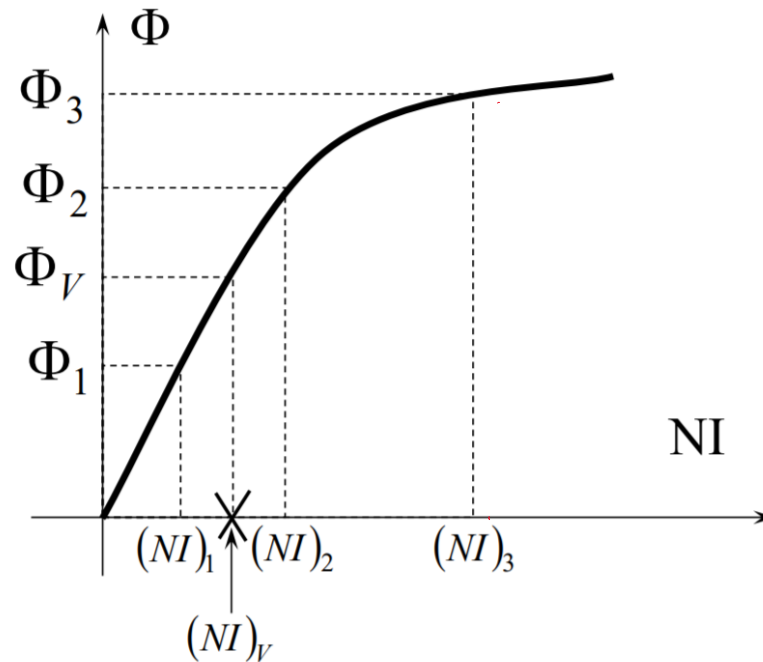
Nel I caso la soluzione di qualsiasi circuito magnetico si riconduce alla applicazione del metodo delle riluttanze (legge di Hopkinson), in quanto la conoscenza di B consente di determinare μ dalla curva di magnetizzazione del materiale, quindi è possibile calcolare la riluttanza di qualunque tronco omogeneo del circuito.

$$\sum_{k=1}^n R_k \cdot \Phi_k = \sum_{i=1}^m N_i I_i \quad \text{dove} \quad R_k = \frac{l_k}{\mu_k S_k} \quad \text{con} \quad \mu_k = f(B_k)$$

Nel II caso la non linearità della relazione $\mu=f(B)$ rende impossibile prevedere il valore della permeabilità se non si conosce il campo B nelle diverse parti del circuito. Quindi non è possibile la risoluzione mediante l'applicazione diretta dell'equazioni precedente. Bisogna procedere in maniera iterativa costruendo una *caratteristica* che riporta in ascisse la *f.m.m.* ed in ordinate il valore di Φ , ottenuta risolvendo un serie di problemi diretti.

Risoluzioni dei circuiti magnetici

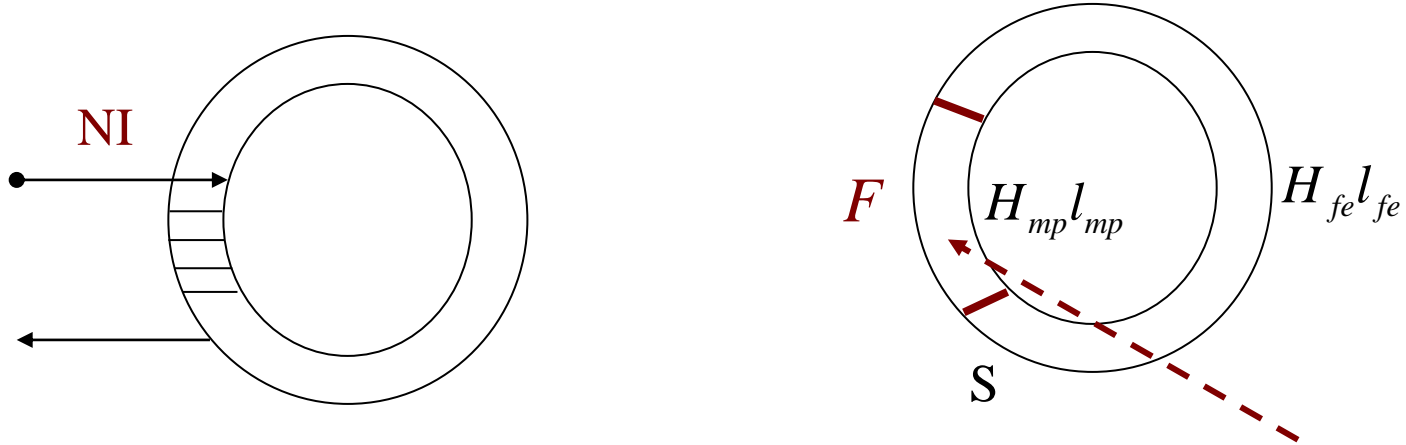
Risolvendo un problema diretto, si ricavano i valori di NI corrispondenti ai diversi valori di Φ



Una volta costruita la curva, la soluzione al problema inverso si ottiene estrapolando dal grafico il valore del flusso Φ_V corrispondente al valore delle *f.m.m* assegnata $(NI)_V$

Magneti permanenti

Per ottenere una *f.m.m.* si può utilizzare l'energia elettrica fornita da un certo numero di spire N attraversate dalla corrente I :



oppure si può inserire nel circuito magnetico un *tronco di magnete permanente (m.p)* in grado di fornire la *f.m.m.* richiesta. In questo caso, nel bilancio energetico occorre considerare che l'energia fornita ha il segno negativo perchè fornita dal sistema e non da un sistema esterno.

Per il circuito a sinistra la legge di Hopkinson ha la forma $\Phi \mathfrak{R} = NI$,
per il circuito a destra diventa $F + \Phi \mathfrak{R} = 0$

Magneti permanenti

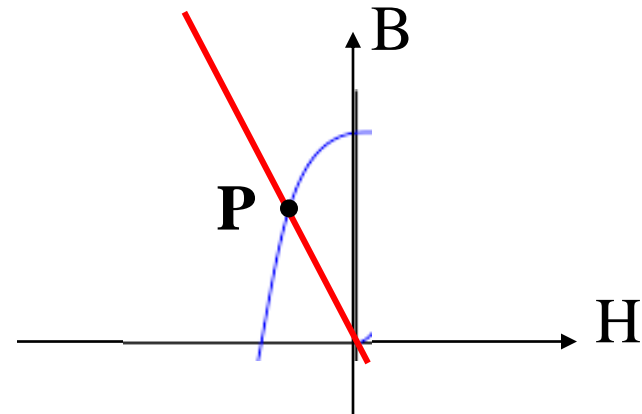
$F = -\Phi \mathcal{R}$ che si può esprimere nel seguente modo:

$$H_{mp} l_{mp} = -H_{fe} l_{fe} \rightarrow H_{mp} = -\frac{H_{fe} l_{fe}}{l_{mp}} = -\frac{B_{fe} \cdot l_{fe}}{\mu_0 \mu_r l_{mp}} = -\frac{B_{mp} \cdot l_{fe}}{\mu_0 \mu_r l_{mp}}$$

$$H_{mp} = -c B_{mp}$$

si tratta della equazione di una retta passante per l'origine

essendo $c = \frac{l_{fe}}{\mu_0 \mu_r l_{mp}}$ costante



Tale retta, ci consente di determinare il punto di lavoro P del magnete, come intersezione della caratteristica del magnete permanente nel tratto della relativo alla smagnetizzazione (H negativo), e della **retta**:

$$H_{mp} = -c B_{mp}$$