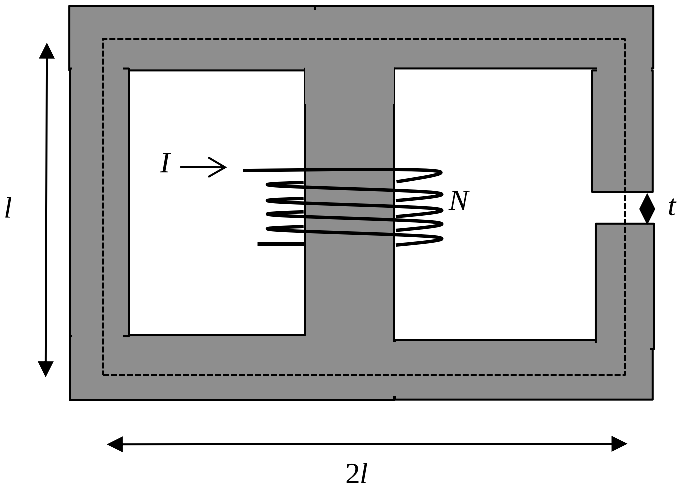
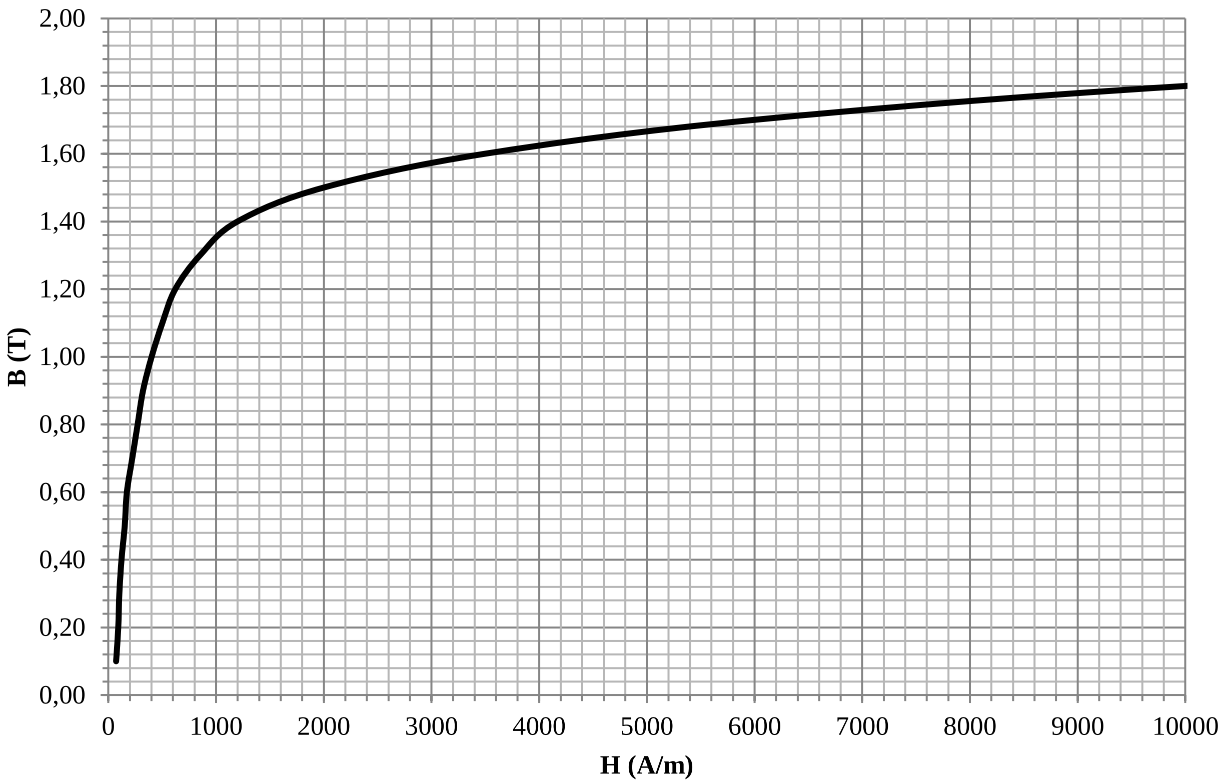
Circuiti magnetici – Esercizi svolti e compiti d'esame con soluzioni

Esercizio



La sezione S dei gioghi e delle colonne laterali è pari a 10 cm^2, mentre la sezione della colonna centrale è 2,5 volte S, l= 30 cm, t= 2mm e N=100. Nell'ipotesi di trascurare gli effetti di bordo al traferro, determinare il valore efficace della correte I affinchè il valore efficace dell'induzione al traferro sia B_t=1T. Il materiale di cui è costituito il nucleo è acciaio fuso (la caratteristica di magnetizzazione è riportata in figura).



Caratteristica di magnetizzazione dell'acciaio fuso

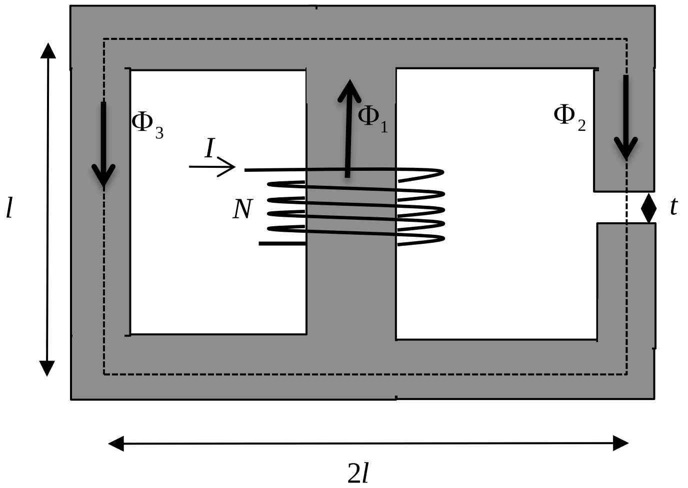
Svolgimento

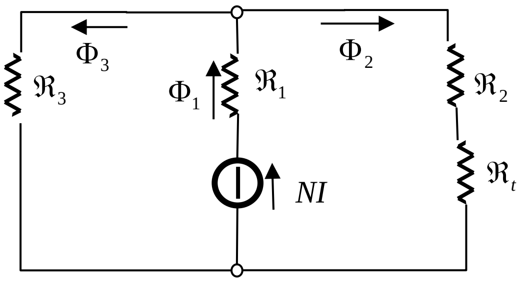
$\Phi_t = B_t S = 1 \cdot 10 \cdot 10^{-4} Wb$

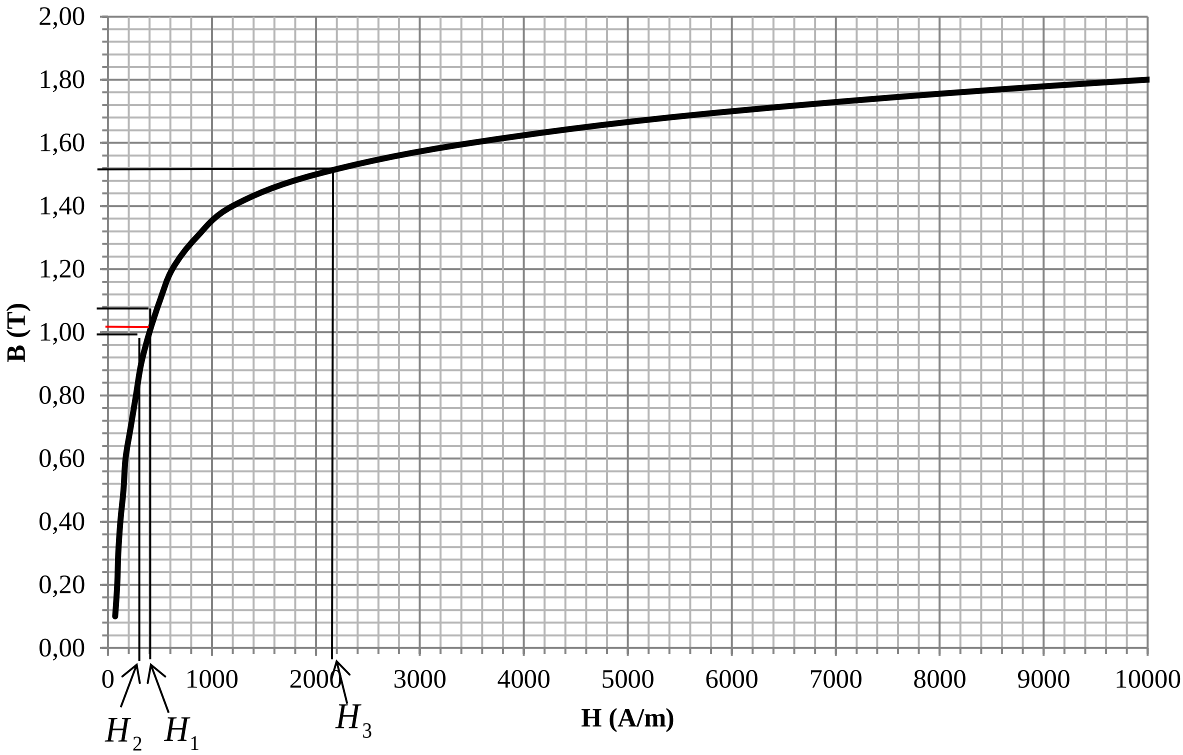
nella colonna di destra sarà $\Phi_2 = \Phi_t$

Entrando nella caratteristica del ferro in corrispondenza a $B_2 = 1T$ si ricava $\mathrm{H}_2 = 400 A/m$

Il campo nel traferro sarà : $H_t = \dfrac{B_t}{\mu_0} = \dfrac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 7{,}96 \cdot 10^5 A/m$







Inoltre:

$$\Re_2 \cdot \Phi_2 = H_2 \cdot (3l - t)$$

$$\Re_3 \cdot \Phi_3 = H_3 \cdot 3l$$

$$\Re_1 \cdot \Phi_1 = H_1 \cdot l$$

$$\Re_t \cdot \Phi_2 = \Re_t \cdot \Phi_t = H_t \cdot t$$

$$\begin{cases} NI = \Re_1 \cdot \Phi_1 + \Re_3 \cdot \Phi_3 = H_1 \cdot l + H_3 \cdot 3l \quad \text{(maglia sx)} \\ H_2 \cdot (3l - t) + H_t \cdot t = H_3 \cdot 3l \quad \text{(maglia esterna)} \\ \Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 \end{cases}$$

Dalla seconda:

$$H_3 = \frac{H_2 \cdot (3l - t) + H_t \cdot t}{3l} = \frac{400 \cdot \left(3 \cdot 30 \cdot 10^{-2} - 2 \cdot 10^{-3}\right) + 7{,}96 \cdot 10^{5} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 30 \cdot 10^{-2}} = 2168 A/m$$

Entrando nella curva caratteristica del materiale:

$$B_3 \cong 1{,}52 T$$

$$\Phi_3 = B_3 S = 1{,}52 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 15{,}2 \cdot 10^{-4} Wb/m^2$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 10 \cdot 10^{-4} + 15{,}27 \cdot 10^{-4} = 25{,}2 \cdot 10^{-4} Wb/m^2$$

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{2{,}5 \cdot S} = \frac{25{,}4 \cdot 10^{-4}}{2{,}5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 1{,}008 T$$

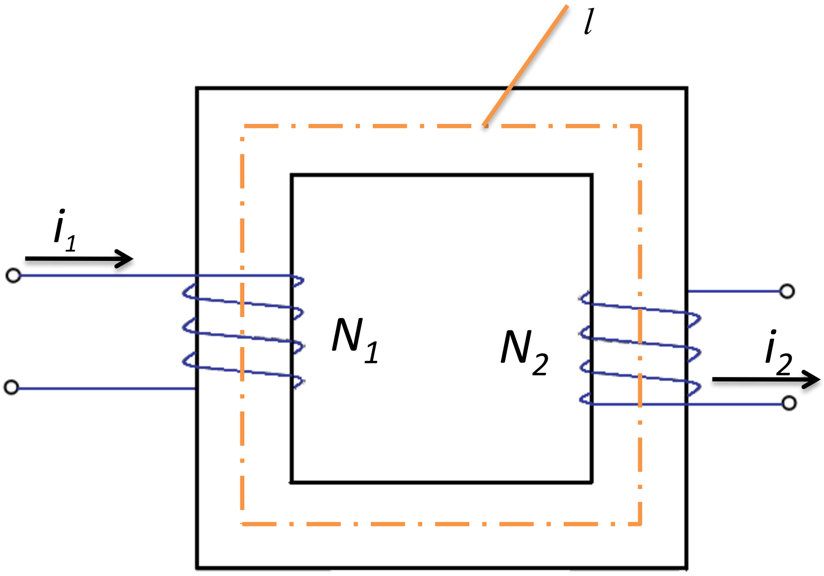
Entrando nella curva caratteristica del materiale:

$$H_1 = 400$$

Poichè è:

$$NI = H_1 \cdot l + H_3 \cdot 3l \Rightarrow I = \frac{H_1 \cdot l + H_3 \cdot 3l}{N} = \frac{400 \cdot 30 \cdot 10^{-2} + 2168 \cdot 3 \cdot 30 \cdot 10^{-2}}{100} = 20{,}7 A$$

Esercizio

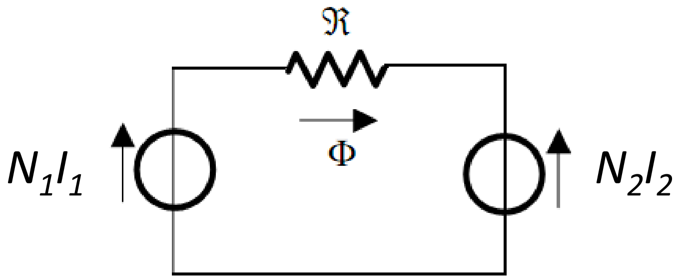


$$N_1 = 100\,spire$$
$$N_2 = 50\,spire$$
$$lunghezza\ media\ l = 1m$$
$$S = 100\,cm^2$$

Nell'ipotesi che il flusso disperso sia nullo e che la riluttanza del nucleo sia costante (con μ=2000) determinare:

a) I coefficienti di auto e mutua induzione;
b) Il valore del flusso all'interno del ferro quando i due avvolgimenti sono attraversati dalla corrente continua di 10 A nel verso indicato in figura;
c) L'energia immagazzinata nel campo magnetico;
d) Il valore efficace della tensione che si stabilisce alle estremità dei due avvolgimenti se le correnti di valore efficace 10 A, hanno un andamento sinusoidale con frequenza 50 Hz.

Svolgimento:



$A)$

$$R = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = 3.98 \cdot 10^4 \, H^{-1}$$

$$\Phi = \frac{N_1 I_1 - N_2 I_2}{R} = \frac{N_1}{R} I_1 - \frac{N_2}{R} I_2$$

$$\Phi_{1C} = N_1 \cdot \Phi = \frac{N_1^2}{R} I_1 - \frac{N_1 N_2}{R} I_2$$

$$\Phi_{1C} = -N_2 \cdot \Phi = \frac{N_2^2}{R} I_2 - \frac{N_1 N_2}{R} I_1$$

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R} = \frac{100^2}{3.98 \cdot 10^4} = 0.25 \, H$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{R} = \frac{50^2}{3.98 \cdot 10^4} = 0.063 \, H$$

$$M = -\frac{N_1 N_2}{R} = \frac{100 \cdot 50}{3.98 \cdot 10^4} = -0.126 \, H$$

$B)$

$$\Phi = \frac{N_1 I_1 - N_2 I_2}{R} = \frac{100 \cdot 10 - 50 \cdot 10}{3.98 \cdot 10^4} = 12.6 \, mWb$$

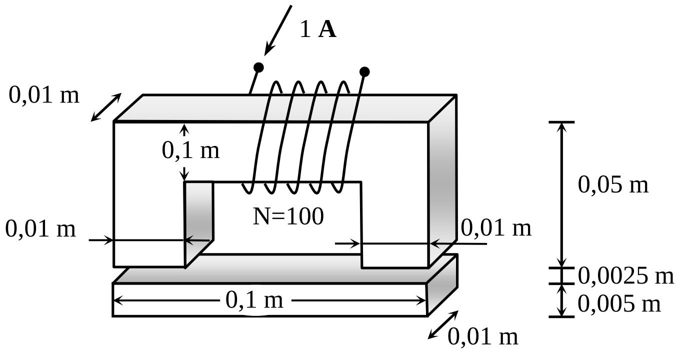
$C)$

$$Wm = \frac{1}{2} L_1 I_1 + \frac{1}{2} L_2 I_2 - M I_1 I_2 = \frac{1}{2} 0.25 \cdot 10 + \frac{1}{2} L_2 I_2 - 0.126 I_1 I_2$$

$D)$

$$\begin{cases} v_1 = \varpi N_1 \Phi = 2\pi \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi = 395.84V \\ v_1 = \varpi N_2 \Phi = 2\pi \cdot f \cdot N_2 \cdot \Phi = 197.92V \end{cases}$$

Esercizio



Calcolare il flusso magnetico nella barretta sul fondo della struttura di figura:

$\mu_r = 1000$

Il flusso è confinato nel nucleo magnetico

Svolgimento

Lunghezza media della U: l_U = (0,045x2)+0,09 = 0,18 m
Lunghezza dei traferri: l_{traf} = 0,005 m
Lunghezza della barretta: l_{barr} = 0,09 m
Sezioni trasversali:

Ferro: $S_f = (0{,}01)\mathrm{x}(0{,}01) = 0{,}0001\ \mathrm{m}^2$
Traferro: $S_{traf} = 0{,}0001\ \mathrm{m}^2$

Per i traferri, per tenere conto degli effetti di bordo, si potrebbe maggiorare un po'.
Assumiamole uguali a quelle del ferro.

Riluttanze:

$$\Re_U = \frac{l_U}{\mu_r \mu_o S_f} = \frac{0{,}18}{10\,000 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \times 0{,}0001} = 1{,}43 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{Wb}}$$

$$\Re_{bar} = \frac{l_{bar}}{\mu_r \mu_o S_f} = \frac{0{,}09}{10\,000 \times 4\pi \cdot 10^{-7} \times 0{,}0001} = 0{,}715 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{Wb}}$$

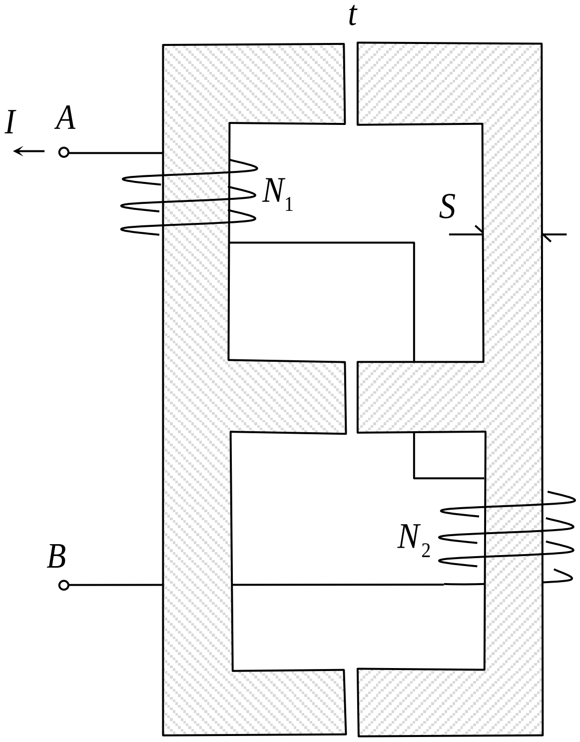
$$\Re_{traf} = \frac{l_{traf}}{\mu_o S_{traf}} = \frac{0{,}18}{4\pi \cdot 10^{-7} \times 0{,}0001} = 3{,}8 \cdot 10^7\ \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{Wb}}$$

$$\Re_{tot} = \Re_U + \Re_{bar} + \Re_{traf} \cong \Re_{traf} = 3{,}8 \cdot 10^7\ \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{Wb}}$$

$$\Phi = \frac{NI}{\Re_{tot}} = \frac{100\,\mathrm{A \cdot s}}{3{,}8 \cdot 10^7\ \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{Wb}}} = 2{,}51 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Wb}$$

$$\boxed{B = \frac{\Phi}{S_{traf}} = \frac{2{,}51 \cdot 10^{-6}}{0{,}0001} = 2{,}51 \cdot 10^{-2}\ \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{m}^2}}$$

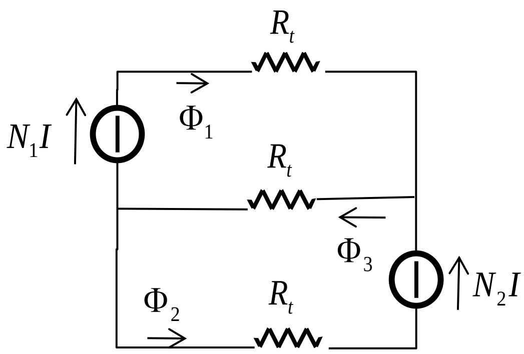
Esercizio



Calcolare il coefficiente di autoinduzione del bipolo A-B nell'ipotesi di trascurare le riluttanze dei tratti in ferro e i flussi dispersi. La lunghezza t del traferro è pari a 1 mm, la sezione trasversale del nucleo ferromagnetico S e' pari a 4 cm^2, N_1=100 e N_2=200.

Svolgimento

Il circuito elettrico equivalente al circuito magnetico è il seguente:



$$R_t = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{t}{S} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1.989 \cdot 10^6 \, H^{-1}$$

$$\begin{cases} N_1 I = R_t \Phi_1 + R_t \Phi_3 \\ N_2 I = R_t \Phi_3 + R_t \Phi_2 \\ \Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_1 I = R_t \Phi_1 + R_t (\Phi_1 + \Phi_2) = 2R_t \Phi_1 + R_t \Phi_2 \\ N_2 I = R_t (\Phi_1 + \Phi_2) + R_t \Phi_2 = R_t \Phi_1 + 2R_t \Phi_2 \end{cases}$$

$$\Phi_2 = \frac{N_1 I}{R_t} - 2\Phi_1$$

$$N_2 I = R_t \Phi_1 + 2R_t \left(\frac{N_1 I}{R_t} - 2\Phi_1\right) \rightarrow \Phi_1 = \frac{2N_1 I - N_2 I}{3R_t}$$

$$\Phi_2 = \frac{N_1 I}{R_t} - 2 \cdot (\frac{2N_1 - N_2}{3R_t}) \cdot I = \frac{2N_2 - N_1}{3R_t} \cdot I$$

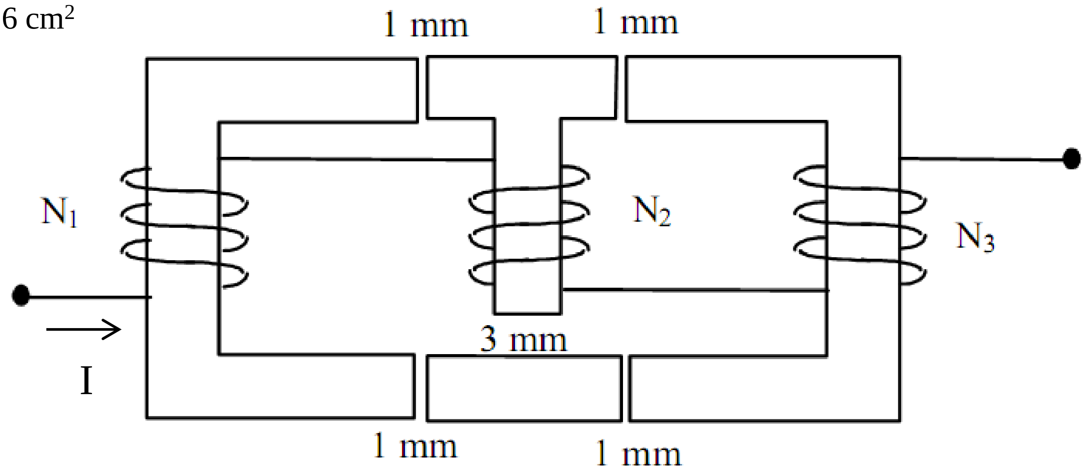
Il flusso concatenato con l'avvolgimento A-B è:

$$\Phi_c = N_1\Phi_1 + N_2\Phi_2 = \frac{2N_1^2 - N_1N_2 + 2N_2^2 - N_1N_2}{3R_t} I = \frac{2N_1^2 + 2N_2^2 - 2N_1N_2}{3R_t} I$$

$$L = \frac{\Phi_c}{I} = \frac{2}{3}\frac{N_1^2 + N_2^2 - N_1N_2}{R_t} = \frac{2}{3} \cdot \frac{30000}{1.989 \cdot 10^6} = 10mH$$

Esercizio

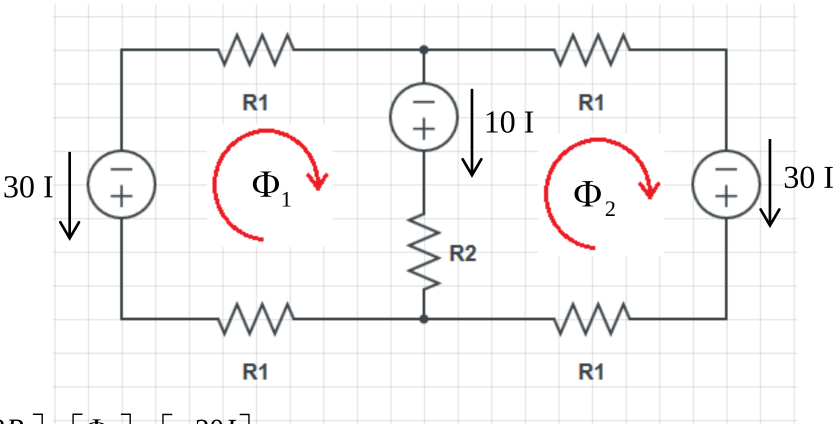
Trascurando le riluttanze dei tratti in ferro, determinare il coefficiente di autoinduzione L dell'avvolgimento, sapendo che:
$N_1=N_3=30$
$N_2=10$
$S=16\ cm^2$



Svolgimento

$$R_1=\frac{t_1}{\mu_o S}=\frac{10^{-3}}{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 16\cdot 10^{-4}}=4.97\cdot 10^5\,H^{-1}$$

$$R_2=3\cdot R_1=14.91\cdot 10^5\,H^{-1}$$



$$\begin{bmatrix}5R_1 & -3R_1\\ -3R_1 & 5R_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Phi_1\\ \Phi_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-20I\\ 20I\end{bmatrix}$$

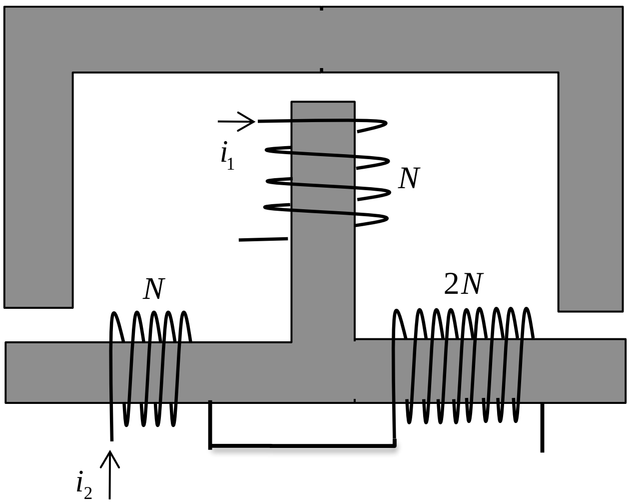
$$\Phi_1=\frac{\begin{bmatrix}-20I & -3R_1\\ 20I & 5R_1\end{bmatrix}}{\Delta}=\frac{-100R_1I+60R_1I}{25R_1^2-9R_1^2}=\frac{-40I}{16R_1}=-\frac{5I}{2R_1}$$

$$\Phi_2=\frac{\begin{bmatrix}5R_1 & -20I\\ -3R_1 & 20I\end{bmatrix}}{\Delta}=\frac{40I}{16R_1}=\frac{5I}{2R_1}$$

$$\Phi_c=-N_1\cdot\Phi_1+N_2\cdot(\Phi_1-\Phi_2)+N_3\cdot\Phi_2=$$

$$\Phi_c=30\cdot\frac{5I}{2R_1}+10(-\frac{5I}{R_1})+30\frac{5I}{2R_1}=\frac{100I}{R_1}\Rightarrow L=\frac{\Phi_c}{I}=\frac{100}{R_1}=0.2mH$$

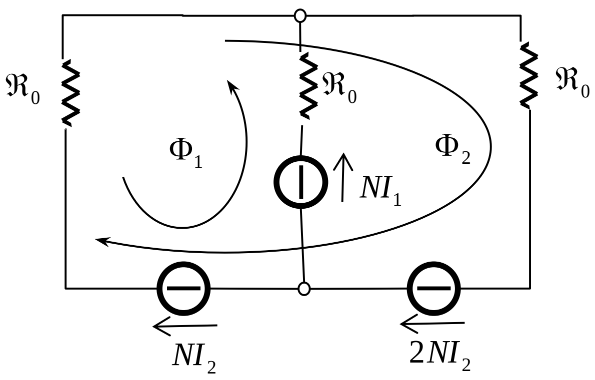
Esercizio



Assumendo che tutti i traferri abbiano riluttanza pari a R_0 e che la riluttanza dei tratti in ferro sia trascurabile, determinare I coefficienti di auto e mutua induzione dei due avvolgimenti

SVOLGIMENTO

Il circuito elettrico equivalente è il seguente:



$$\begin{cases} 2\Re_0\Phi_1 - \Re_0\Phi_2 = NI_1 - NI_2 \\ 2\Re_0\Phi_2 - \Re_0\Phi_1 = 3NI_2 \end{cases}$$

$$\Phi_2 = \frac{3NI_2 + \Re_0\Phi_1}{2\Re_0}$$

$$2\Re_0\Phi_1 - \Re_0\frac{3NI_2 + \Re_0\Phi_1}{2\Re_0} = NI_1 - NI_2$$

$$2\Re_0\Phi_1 - \frac{3NI_2}{2} - \frac{\Re_0\Phi_1}{2} = NI_1 - NI_2$$

$$\frac{3}{2}\Re_0\Phi_1 = NI_1 - NI_2 + \frac{3NI_2}{2} = NI_1 + \frac{NI_2}{2}$$

$$\Phi_1 = \frac{2NI_1}{3\Re_0} + \frac{2}{3}\frac{NI_2}{2\Re_0} \Rightarrow \Phi_1 = \frac{2NI_1}{3\Re_0} + \frac{NI_2}{3\Re_0}$$

$$\Phi_2 = \frac{3NI_2}{2\Re_0} + \frac{1}{2}\left(\frac{2NI_1}{3\Re_0} + \frac{NI_2}{3\Re_0}\right) = \frac{3NI_2}{2\Re_0} + \frac{1}{6}\frac{NI_2}{\Re_0} + \frac{1}{3}\frac{NI_1}{\Re_0} = \frac{1}{3}\frac{NI_1}{\Re_0} + \frac{10}{6}\frac{NI_2}{\Re_0}$$

$$\begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{2NI_1}{3\Re_0} + \dfrac{NI_2}{3\Re_0} \\ \Phi_2 = \dfrac{1}{3}\dfrac{NI_1}{\Re_0} + \dfrac{10}{6}\dfrac{NI_2}{\Re_0} \end{cases}$$

$$\Phi_{c1} = N\Phi_1 = \frac{2N^2 I_1}{3\Re_0} + \frac{N^2 I_2}{3\Re_0}$$

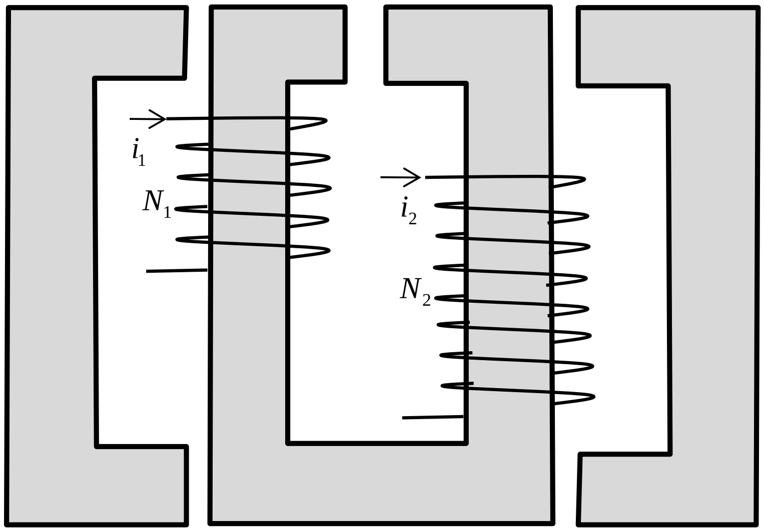
$$\Phi_{c2} = 2N\Phi_2 + N\left(\Phi_2 - \Phi_1\right)\frac{1}{3}\frac{NI_1}{\Re_0} + \frac{10}{6}\frac{NI_2}{\Re_0} = \frac{2N^2 I_1}{3\Re_0} + \frac{10N^2 I_2}{3\Re_0} + N\left(\Phi_2 - \Phi_1\right)$$

$$\Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{NI_1}{3\Re_0} + \frac{4NI_2}{3\Re_0}$$

$$\Phi_{c2} = \frac{2N^2 I_1}{3\Re_0} + \frac{10N^2 I_2}{3\Re_0} - \frac{N^2 I_1}{3\Re_0} + \frac{4N^2 I_2}{3\Re_0} = \frac{N^2 I_1}{3\Re_0} + \frac{14N^2 I_2}{3\Re_0}$$

$$\begin{cases} \Phi_{c1} = \dfrac{2N^2}{3\Re_0} I_1 + \dfrac{N^2}{3\Re_0} I_2 \\ \Phi_{c2} = \dfrac{N^2}{3\Re_0} I_1 + \dfrac{14N^2}{3\Re_0} I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \dfrac{2N^2}{3\Re_0} \\ L_2 = \dfrac{14N^2}{3\Re_0} \\ M = \dfrac{N^2}{3\Re_0} \end{cases}$$

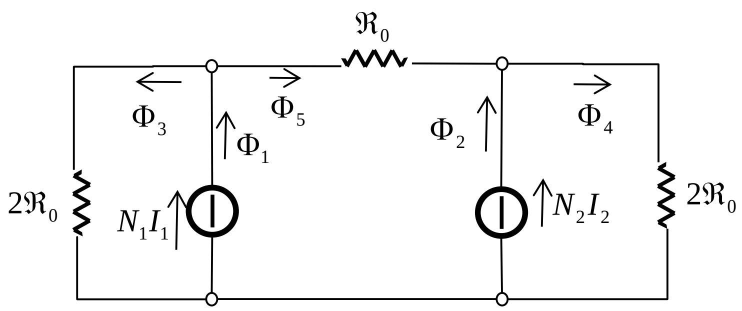
Esercizio



Assumendo che tutti i traferri abbiano riluttanza uguale ad $\mathscr{R}_0$ e che le riluttanze dei tratti in ferro siano trascurabili, determinare i coefficienti di auto e mutua induzione dei due avvolgimenti.

SVOLGIMENTO

Il circuito elettrico equivalente è il seguente:



$$\begin{cases} N_1 I_1 = 2\Re_0 \Phi_3 \\ N_2 I_2 = 2\Re_0 \Phi_4 \\ N_1 I_1 - N_2 I_2 = \Re_0 \Phi_5 \\ \Phi_1 = \Phi_3 + \Phi_5 \\ \Phi_2 = \Phi_4 - \Phi_5 \end{cases}$$

$$\Phi_3 = \frac{N_1 I_1}{2\Re_0}$$

$$\Phi_4 = \frac{N_2 I_2}{2\Re_0}$$

$$\Phi_5 = \Phi_1 - \Phi_3 = \Phi_1 - \frac{N_1 I_1}{2\Re_0}$$

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = \Re_0 \Phi_1 - \Re_0 \frac{N_1 I_1}{2\Re_0}$$

$$\Phi_1 = \frac{N_1 I_1}{\Re_0} + \frac{N_1 I_1}{2\Re_0} - \frac{N_2 I_2}{\Re_0} = \frac{3 N_1 I_1}{2\Re_0} - \frac{N_2 I_2}{\Re_0}$$

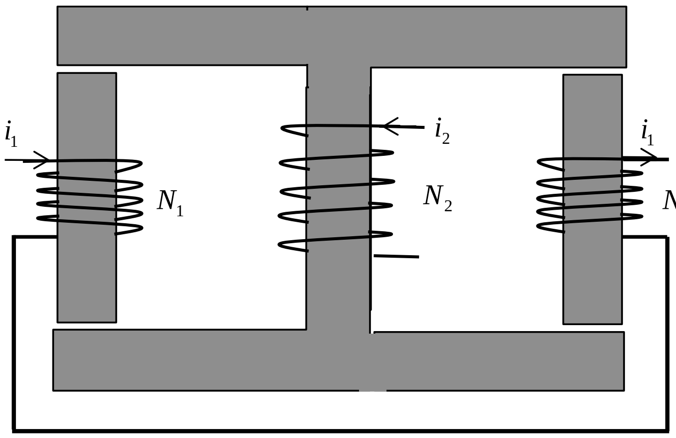
$$\Phi_2 = \frac{N_2 I_2}{2\Re_0} - \Phi_1 + \frac{N_1 I_1}{2\Re_0} = \frac{N_2 I_2}{2\Re_0} - \frac{3 N_1 I_1}{2\Re_0} + \frac{N_2 I_2}{\Re_0} + \frac{N_1 I_1}{2\Re_0} = \frac{3 N_2 I_2}{2\Re_0} - \frac{N_1 I_1}{\Re_0}$$

$$\Phi_{c1} = \frac{3N_1^2 I_1}{2\Re_0} - \frac{N_1 N_2 I_2}{\Re_0}$$

$$\Phi_{c2} = \frac{3N_2^2 I_2}{2\Re_0} - \frac{N_1 N_2 I_1}{\Re_0}$$

$$L_1 = \frac{3N_1^2}{2\Re_0}\,; L_2 = \frac{3N_2^2}{2\Re_0}\,; M = -\frac{N_1 N_2}{\Re_0}$$

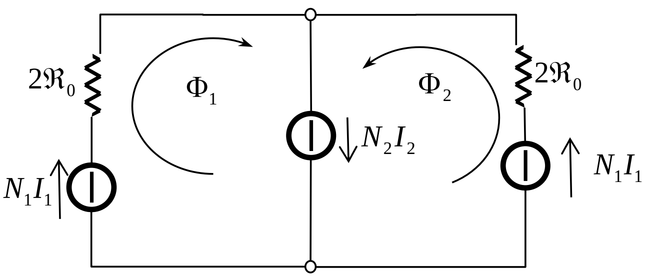
Esercizio



Le riluttanze dei traferri sono uguali ad R_0 , mentre è trascurabile la riluttanza dei tratti in ferro.
Determinare i coefficienti di auto e mutua induzione dei due avvolgimenti.

Svolgimento

Il circuito elettrico equivalente è il seguente:



$$\begin{cases} 2\Re_0\Phi_1 = N_1I_1 + N_2I_2 \\ 2\Re_0\Phi_2 = N_1I_1 + N_2I_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{N_1I_1 + N_2I_2}{2\Re_0} \\ \Phi_2 = \dfrac{N_1I_1 + N_2I_2}{2\Re_0} \end{cases}$$

$$\Phi_{c1} = N_1\Phi_1 + N_1\Phi_2 = \frac{N_1{}^2I_1}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_2}{2\Re_0} + \frac{N_1{}^2I_1}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_2}{2\Re_0}$$

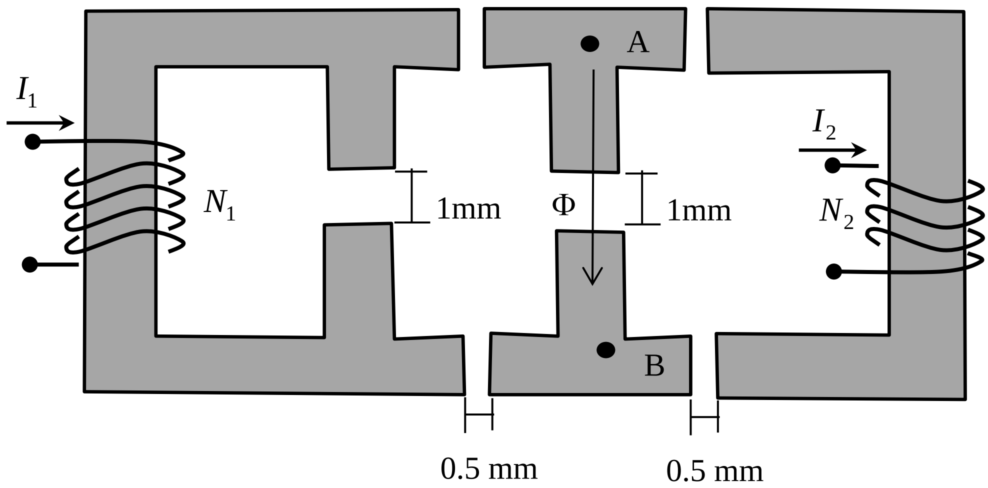
$$\Phi_{c2} = N_2\left(\Phi_2 + \Phi_2\right) = \frac{N_1N_2I_1}{2\Re_0} + \frac{N_2{}^2I_2}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_1}{2\Re_0} + \frac{N_2{}^2I_2}{2\Re_0}$$

$$\begin{cases} \Phi_{c1} = \dfrac{N_1{}^2}{\Re_0}I_1 + \dfrac{N_1N_2}{\Re_0}I_2 \\ \Phi_{c2} = \dfrac{N_1N_2}{\Re_0}I_1 + \dfrac{N_2{}^2}{\Re_0}I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \dfrac{N_1{}^2}{\Re_0} \\ L_2 = \dfrac{N_2{}^2}{\Re_0} \\ M = \dfrac{N_1N_2}{\Re_0} \end{cases}$$

Esercizio

Trascurando le riluttanze dei tratti in ferro, calcolare il flusso Φ nella colonna A-B del circuito magnetico.

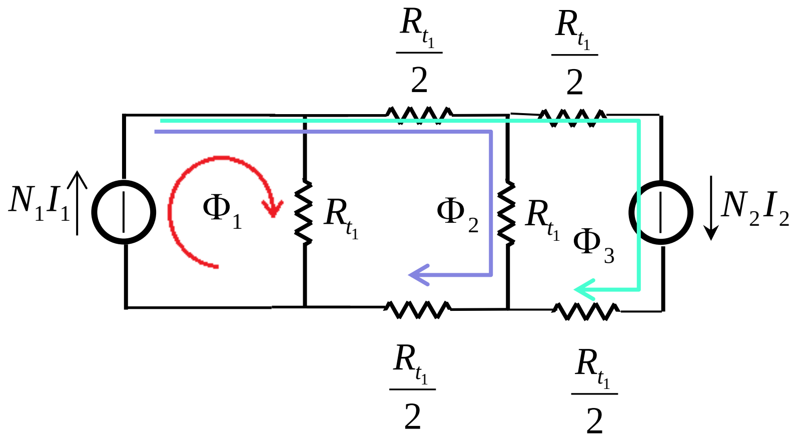
$N_1=30$
$N_2=40$
$I_1=2$
$I_2=3$
$S=10\ cm^2$



Svolgimento

$$R_{t_1}=\frac{t_1}{\mu_0\cdot S}=\frac{1\cdot 10^{-3}}{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10\cdot 10^{-4}}=7.96\cdot 10^5\,H^{-1}$$

$$R_{t_2}=\frac{R_{t_1}}{2}=3.98\cdot 10^5\,H^{-1}$$

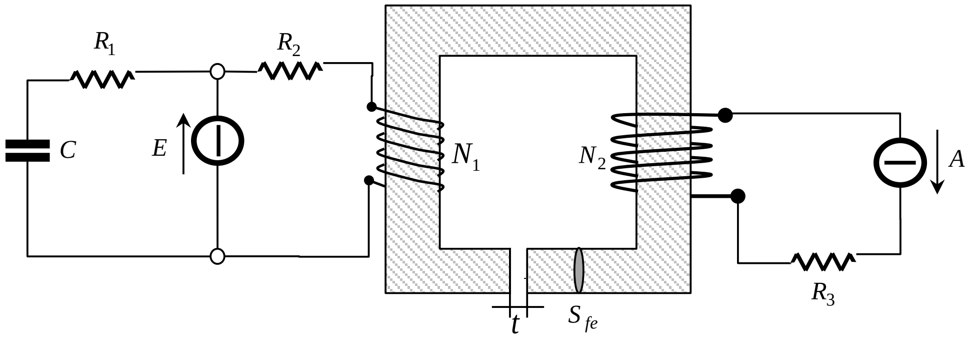


$$\begin{bmatrix} R_{t1} & 0 & 0 \\ 0 & 2R_{t1} & R_{t1} \\ 0 & R_{t1} & 2R_{t1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} N_1 I_1 \\ N_1 I_1 \\ N_1 I_1 + N_2 I_2 \end{bmatrix}$$

$$\Phi\equiv\Phi_2=\frac{\begin{bmatrix} R_{t1} & 60 & 0 \\ 0 & 60 & R_{t1} \\ 0 & 180 & 2R_{t1} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} R_{t1} & 0 & 0 \\ 0 & 2R_{t1} & R_{t1} \\ 0 & R_{t1} & 2R_{t1} \end{bmatrix}}=\frac{R_{t1}\cdot(120R_{t1}-180R_{t1})}{R_{t1}(4R_{t1}^2-R_{t1}^2)}=\frac{-60R_{t1}^2}{3R_{t1}^3}=\frac{-20}{R_{t1}}=\frac{-20}{7.9\cdot 10^5}=-0.0253mWb$$

Esercizio

Determinare l'energia totale accumulata nel circuito, che funziona in regime stazionario.



$E = 10V$

$A = 2A$

$R_1 = 2\Omega;\ R_2 = 5\Omega;$

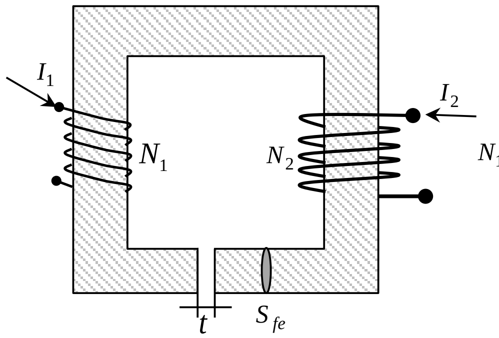
$R_3 = 7\Omega;\ C = 10\mu F;$

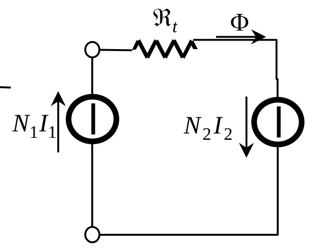
$N_1 = 60;\ N_1 = 100$

$t = 2mm;\ S_{fe} = 60cm^2$

$\mu_{fe} = \infty$

Svolgimento



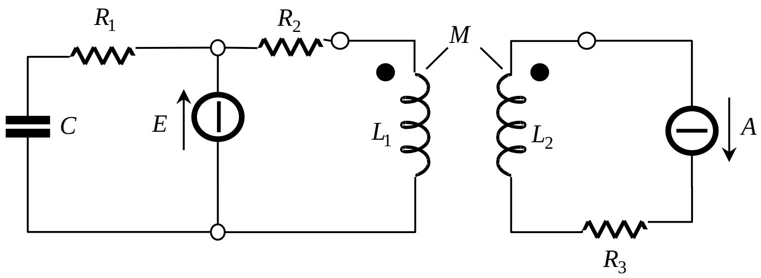


$$\Phi = \frac{N_1 I_1 + N_2 I_2}{\Re_t}$$

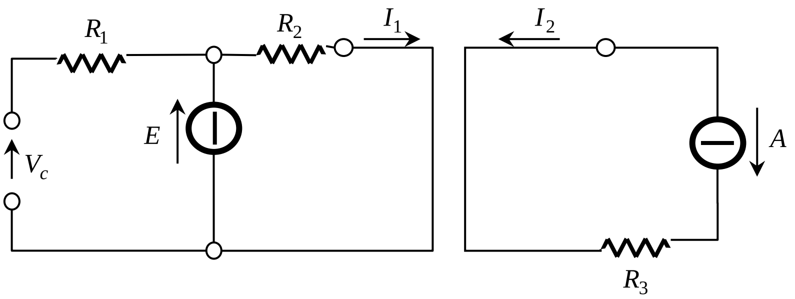
$$\Re_t = \frac{1}{\mu_0}\frac{t}{S} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 10^{-4}} = 2{,}65 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$\begin{cases} \Phi_{c1} = N_1 \Phi = \dfrac{N_1^2 I_1}{\Re_t} + \dfrac{N_1 N_2 I_2}{\Re_t} \\ \Phi_{c2} = N_2 \Phi = \dfrac{N_1 N_2 I_1}{\Re_t} + \dfrac{N_2^2 I_2}{\Re_t} \end{cases} \Rightarrow L_1 = \frac{N_1^2}{\Re_t};\ L_2 = \frac{N_2^2}{\Re_t};\ M = \frac{N_1 N_2}{\Re_t}$$

$L_1 = 13{,}585mH;\ L_2 = 37{,}736mH;\ M = 22{,}64mH$



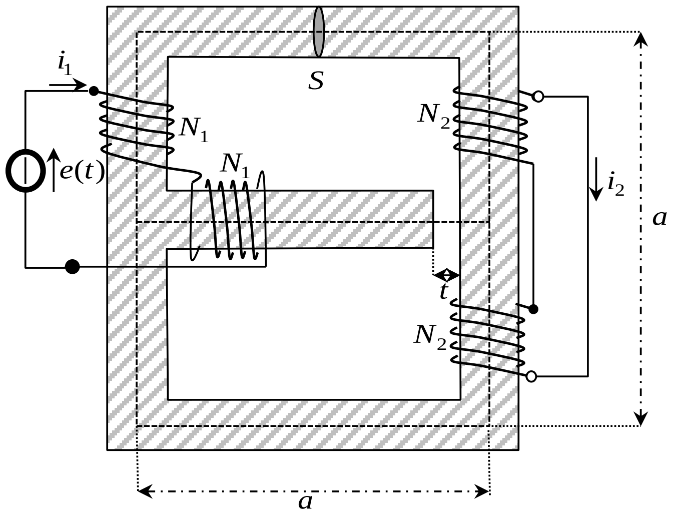
In regime stazionario il condensatore si comporta come un circuito aperto e la mutua come due corto circuiti.



$$V_c = E = 10V$$
$$I_1 = \frac{E}{R_2} = \frac{10}{5} = 2A$$
$$I_2 = -A = -2A$$

$$W_{tot} = W_m + W_e = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 + M I_1 I_2 + \frac{1}{2}C V_c^2 = 12{,}6mJ$$

Esercizio



$N_1 = 1000;\ N_2 = 1000$

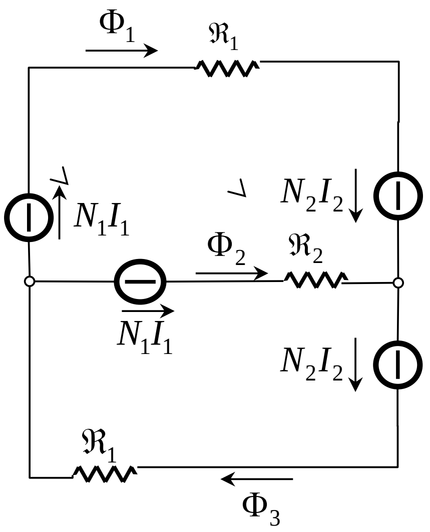
$a = 25cm;\ S = 2cm^2;\ t = 2mm$

$\mu_r = 2000$

Il ferro non è saturo ed ha una permeabilità magnetica relativa pari a 2000.
Calcolare i coefficienti di auto e mutua induzione dei due avvolgimenti e la corrente $i_2(t)$ quando i morsetti del secondo avvolgimento sono cortocircuitati e la tensione e(t) nel primo avvolgimento è sinusoidale con valore massimo pari a 400V e pulsazione ω=377 rad/s.

Svolgimento

Circuito elettrico corrispondente



$$\Re_1 = \frac{2a}{\mu_0 \mu_r S} = 9{,}947 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$\Re_2 = \frac{a-t}{\mu_0 \mu_r S} + \frac{t}{\mu_0 S} = 84{,}51 \cdot 10^5 H^{-1}$$

Applicando Millman:

$$\left(\frac{1}{\Re_1} + \frac{1}{\Re_2} + \frac{1}{\Re_1}\right) V_1 = \frac{N_1 I_1 + N_2 I_2}{\Re_1} + \frac{N_1 I_1}{\Re_2} - \frac{N_2 I_2}{\Re_1}$$

$$V_1 = N_1 I_1 \frac{\Re_1 + \Re_2}{\Re_1 + 2\Re_1} = 0{,}53 N_1 I_1 = 527{,}79 I_1$$

$$\Phi_1 = \frac{N_1 I_1 + N_2 I_2 - V_1}{\Re_1} = 47{,}47 \cdot 10^{-5} \cdot I_1 + 100{,}53 \cdot 10^{-5} \cdot I_2$$

$$\Phi_2 = \frac{N_1 I_1 - V_1}{\Re_2} = 5{,}56 \cdot 10^{-5} \cdot I_1$$

$$\Phi_3 = \frac{V_1 + N_2 I_2}{\Re_1} = 53{,}28 \cdot 10^{-5} \cdot I_1 + 100{,}53 \cdot 10^{-5} \cdot I_2$$

$$\Phi_{c1} = N_1 \Phi_1 + N_1 \Phi_2 = 0{,}53 \cdot I_1 + 1{,}005 \cdot I_2$$

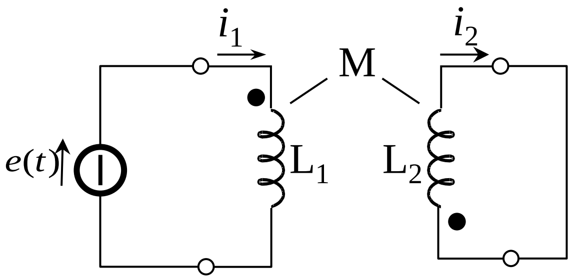
$$\Phi_{c2} = N_2 \Phi_1 + N_2 \Phi_3 = 1{,}005 \cdot I_1 + 2{,}01 \cdot I_2$$

$$L_1 = 0{,}53 H$$

$$M = 1{,}005 H$$

$$L_2 = 2{,}01 H$$

Circuito elettrico in regime sinusoidale

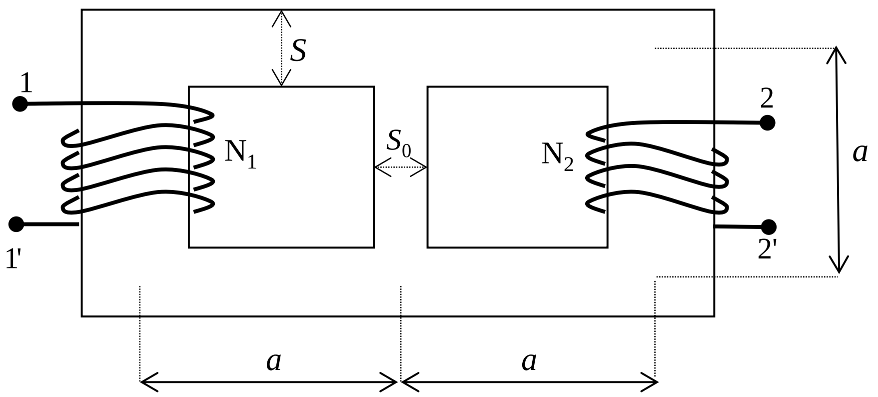


$$\begin{cases} \overline{E}_1 = j\omega L_1 \bar{I}_1 + j\omega M \bar{I}_2 \\ 0 = j\omega L_2 \bar{I}_2 + j\omega M \bar{I}_1 \end{cases}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} j\omega L_1 & \overline{E}_1 \\ j\omega M & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & j\omega L_2 \end{vmatrix}} = \frac{-j\omega M \overline{E}_1}{(j\omega)^2\left(L_1 L_2 - M^2\right)} = \frac{-M\overline{E}_1}{j\omega(L_1 L_2 - M^2)} = j19{,}29 = 19{,}29\angle 90°$$

$$i_2(t) = 19{,}29\cos(377t + 90°)\ (A)$$

Esercizio



$N_1 = 525; \quad N_2 = 128$

$a = 8cm; \quad S = 4cm^2$

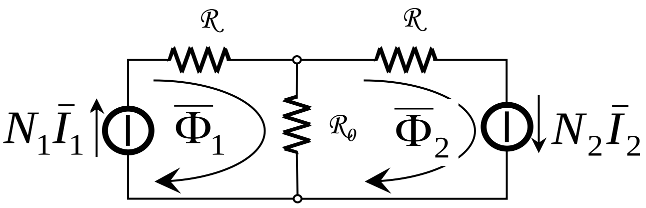
$\mu_r = 2500$

$M = 0{,}1H$

Nell'ipotesi che il nucleo lavori nella regione lineare, determinare la sezione S_0 della colonna centrale in modo tale che la mutua induttanza fra i due avvolgimenti sia eguale a M . Successivamente calcolare anche il coefficiente di accoppiamento.

SVOLGIMENTO

Ipotizzando che gli avvolgimenti siano percorsi da due correnti I_1 ed I_2, rispettivamente entranti dai morsetti 1 e 2. Il circuito elettrico corrispondente è riportato in figura:



$$\mathcal{R} = \frac{3a}{\mu_r \mu_0 S} = 0{,}191 \cdot 10^6 H^{-1}$$

$$\mathcal{R}_0 = \frac{a}{\mu_r \mu_0 S_0} H^{-1}$$

$$\begin{cases} N_1 \cdot I_1 = (\mathcal{R} + \mathcal{R}_0)\Phi_1 - \mathcal{R}_0 \cdot \Phi_2 \\ N_2 \cdot I_2 = (\mathcal{R} + \mathcal{R}_0)\Phi_2 - \mathcal{R}_0 \cdot \Phi_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{(\mathcal{R} + \mathcal{R}_0)}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_1 I_1 + \dfrac{\mathcal{R}_0}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_2 I_2 \\ \Phi_2 = \dfrac{\mathcal{R}_0}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_1 I_1 + \dfrac{(\mathcal{R} + \mathcal{R}_0)}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_2 I_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \Phi_{c1} = N_1 \Phi_1 = \dfrac{(\mathcal{R} + \mathcal{R}_0)}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_1^2 I_1 + \dfrac{\mathcal{R}_0}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_1 N_2 I_2 \\ \Phi_{c2} = N_2 \Phi_2 = \dfrac{\mathcal{R}_0}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_1 N_2 I_1 + \dfrac{(\mathcal{R} + \mathcal{R}_0)}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_2^2 I_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$L_1 = \frac{(\mathcal{R} + \mathcal{R}_0)}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_1^2$$

$$L_2 = \frac{(\mathcal{R} + \mathcal{R}_0)}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_2^2$$

$$M = \frac{\mathcal{R}_0}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_1 N_2$$

Imponendo l'assegnato valore di M=0,1H:

$$M = \frac{\mathcal{R}_0}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_1 N_2 = 0{,}1 \Rightarrow \mathcal{R}_0 = \frac{\mathcal{R}^2}{10 \cdot N_1 N_2 - 2\mathcal{R}} = 0{,}1236 \cdot 10^6 H^{-1}$$

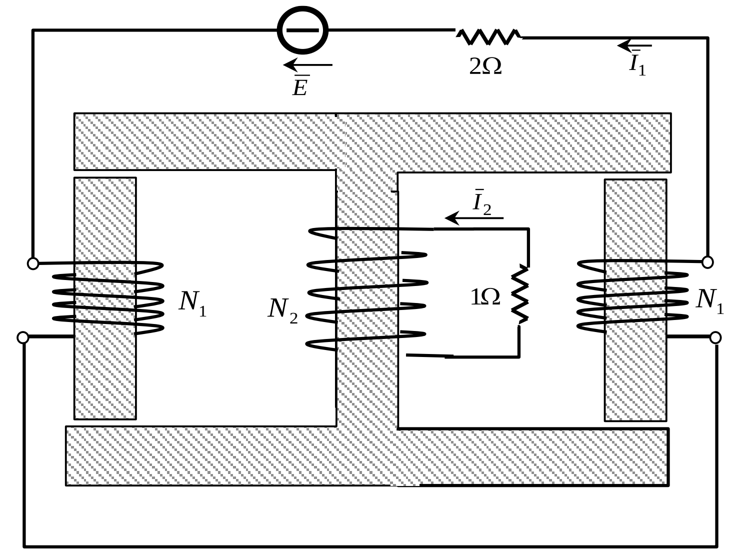
$$\boxed{S_0 = \frac{a}{\mu_r \mu_0 \mathcal{R}_0} = 2{,}06 cm^2}$$

$$L_1 = \frac{(\mathcal{R} + \mathcal{R}_0)}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_1^2 = 1{,}037 H$$

$$L_2 = \frac{(\mathcal{R} + \mathcal{R}_0)}{2\mathcal{R}\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}^2} N_2^2 = 0{,}0616 H$$

$$\boxed{k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = 0{,}396}$$

Esercizio



$E = 10\,V_{eff};\ f = 100Hz$

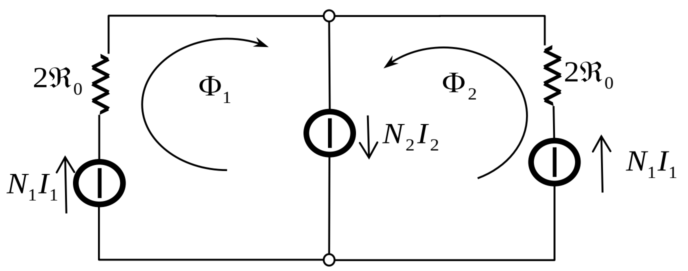
$N_1 = 200;\ N_2 = 250$

$S_{fe} = 10cm^2;\ t = 2mm;\ \mu_{fe} = \infty$

Calcolare i coefficienti di auto e mutua induzione dei due avvolgimenti.
Si trascuri la riluttanza dei tratti in ferro.
Determinare l'energia totale accumulata nel circuito.

Svolgimento

Il circuito elettrico equivalente è il seguente:



$$\Re_0 = \frac{t}{\mu_0 S} = 15{,}91\cdot 10^5 H^{-1}$$

$$\begin{cases} 2\Re_0\Phi_1 = N_1I_1 + N_2I_2 \\ 2\Re_0\Phi_2 = N_1I_1 + N_2I_2 \end{cases}$$

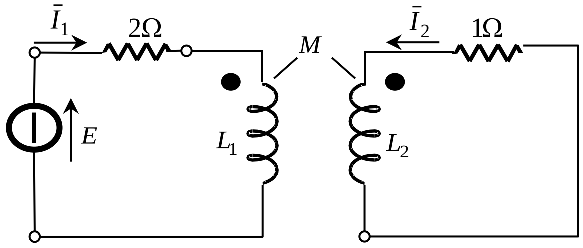
$$\begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{N_1I_1 + N_2I_2}{2\Re_0} \\ \Phi_2 = \dfrac{N_1I_1 + N_2I_2}{2\Re_0} \end{cases}$$

$$\Phi_{c1} = N_1\Phi_1 + N_1\Phi_2 = \frac{N_1{}^2 I_1}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_2}{2\Re_0} + \frac{N_1{}^2 I_1}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_2}{2\Re_0}$$

$$\Phi_{c2} = N_2(\Phi_1 + \Phi_2) = \frac{N_1N_2I_1}{2\Re_0} + \frac{N_2{}^2 I_2}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_1}{2\Re_0} + \frac{N_2{}^2 I_2}{2\Re_0}$$

$$\begin{cases} \Phi_{c1} = \dfrac{N_1{}^2}{\Re_0} I_1 + \dfrac{N_1N_2}{\Re_0} I_2 \\ \Phi_{c2} = \dfrac{N_1N_2}{\Re_0} I_1 + \dfrac{N_2{}^2}{\Re_0} I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \dfrac{N_1{}^2}{\Re_0} \\ L_2 = \dfrac{N_2{}^2}{\Re_0} \\ M = \dfrac{N_1N_2}{\Re_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \dfrac{200^2}{15{,}91\cdot 10^5} = 25{,}14mH \\ L_2 = \dfrac{250^2}{15{,}91\cdot 10^5} = 39{,}28mH \\ M = \dfrac{220\cdot 300}{14{,}92\cdot 10^5} = 31{,}43mH \end{cases}$$

Circuito elettrico



$$j\varpi L_1 = j15{,}8\Omega$$
$$j\varpi L_2 = j24{,}68\Omega$$
$$j\varpi M = j19{,}75\Omega$$

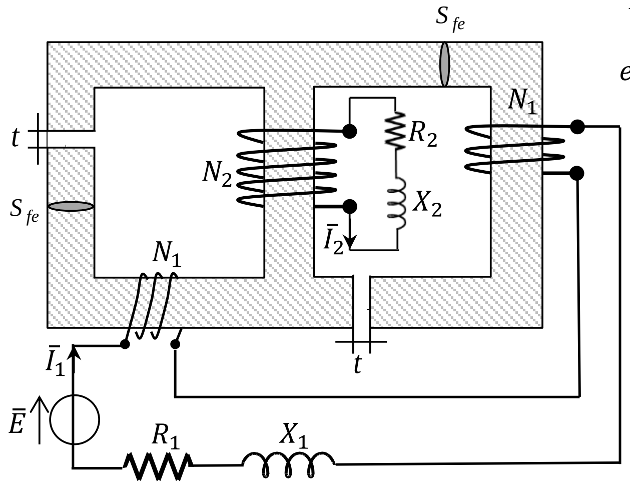
$$\begin{cases} 10 = 2\bar{I}_1 + j15{,}8\bar{I}_1 + j19{,}75\bar{I}_2 \\ 0 = j19{,}75\bar{I}_2 + j24{,}68\bar{I}_1 + \bar{I}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 = (2 + j15{,}8)\bar{I}_1 + j19{,}75\bar{I}_2 \\ 0 = j19{,}75\bar{I}_1 + (1 + j24{,}68)\bar{I}_2 \end{cases}$$

$$\bar{I}_1 = 3{,}79 - j0{,}03 \Rightarrow I_1 = 3{,}79A$$

$$\bar{I}_2 = -3{,}03 - j0{,}098 \Rightarrow I_2 = 3{,}03A$$

$$W = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 + MI_1 I_2 = 0{,}72J$$

Esercizio

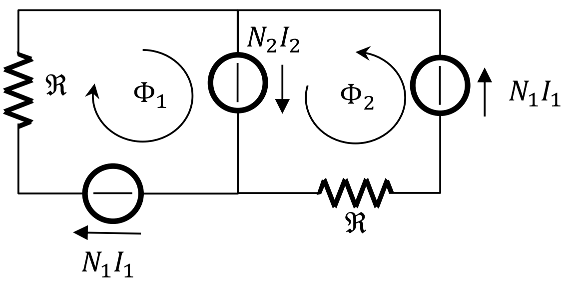


Trascurando le riluttanze dei tratti in ferro, determinare le potenze attiva e reattiva erogate dal generatore di tensione, sapendo che:

$$E = 10V_{eff};\ f = 100Hz$$
$$R_1 = 5\Omega;\ R_2 = 10\Omega;$$
$$X_1 = 20\Omega;\ X_2 = 10\Omega;$$
$$N_1 = 200;\ N_2 = 250$$
$$t = 4mm;\ S_{fe} = 10cm^2$$
$$\mu_{fe} = \infty$$

Svolgimento

Il circuito equivalente è il seguente:



$$\Re = \frac{t}{\mu_0 S_{fe}} = 31{,}83\cdot 10^5\,H^{-1}$$

$$\begin{cases} \Re\Phi_1 = N_1I_1 + N_2I_2 \\ \Re\Phi_2 = N_1I_1 + N_2I_2 \end{cases}$$

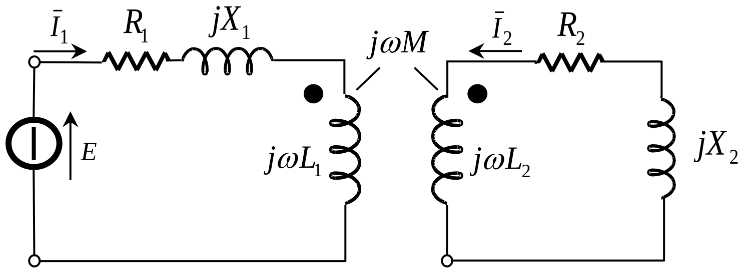
$$\begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{N_1I_1 + N_2I_2}{\Re} \\ \Phi_2 = \dfrac{N_1I_1 + N_2I_2}{\Re} \end{cases}$$

$$\Phi_{c1} = N_1\Phi_1 + N_1\Phi_2 = \frac{N_1^{\,2}I_1}{\Re} + \frac{N_1N_2I_2}{\Re} + \frac{N_1^{\,2}I_1}{\Re} + \frac{N_1N_2I_2}{\Re}$$

$$\Phi_{c2} = N_2\left(\Phi_1 + \Phi_2\right) = \frac{N_1N_2I_1}{\Re} + \frac{N_2^{\,2}I_2}{\Re} + \frac{N_1N_2I_1}{\Re} + \frac{N_2^{\,2}I_2}{\Re}$$

$$\begin{cases} \Phi_{c1} = \dfrac{2N_1^{\,2}}{\Re}I_1 + \dfrac{2N_1N_2}{\Re}I_2 \\ \Phi_{c2} = \dfrac{2N_1N_2}{\Re}I_1 + \dfrac{2N_2^{\,2}}{\Re}I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \dfrac{2N_1^{\,2}}{\Re} \\ L_2 = \dfrac{2N_2^{\,2}}{\Re} \\ M = \dfrac{2N_1N_2}{\Re} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \dfrac{2\cdot 200^2}{31{,}83\cdot 10^5} = 25{,}13mH \\ L_2 = \dfrac{2\cdot 250^2}{31{,}83\cdot 10^5} = 39{,}27mH \\ M = \dfrac{2\cdot 200\cdot 250}{31{,}83\cdot 10^5} = 31{,}41mH \end{cases}$$

Circuito elettrico



$$j\varpi L_1 = j15,79\Omega$$
$$j\varpi L_2 = j24,67\Omega$$
$$j\varpi M = j19,74\Omega$$

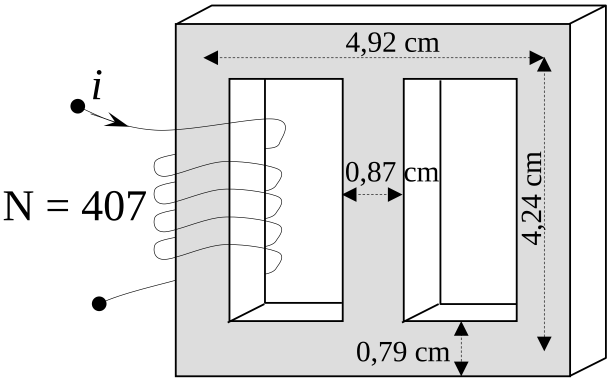
$$\begin{cases} 10 = (5+j20)\overline{I}_1 + j15,79\overline{I}_1 + j13,90\overline{I}_2 \\ 0 = j24,67\overline{I}_2 + j19,74\overline{I}_1 + (10+j10)\overline{I}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 = (5+j35,79)\overline{I}_1 + j19,74\overline{I}_2 \\ 0 = j19,74\overline{I}_1 + (10+j34,67)\overline{I}_2 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & j19,74 \\ 0 & 10+j34,67 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5+j35,79 & j19,74 \\ j19,74 & 10+j34,67 \end{vmatrix}} = \frac{360,83\angle 73,91°}{961,30\angle 146,45°} = 0.375\angle -72,54°$$

$$\dot{S}_g = \overline{E}\cdot\overline{I}_1^{\,*} = 10\cdot 0,375\angle +72,54° = 3,75\angle 72,54° = 1,125 + j3,58$$

$$\begin{cases} P_g = 1,125W \\ Q_g = 3,58VAR \end{cases}$$

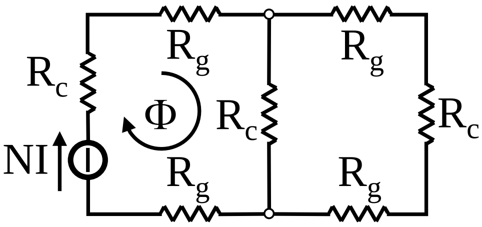
Esercizio



Determinare l'induttanza dell'avvolgimento in figura, nella quale sono descritte le caratteristiche geometriche del sistema, tenendo presente che:

- le sezioni dei gioghi e delle colonne sono quadrate,
- la permeabilità relativa del mezzo è pari a 900
- si considerano nulli i flussi dispersi

Svolgimento



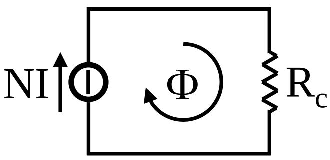
Anzitutto costruiamo il circuito elettrico equivalente, secondo l'analogia magneto-elettrica (fig. a lato).
La tensione del generatore è pari alla f.m.m. dell'avvolgimento, pari a NxI **As**, dove N = 407 **spire**.
Le riluttanze delle 3 colonne sono tra loro uguali, così come sono uguali tra loro le riluttanze dei 4 gioghi. Procediamo al loro calcolo:

$$R_c = \frac{0{,}0424}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 900 \cdot 0{,}0087^2} = 4{,}95 \cdot 10^5 \,\mathrm{H}^{-1} \qquad R_g = \frac{0{,}0246}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 900 \cdot 0{,}0079^2} = 3{,}49 \cdot 10^5 \,\mathrm{H}^{-1}$$

Si può quindi procedere al calcolo della resistenza equivalente vista dal generatore:

$$R_{eq} = R_c + R_g + R_c // (2R_g + R_c) + R_g =$$

$$= R_c + 2R_g + \frac{R_c \cdot (2R_g + R_c)}{R_c + (2R_g + R_c)} = 4{,}95 \cdot 10^5 + 2 \cdot 3{,}49 \cdot 10^5 + \frac{4{,}95 \cdot 10^5 \cdot (2 \cdot 3{,}49 \cdot 10^5 + 4{,}95 \cdot 10^5)}{4{,}95 \cdot 10^5 + (2 \cdot 3{,}49 \cdot 10^5 + 4{,}95 \cdot 10^5)} = 15{,}42 \cdot 10^5 \,\mathrm{H}^{-1}$$



Il circuito elettrico equivalente si riduce al circuito raffigurato a lato, per il quale è immediato calcolare l'intensità di corrente, che corrisponde al flusso circolante nella colonna di sinistra:

$$\Phi = \frac{NI}{R_{eq}} = \frac{407}{15{,}42 \cdot 10^5} \cdot I = 2{,}64 \cdot 10^{-4} \cdot I \text{ Wb}$$

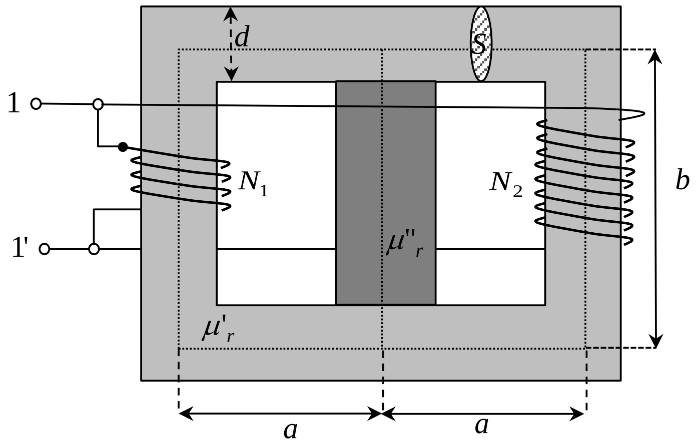
Moltiplicando per il numero N di spire del'avvolgimento otteniamo il flusso concatenato:

$$\Phi_c = N \cdot \Phi = 407 \cdot 2{,}64 \cdot 10^{-4} \cdot I = 0{,}107 \cdot I \text{ Wb}$$

L'induttanza è data dal rapporto tra tale flusso concatenato e la corrente I:

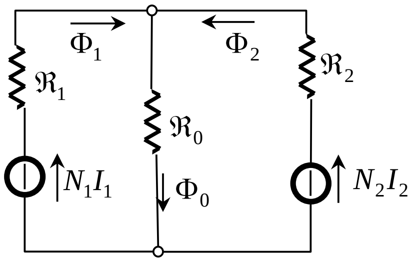
$$L = \frac{\Phi_c}{I} = 0{,}107 \text{ H}$$

Esercizio



Il circuito magnetico è realizzato con due materiali diversi di permeabilità $\mu'_r=1000$ e $\mu''_r=500$. Calcolare la reattanza del bipolo induttivo 1-1' sapendo che:
$N_1=100$; $N_2=125$; a=2cm; b=5cm; d=1cm; $S=1cm^2$; f=50Hz

Svolgimento



$$\Re_1=\Re_2=\frac{2a+b}{\mu'_r\,\mu_0 S}=\frac{9\cdot10^{-2}}{1000\cdot4\pi\cdot10^{-7}\cdot10^{-4}}=716{,}2\cdot10^{3}\ H$$

$$\Re_0=\frac{b-d}{\mu''_r\,\mu_0 S}+\frac{d}{\mu'_r\,\mu_0 S}=\frac{4\cdot10^{-2}}{500\cdot4\pi\cdot10^{-7}\cdot10^{-4}}+\frac{1\cdot10^{-2}}{1000\cdot4\pi\cdot10^{-7}\cdot10^{-4}}=716{,}2\cdot10^{3}\ H$$

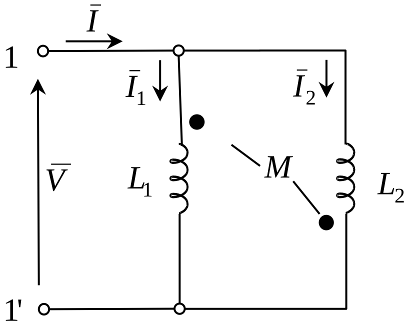
da cui:

$$\Re_1=\Re_2=\Re_0=\Re$$

$$\begin{cases} N_1I_1=\Re_1\Phi_1+\Re_0(\Phi_1+\Phi_2)=2\Re\Phi_1+\Re\Phi_2 \\ N_2I_2=\Re_2\Phi_2+\Re_0(\Phi_1+\Phi_2)=2\Re\Phi_2+\Re\Phi_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Phi_1=+\dfrac{2N_1I_1}{3\Re}-\dfrac{N_2I_2}{3\Re} \\ \Phi_2=-\dfrac{N_1I_1}{3\Re}+\dfrac{2N_2I_2}{3\Re} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi_1=+\dfrac{2N_1^2I_1}{3\Re}-\dfrac{N_1N_2I_2}{3\Re} \\ \Phi_2=-\dfrac{N_1N_2I_1}{3\Re}+\dfrac{2N_2^2I_2}{3\Re} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1=\dfrac{2N_1^2}{3\Re}=9{,}308mH \\ L_2=\dfrac{2N_2^2}{3\Re}=14{,}54mH \\ M=-\dfrac{N_1N_2}{3\Re}=-5{,}818mH \end{cases}$$

Il bipolo induttivo visto dai morsetto 1-1’ è il seguente:



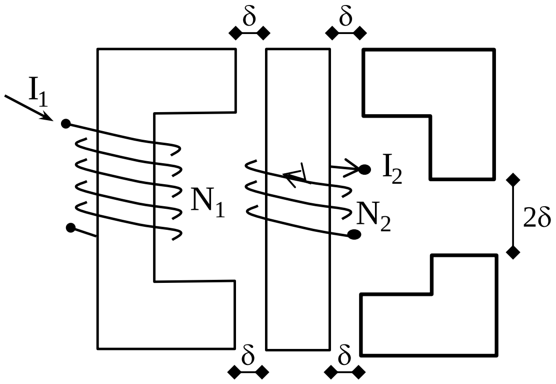
$$\begin{cases}\bar{V} = j\varpi L_1\bar{I}_1 - j\varpi M\bar{I}_2 \\ \bar{V} = j\varpi L_2\bar{I}_2 - j\varpi M\bar{I}_1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\bar{I}_1 = \dfrac{L_2 + M}{j\varpi\left(L_1L_2 - M^2\right)}\bar{V} \\ \bar{I}_2 = \dfrac{L_1 + M}{j\varpi\left(L_1L_2 - M^2\right)}\bar{V}\end{cases}$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \frac{L_1 + L_2 + 2M}{j\varpi\left(L_1L_2 - M^2\right)}\bar{V}$$

$$\dot{Z}_{eq} = jX_{eq} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = j\frac{\varpi\left(L_1L_2 - M^2\right)}{L_1 + L_2 + 2M} = j2{,}6109\,\Omega$$

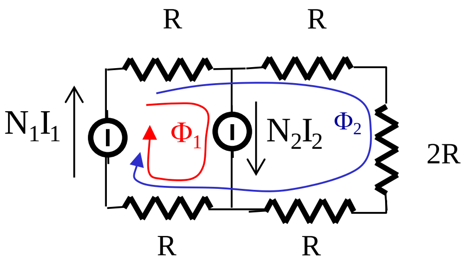
$$L_{eq} = 0{,}0083H = 8{,}3mH$$

Esercizio



Trascurando la riluttanza del ferro, calcolare i coefficienti di auto e mutua induzione dei due avvolgimenti accoppiati.
La sezione del circuito magnetico è $S=6cm^2$, $\delta=1mm$, $N_1=100$ e $N_2=200$

SVOLGIMENTO



$$R=\frac{1}{\mu_0}\cdot\frac{\delta}{S}=\frac{1}{4\pi\cdot10^{-7}}\cdot\frac{10^{-3}}{6\cdot10^{-4}}=13.26\cdot10^5$$

$$\begin{bmatrix}2R & 2R\\ 2R & 6R\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Phi_1\\ \Phi_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}N_1I_1+N_2I_2\\ N_1I_1\end{bmatrix}$$

$$\Phi_1=\frac{\begin{bmatrix}N_1I_1+N_2I_2 & 2R\\ N_1I_1 & 6R\end{bmatrix}}{8R^2}=\frac{4N_1I_1+6N_2I_2}{8R}=\frac{1}{2R}N_1I_1+\frac{3}{4R}N_2I_2$$

$$\Phi_2=\frac{\begin{bmatrix}2R & N_1I_1+N_2I_2\\ 2R & N_1I_1\end{bmatrix}}{8R^2}=\frac{-2N_2I_2}{8R}=-\frac{1}{4R}N_2I_2$$

$$\Phi_{1C}=N_1(\Phi_1+\Phi_2)=\frac{1}{2R}N_1^2I_1+\frac{3}{4R}N_1N_2I_2-\frac{1}{4R}N_1N_2I_2=\frac{1}{2R}N_1^2I_1+\frac{1}{2R}N_1N_2I_2$$

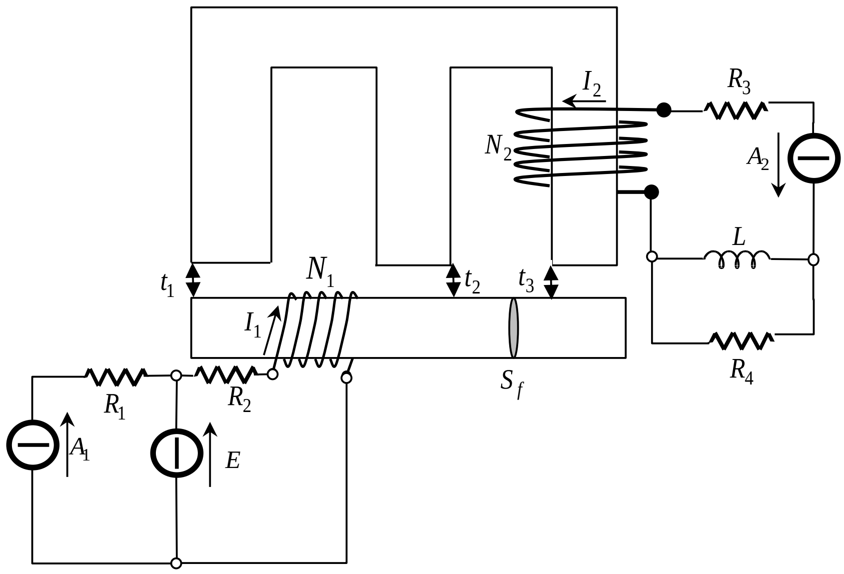
$$\Phi_{2C}=N_2(\Phi_1)=\frac{1}{2R}N_1N_2I_1+\frac{3}{4R}N_2^2I_2$$

$$L_1=\frac{N_1^2}{2R}=\frac{100^2}{2\cdot13.26\cdot10^5}=3.77mH$$

$$L_2=\frac{3N_2^2}{4R}=\frac{3\cdot200^2}{4\cdot13.26\cdot10^5}=22.62mH$$

$$M=\frac{N_1N_2}{2R}=\frac{100\cdot200}{2\cdot13.26\cdot10^5}=7.54mH$$

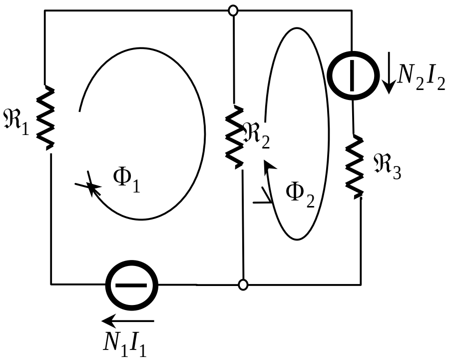
Esercizio



$E = 10\,V;\ A_1 = 5\,A;\ A_2 = 4\,A$
$L = 12\,mH;\ \ R_1 = 2\,\Omega;\ R_2 = 5\,\Omega;$
$R_3 = 7\,\Omega;\ R_4 = 15\,\Omega$
$N_1 = 100;\ N_2 = 200$
$S_f = 60 cm^2;\ t_1 = 2mm;\ t_2 = 4mm;\ t_3 = 6mm$
$\mu_{fe} = \infty$

Determinare l'energia totale accumulata nel circuito.

Svolgimento



$$\Re_1 = \frac{1}{\mu_0}\frac{t_1}{S_f} = 2{,}65 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$\Re_2 = \frac{1}{\mu_0}\frac{t_2}{S_f} = 5{,}305 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$\Re_3 = \frac{1}{\mu_0}\frac{t_3}{S_f} = 7{,}9576 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} (\Re_1 + \Re_2) & -\Re_2 \\ -\Re_2 & (\Re_2 + \Re_3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 I_1 \\ N_2 I_2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (\Re_1 + \Re_2) \cdot (\Re_2 + \Re_3) - \Re_2^2 = 77{,}36 \cdot 10^{10}$$

$$\Phi_1 = \frac{(\Re_2 + \Re_3) \cdot N_1 I_1 + \Re_2 \cdot N_2 I_2}{\Delta}$$

$$\Phi_2 = \frac{(\Re_1 + \Re_2) \cdot N_2 I_2 + \Re_2 \cdot N_1 I_1}{\Delta}$$

$$\Phi_{c1} = N_1\Phi_1 = N_1^2 \frac{\left(\Re_2 + \Re_3\right)}{\Delta} I_1 + N_1 N_2 \frac{\Re_2}{\Delta} I_2$$

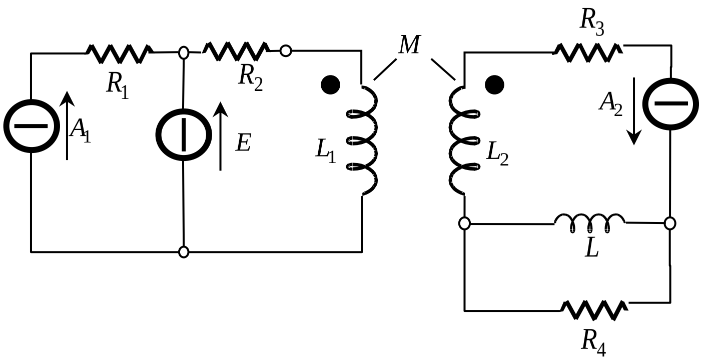
$$\Phi_{c2} = N_2\Phi_2 = N_1 N_2 \frac{\Re_2}{\Delta} I_1 + N_2^2 \frac{\left(\Re_1 + \Re_2\right)}{\Delta} I_2$$

$$L_1 = N_1^2 \frac{\left(\Re_2 + \Re_3\right)}{\Delta} = 17{,}1 mH$$

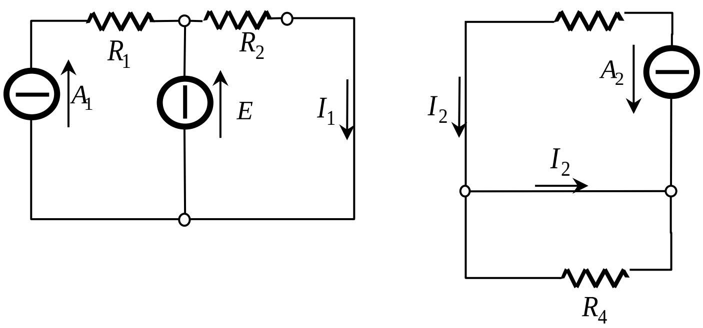
$$L_2 = N_2^2 \frac{\left(\Re_1 + \Re_2\right)}{\Delta} = 41{,}13 mH$$

$$M = N_1 N_2 \frac{\Re_2}{\Delta} = 13{,}715 mH$$

Circuito elettrico



Il circuito è in regime stazionario

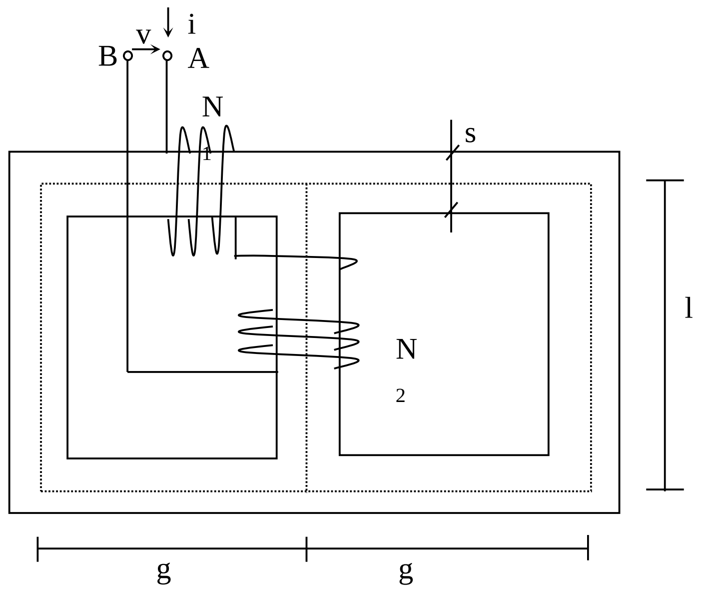


$$I_1 = \frac{E}{R_2} = 2A$$

$$I_2 = -A_2 = -4A$$

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2 + \frac{1}{2} L I_2^2 = 349{,}52 mJ$$

Esercizio



Calcolare l'induttanza del bipolo AB, sapendo che: N_1=100; N_2=150; g=30cm; l=30cm; la sezione del nucleo di materiale ferromagnetico è costante e pari a S=4cm^2.

Si faccia l'ipotesi di assenza di flussi dispersi.

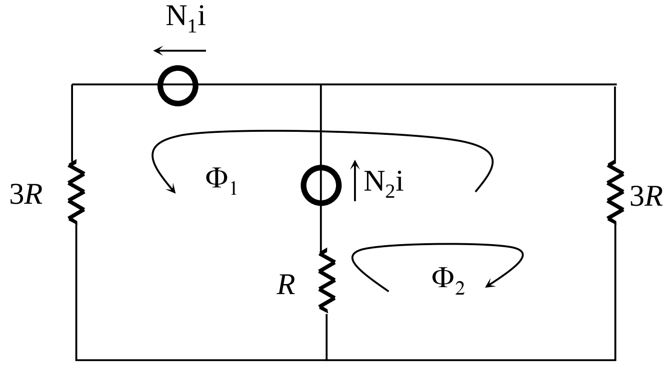
Si ipotizzi, inoltre, di lavorare nella zona lineare della caratteristica del materiale e che μ_r=1000.

Svolgimento

La riluttanza di ciascun tronco di nucleo è:

$$R = \frac{g}{\mu_0 \mu_r s} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r s} = \frac{30 \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 5{,}97 \cdot 10^5 \, H^{-1}$$

Il circuito equivalente è:



$$\begin{cases} 6R\Phi_1 - 3R\Phi_2 = N_2 i \\ -3R\Phi_1 + 4R\Phi_2 = N_2 i \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{N_1 i}{6R} + \dfrac{3R}{6R}\Phi_2 \\ \\ \end{cases}$$

$$-3R\left(\frac{N_1 i}{6R} + \frac{\Phi_2}{2}\right) + 4R\Phi_2 = N_2 i$$

$$-\frac{3RN_1 i}{6R} - \frac{3}{2}R\Phi_2 + 4R\Phi_2 = N_2 i$$

$$\frac{5}{2}R\Phi_2 = N_2 i + \frac{N_1 i}{2}$$

$$\Phi_2 = \frac{2N_2 i}{5R} + \frac{N_1 i \cdot 2}{2 \cdot 5R} \qquad \Phi_2 = \left(\frac{2N_2}{5R} + \frac{N_1}{5R}\right) \cdot i$$

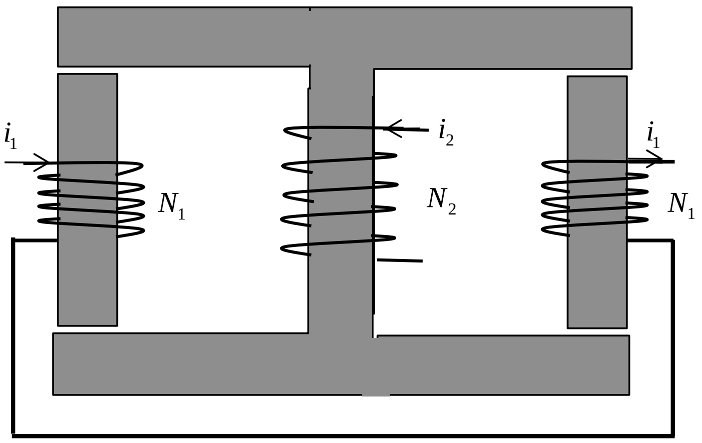
$$\Phi_1 = \frac{N_1 i}{6R} + \frac{N_2 i}{5R} + \frac{N_1 i}{10 \cdot R} = \frac{16N_1 i}{30 \cdot R} + \frac{N_2 i}{5R}$$

$$\begin{cases} \Phi_{c1} = \dfrac{4N_1^2 i}{R} + \dfrac{N_1 N_2 i}{5R} \\ \Phi_{c2} = \dfrac{N_1 N_2 i}{5R} + \dfrac{2N_2^2}{5R} \end{cases}$$

$$\Phi_{ctot} = \Phi_{c1} + \Phi_{c2}$$

$$L = \frac{\Phi_{ctot}}{i} = \frac{4N_1^2}{15R} + \frac{2N_1 N_2}{5R} + \frac{2N_2^2}{5R} = 2.96mH$$

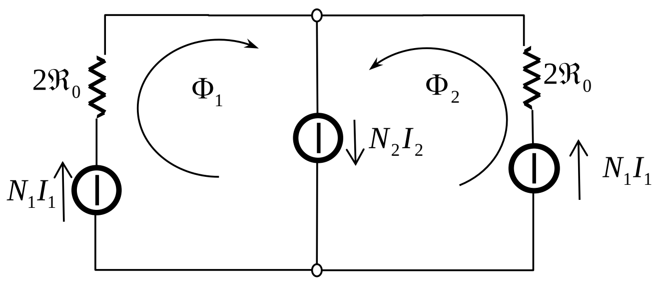
Esercizio



Trascurando la riluttanza del ferro, calcolare i coefficienti di auto e mutua induzione dei due avvolgimenti sapendo che la sezione del circuito magnetico è 6 cm^2, la lunghezza dei traferri e t=1mm, N_1=100, N_2=300

Svolgimento

Il circuito elettrico equivalente è il seguente:



$$\Re_0 = \frac{t}{\mu_0 S} = 13{,}26 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$\begin{cases} 2\Re_0\Phi_1 = N_1I_1 + N_2I_2 \\ 2\Re_0\Phi_2 = N_1I_1 + N_2I_2 \end{cases}$$

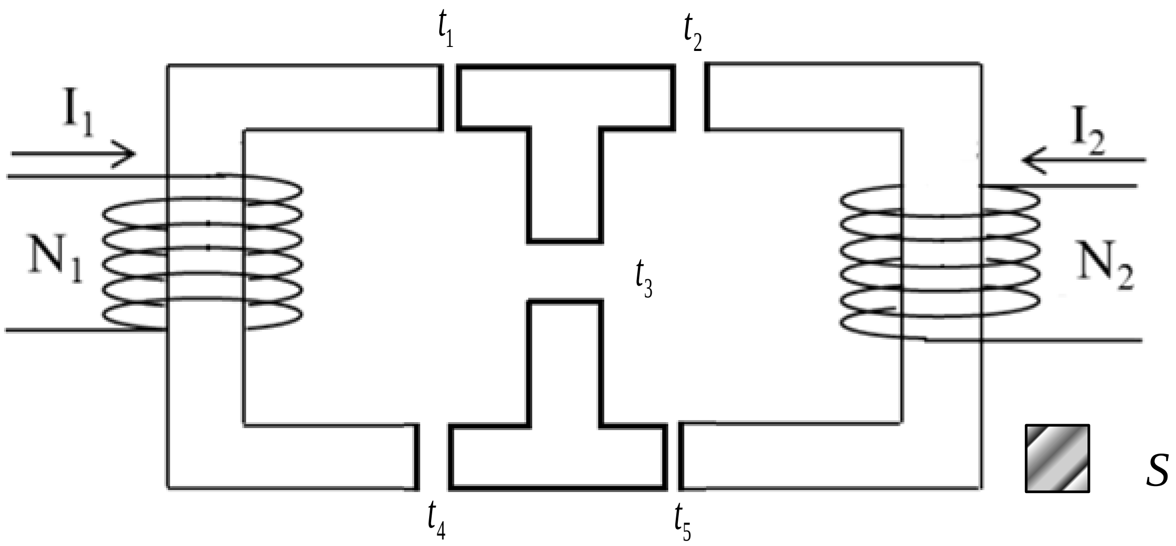
$$\begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{N_1I_1 + N_2I_2}{2\Re_0} \\ \Phi_2 = \dfrac{N_1I_1 + N_2I_2}{2\Re_0} \end{cases}$$

$$\Phi_{c1} = N_1\Phi_1 + N_1\Phi_2 = \frac{N_1{}^2 I_1}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_2}{2\Re_0} + \frac{N_1{}^2 I_1}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_2}{2\Re_0}$$

$$\Phi_{c2} = N_2(\Phi_1 + \Phi_2) = \frac{N_1N_2I_1}{2\Re_0} + \frac{N_2{}^2 I_2}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_1}{2\Re_0} + \frac{N_2{}^2 I_2}{2\Re_0}$$

$$\begin{cases} \Phi_{c1} = \dfrac{N_1{}^2}{\Re_0} I_1 + \dfrac{N_1N_2}{\Re_0} I_2 \\ \Phi_{c2} = \dfrac{N_1N_2}{\Re_0} I_1 + \dfrac{N_2{}^2}{\Re_0} I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \dfrac{N_1{}^2}{\Re_0} \\ L_2 = \dfrac{N_2{}^2}{\Re_0} \\ M = \dfrac{N_1N_2}{\Re_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \dfrac{100^2}{13{,}26 \cdot 10^5} = 7{,}54 mH \\ L_2 = \dfrac{300^2}{13{,}26 \cdot 10^5} = 67{,}86 mH \\ M = \dfrac{100 \cdot 300}{13{,}26 \cdot 10^5} = 22{,}62 mH \end{cases}$$

Esercizio



$t_1 = t_5 = 2$ mm
$t_2 = t_4 = 4$ mm
$t_3 = 6$ mm
$N_1 = 360$
$N_2 = 420$
$S = 200\ cm^2$
$I_1 = I_2 = 1A$

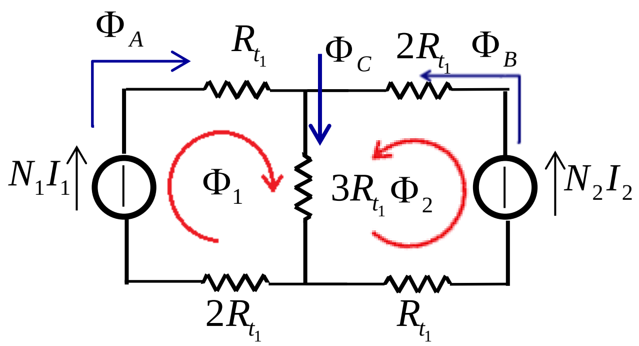
Sapendo che il materiale del nucleo magnetico ha permeabilità infinita, determinare :
•Il flusso in ciascuna colonna del circuito
•L'energia immagazzinata nel circuito

Svolgimento

$$R_{t_1} = R_{t_5} = \frac{t_1}{\mu_0 \cdot S} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 10^{-4}} = 79.58kH^{-1}$$

$$R_{t_2} = R_{t_4} = 2 \cdot R_{t_1} = 159.16kH^{-1}$$

$$R_{t_3} = 3 \cdot R_{t_1} = 238.74kH^{-1}$$



$$\begin{bmatrix} 6R_{t1} & 3R_{t1} \\ 3R_{t1} & 6R_{t1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 I_1 \\ N_2 I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 6R_{t1}\Phi_1 + 3R_{t1}\Phi_2 = N_1 I_1 \\ 3R_{t1}\Phi_1 + 6R_{t1}\Phi_2 = N_2 I_2 \end{cases}$$

$$\Phi_1 = \frac{N_1 I_1}{6R_{t1}} - \frac{\Phi_2}{2}$$

$$\Phi_2 = \frac{N_2 I_2}{6R_{t1}} - \frac{\Phi_1}{2} = \frac{N_2 I_2}{6R_{t1}} - \frac{1}{2}\left(\frac{N_1 I_1}{6R_{t1}} - \frac{\Phi_2}{2}\right)$$

$$\Phi_2 = \frac{2}{9}\frac{N_2 I_2}{R_{t1}} - \frac{1}{9}\frac{N_1 I_1}{R_{t1}} = 0.67mWb$$

$$\Phi_1 = \frac{N_1 I_1}{6R_{t1}} - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{9}\frac{N_2 I_2}{R_{t1}} - \frac{1}{9}\frac{N_1 I_1}{R_{t1}}\right) = \frac{2}{9}\frac{N_1 I_1}{R_{t1}} - \frac{1}{9}\frac{N_2 I_2}{R_{t1}} = 0.42mWb$$

$$\begin{cases} \Phi_A = \Phi_1 \\ \Phi_B = \Phi_2 \\ \Phi_C = \Phi_1 + \Phi_2 = 1.02mWb \end{cases}$$

$$\Phi_{1c} = N_1 \cdot \Phi_1 = \frac{2}{9}\frac{N_1^2 I_1}{R_{t1}} - \frac{1}{9}\frac{N_1 N_2 I_2}{R_{t1}}$$

$$\Phi_{2c} = N_2 \cdot \Phi_2 = \frac{2}{9}\frac{N_2^2 I_2}{R_{t1}} - \frac{1}{9}\frac{N_2 N_1 I_1}{R_{t1}}$$

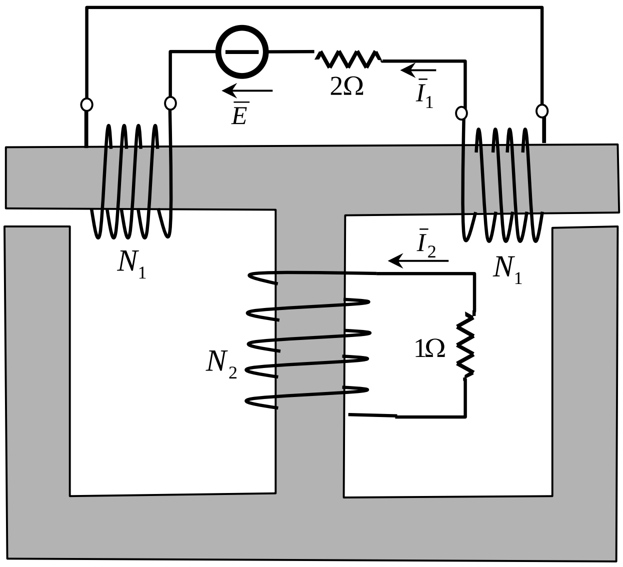
$$L_1 = \frac{2}{9}\frac{N_1^2}{R_{t1}} = 0.36H$$

$$L_2 = \frac{2}{9}\frac{N_2^2}{R_{t1}} = 0.49H$$

$$M = -\frac{1}{9}\frac{N_2 N_1}{R_{t1}} = -0.21H$$

$$W = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 + M \cdot I_1 I_2 = 0.18 + 0.245 - 0.21 = 0.215J$$

Esercizio



Calcolare i coefficienti di auto e mutua induzione dei due avvolgimenti trascurando la riluttanza dei tratti in ferro.
Determinare l'energia totale accumulata nel circuito elettrico.

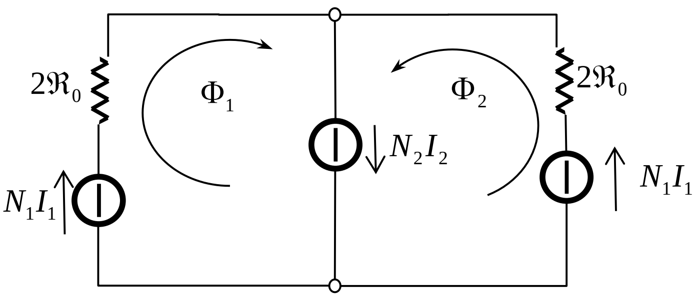
$E = 10\,V_{eff}$; $f = 100Hz$

$N_1 = 200$; $N_2 = 250$

$S_{fe} = 10cm^2$; $t = 2mm$; $\mu_{fe} = \infty$

Svolgimento

Il circuito elettrico equivalente è il seguente:



$$\Re_0 = \frac{t}{\mu_0 S} = 15{,}916 \cdot 10^5 H^{-1}$$

$$\begin{cases} 2\Re_0\Phi_1 = N_1I_1 + N_2I_2 \\ 2\Re_0\Phi_2 = N_1I_1 + N_2I_2 \end{cases}$$

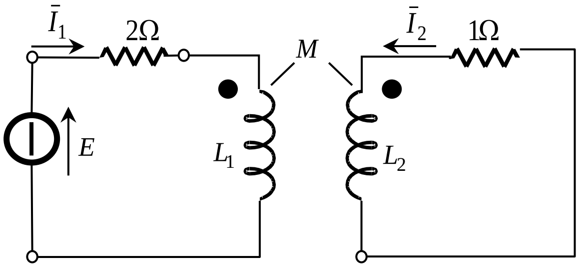
$$\begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{N_1I_1 + N_2I_2}{2\Re_0} \\ \Phi_2 = \dfrac{N_1I_1 + N_2I_2}{2\Re_0} \end{cases}$$

$$\Phi_{c1} = N_1\Phi_1 + N_1\Phi_2 = \frac{N_1{}^2 I_1}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_2}{2\Re_0} + \frac{N_1{}^2 I_1}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_2}{2\Re_0}$$

$$\Phi_{c2} = N_2(\Phi_1 + \Phi_2) = \frac{N_1N_2I_1}{2\Re_0} + \frac{N_2{}^2 I_2}{2\Re_0} + \frac{N_1N_2I_1}{2\Re_0} + \frac{N_2{}^2 I_2}{2\Re_0}$$

$$\begin{cases} \Phi_{c1} = \dfrac{N_1{}^2}{\Re_0} I_1 + \dfrac{N_1N_2}{\Re_0} I_2 \\ \Phi_{c2} = \dfrac{N_1N_2}{\Re_0} I_1 + \dfrac{N_2{}^2}{\Re_0} I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \dfrac{N_1{}^2}{\Re_0} \\ L_2 = \dfrac{N_2{}^2}{\Re_0} \\ M = \dfrac{N_1N_2}{\Re_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \dfrac{200^2}{15{,}916 \cdot 10^5} = 25{,}13mH \\ L_2 = \dfrac{250^2}{15{,}916 \cdot 10^5} = 39{,}27mH \\ M = \dfrac{200 \cdot 250}{15{,}916 \cdot 10^5} = 31{,}41mH \end{cases}$$

Circuito elettrico



$$j\varpi L_1 = j15{,}79\Omega$$
$$j\varpi L_2 = j24{,}67\Omega$$
$$j\varpi M = j19{,}74\Omega$$

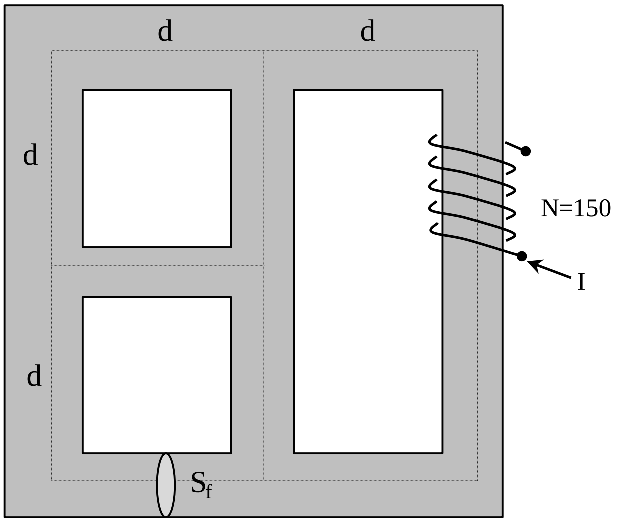
$$\begin{cases} 10 = 2\bar{I}_1 + j15{,}79\bar{I}_1 + j19{,}74\bar{I}_2 \\ 0 = j24{,}67\bar{I}_2 + j19{,}74\bar{I}_1 + \bar{I}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 = (2 + j15{,}79)\bar{I}_1 + j19{,}74\bar{I}_2 \\ 0 = j19{,}74\bar{I}_1 + (1 + j24{,}67)\bar{I}_2 \end{cases}$$

$$\bar{I}_1 = 3{,}79 - j0{,}0297 \Rightarrow I_1 = 3{,}789A$$

$$\bar{I}_2 = -3{,}027 - j0{,}099 \Rightarrow I_2 = 3{,}03A$$

$$W = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 + M I_1 I_2 = 721{,}3mJ$$

Esercizio



Il ferro sta lavorando in regione lineare della caratteristica di magnetizzazione. Determinare il coefficiente di autoinduzione dell'avvolgimento di N spire sapendo che:

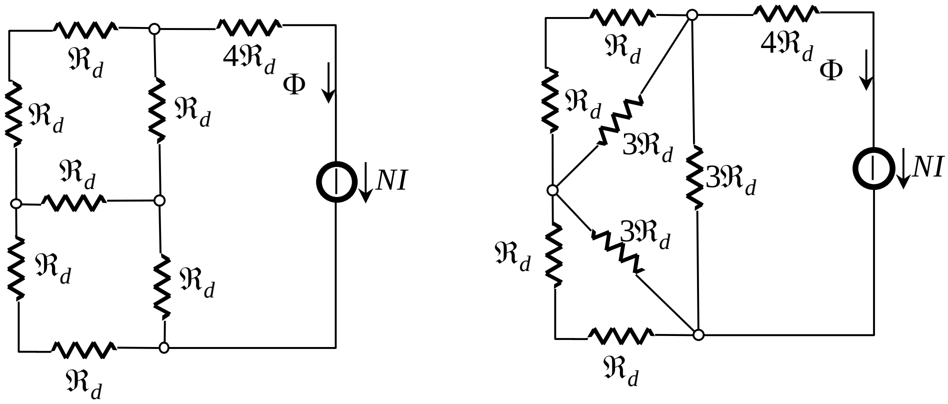
$$d = 50cm$$

$$S_{fe} = 200cm^2$$

$$\mu_{r_{fe}} = 1000$$

Svolgimento

$$\Re_d = \frac{d}{\mu_0 \mu_{r_{fe}} S_{fe}} = \frac{0,5}{1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = 198,94 \cdot 10^3 \, H^{-1}$$



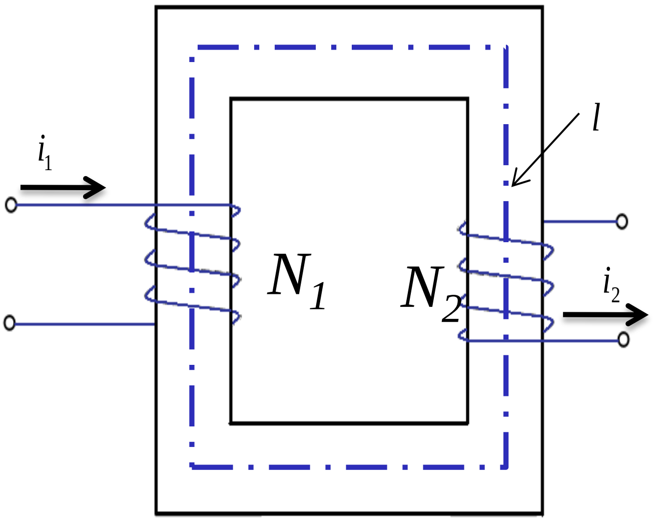
$$\Re_{d_{eq}} = \{[2 \cdot (2\Re_d // 3\Re_d)] // 3\Re_d\} + 4\Re_d = 2\frac{6\Re^2{}_d}{5\Re_d} // 3\Re_d + 4\Re_d =$$

$$= \frac{\frac{36}{5}\Re^2{}_d}{\frac{12}{5}\Re_d + 3\Re_d} + 4\Re_d = \frac{36}{27}\Re_d + 4\Re_d = \frac{16}{3}\Re_d$$

$$\Phi = \frac{NI}{\Re_{d_{eq}}} = \frac{3}{16}\frac{NI}{\Re_d} \qquad \Phi_c = \frac{3}{16}\frac{N^2 I}{\Re_d} \Rightarrow$$

$$L = \frac{\Phi_c}{I} = \frac{3}{16}\frac{N^2}{\Re_d} = \frac{3}{16}\frac{150^2}{198,94 \cdot 10^3} = 21,21 \, mH$$

Esercizio



$N_1 = 100\, spire$

$N_2 = 50\, spire$

$lunghezza\ media\ l = 1m$

$S = 100\, cm^2$

Nell'ipotesi che il flusso disperso sia nullo e che la riluttanza del nucleo sia costante (con μ=2000) determinare:

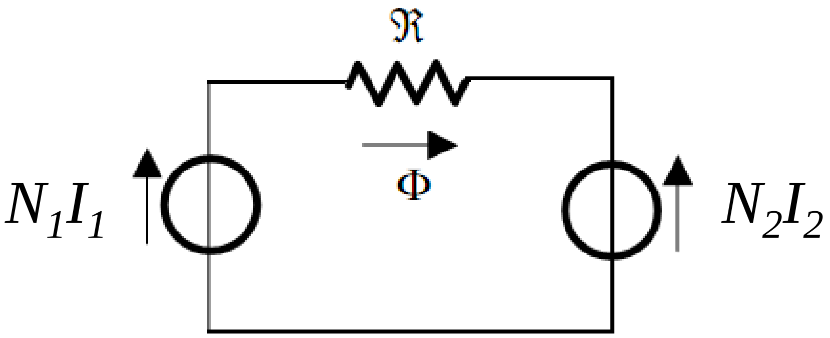
a) I coefficienti di auto e mutua induzione;

b) Il valore del flusso all'interno del ferro quando i due avvolgimenti sono attraversati dalla corrente continua di 10 A nel verso indicato in figura;

c) L'energia immagazzinata nel campo magnetico;

d) Il valore efficace della tensione che si stabilisce alle estremità dei due avvolgimenti se le correnti di valore efficace 10 A, hanno un andamento sinusoidale con frequenza 50 Hz.

Svolgimento:



$A)$

$$R=\frac{l}{\mu_0\mu_r S}=\frac{1}{4\pi\cdot10^{-7}\cdot2000\cdot100\cdot10^{-4}}=3.98\cdot10^4\,H^{-1}$$

$$\Phi=\frac{N_1I_1-N_2I_2}{R}=\frac{N_1}{R}I_1-\frac{N_2}{R}I_2$$

$$\Phi_{1C}=N_1\cdot\Phi=\frac{N_1^2}{R}I_1-\frac{N_1N_2}{R}I_2$$

$$\Phi_{1C}=-N_2\cdot\Phi=\frac{N_2^2}{R}I_2-\frac{N_1N_2}{R}I_1$$

$$L_1=\frac{N_1^2}{R}=\frac{100^2}{3.98\cdot10^4}=0.25\ H$$

$$L_2=\frac{N_2^2}{R}=\frac{50^2}{3.98\cdot10^4}=0.063\ H$$

$$M=-\frac{N_1N_2}{R}=\frac{100\cdot50}{3.98\cdot10^4}=-0.126\ H$$

$B)$

$$\Phi=\frac{N_1I_1-N_2I_2}{R}=\frac{100\cdot10-50\cdot10}{3.98\cdot10^4}=12.6\ mWb$$

$C)$

$$Wm=\frac{1}{2}L_1I_1+\frac{1}{2}L_2I_2-MI_1I_2=\frac{1}{2}0.25\cdot10+\frac{1}{2}L_2I_2-0.126I_1I_2$$

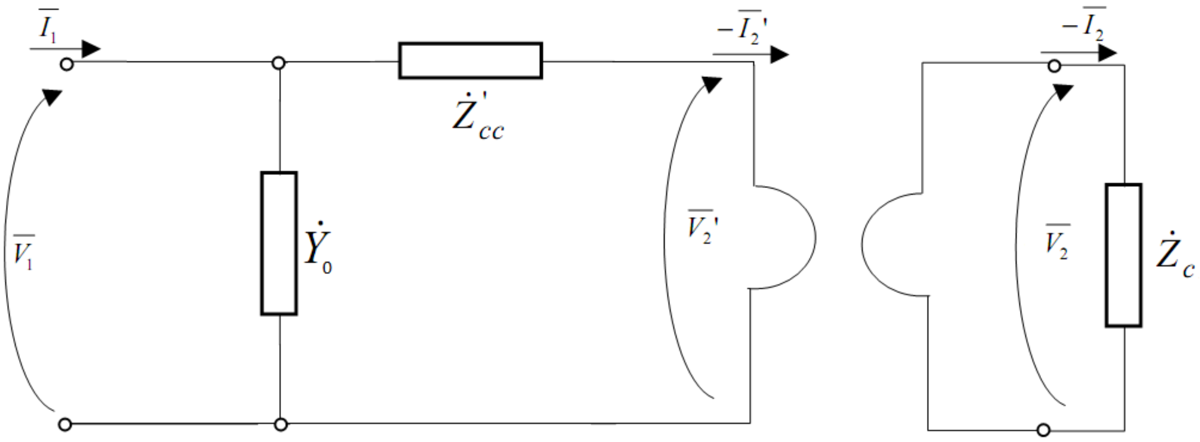
$D)$

$$\begin{cases} v_1=\varpi N_1\Phi=2\pi\cdot f\cdot N_1\cdot\Phi=395.84V \\ v_1=\varpi N_2\Phi=2\pi\cdot f\cdot N_2\cdot\Phi=197.92V \end{cases}$$

Esercizio (Trasformatore)

I dati di targa di un trasformatore monofase sono i seguenti:
•Sn=100kVA
•n=V_{1n}/V_{20}=5000/230
•I_0%=5%
•P_0%=0.4%
•V_{cc}=4.8%
•P_{cc}=2050W
Determinare i parametri del circuito equivalente.(preesame solo fin qui)
Supponendo che il trasformatore, alimentato a tensione nominale, alimenti un carico che assorbe la corrente nominale con cosφ_c=0.8 in ritardo, determinare la tensione al carico e la tensione al primario.

Svolgimento:



$$P_0 = \frac{P_0\%}{100} \cdot S_n = \frac{0.4}{100} \cdot 100 \cdot 10^3 = 400W$$

$$G = \frac{P_0}{V_{1n}^{\ 2}} = \frac{400}{5000^2} = 16\mu S$$

$$I_0 = \frac{I_0\%}{100} \cdot I_{1n} = \frac{I_0\%}{100} \cdot \frac{S_n}{V_{1n}} = \frac{5}{100} \cdot \frac{100 \cdot 10^3}{5000} = 1A$$

$$\dot{Y}_0 = \frac{I_0}{V_{1n}} = \frac{1}{5000} = 200\mu S$$

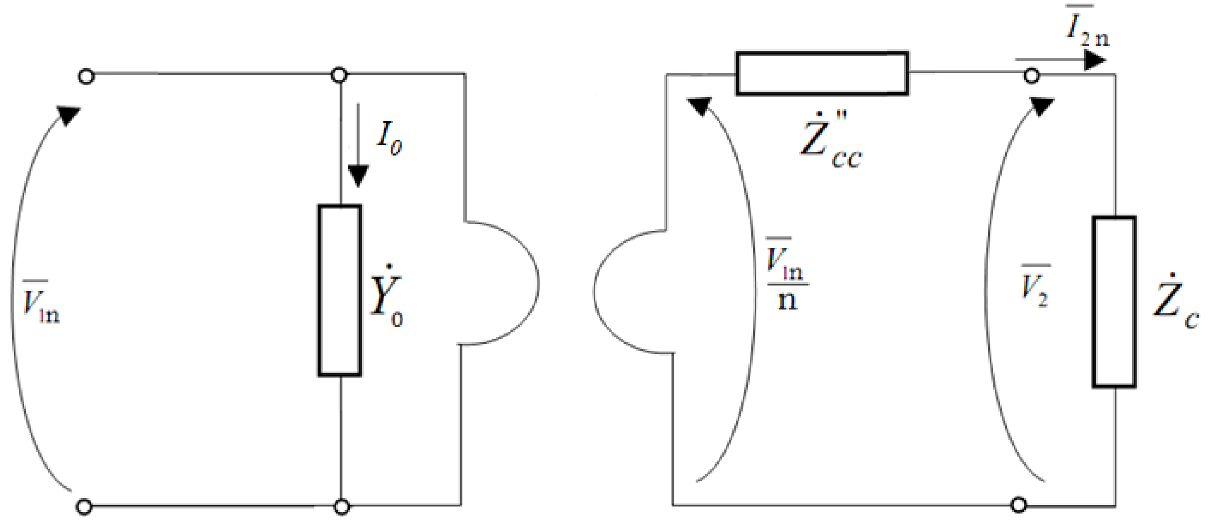
$$B = \sqrt{\dot{Y}_0^{\ 2} - G^2} = \sqrt{(200 \cdot 10^{-6})^2 - (16 \cdot 10^{-6})^2} = 199.36\mu S$$

$$P_{cc} = R_{cc}' \cdot I_{1n}^2 \rightarrow R_{cc}' = \frac{P_{cc}}{I_{1n}^2} = \frac{2050}{20^2} = 5.125\Omega$$

$$V_{1cc} = \frac{V_{1cc}\%}{100} \cdot V_{1n} = 240V$$

$$\dot{Z}_{cc}' = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}} = \frac{240}{20} = 12\Omega$$

$$X_{cc}' = \sqrt{\dot{Z}_{cc}'^{\ 2} - R_{cc}'^{\ 2}} = \sqrt{(12)^2 - (5.125)^2} = 10.85\Omega$$



$$\dot{Z}_c = R + jR \cdot tg\varphi = R \cdot (1 + j0.75)$$

$$I_{2n} = n \cdot I_{1n} = \frac{5000}{230} \cdot 20 = 437.78A$$

poichè il carico assorbe la corrente nominale

$$\dot{Z}''_{cc} = \frac{R'_{cc}}{n^2} + j\frac{X'_{cc}}{n^2} = 10.84 + j22.96m\Omega$$

la relazione tra i moduli porta a :

$$I_{2n} = \frac{V''_{1n}}{\sqrt{(Z''_{cc})^2 + (Z_c)^2}} = \frac{V_{1n}/n}{\sqrt{(R''_{cc} + R)^2 + (X''_{cc} + 0.75R)^2}} =$$

$$437.78 = \frac{230}{\sqrt{(10.8 \cdot 10^{-3} + R)^2 + (22.96 \cdot 10^{-3} + 0.75R)^2}}$$

$$0.52 = \sqrt{(10.8 \cdot 10^{-3} + R)^2 + (22.96 \cdot 10^{-3} + 0.75R)^2} =$$

$$0.276 = (10.8 \cdot 10^{-3} + R)^2 + (22.96 \cdot 10^{-3} + 0.75R)^2 =$$

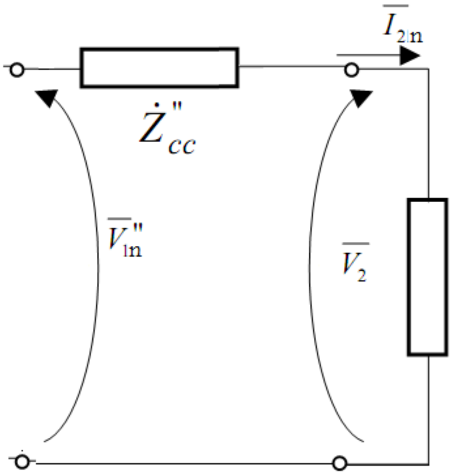
$$0.276 = 116.64 \cdot 10^{-6} + 21.6 \cdot 10^{-3} \cdot R + R^2 + 527.16 \cdot 10^{-6} + 0.5625 \cdot R^2 + 34.44 \cdot 10^{-3} \cdot R$$

$$1.5625 \cdot R^2 + 56.04 \cdot 10^{-3} \cdot R - 0.275 = 0$$

$$R = \frac{-56.04 \cdot 10^{-3} + \sqrt{(56.04 \cdot 10^{-3})^2 + 1.72}}{3.125} = 0.408\Omega$$

$$X = 0.75 \cdot R = 0.306\Omega$$

$$V_2 = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot I_{2n} = 223.27V$$

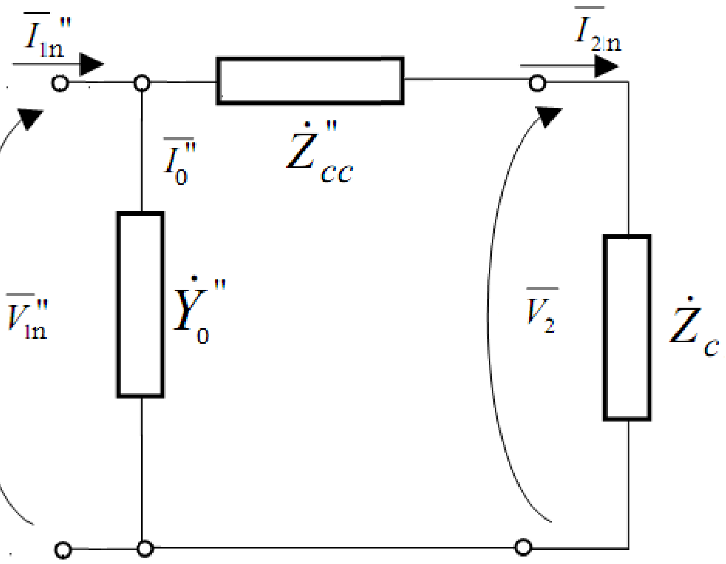


$$Z_{tot} = Z''_{cc} + Z_c = 10.8 \cdot 10^{-3} + j22.96 \cdot 10^{-3} + 0.408 + j0.306 =$$

$$Z_{tot} = 0.419 + j0.329 \rightarrow \varphi_{tot} = arctg(\frac{0.329}{0.419}) = -38.14°$$

$$\overline{I}_{2n} = 437.78^{\angle -38.14} A = 344.32 - j270.37$$

portando l'ammettenza dal primario al secondario



$$\overline{I}''_{1n} = \overline{I}_{2n} + \overline{I}''_0 = \overline{I}_{2n} + n \cdot \overline{I}_0 = \overline{I}_{2n} + n \cdot I_0 \cdot (\cos\varphi_0 - j\sin\varphi_0)$$

$$\varphi_0 = arctg(\frac{B}{G}) = arctg(\frac{199.36}{16}) = 85.41° \quad \text{in ritardo}$$

$$\overline{I}''_{1n} = 344.32 - j270.37 + \frac{5000}{230} \cdot 1 \cdot (0.08 - j0.997) =$$

$$\overline{I}''_{1n} = 344.32 - j270.37 + 1.74 - j21.67 = 346.06 - j292.04 = 452.82^{\angle -40.16}$$

$$\overline{I}_{1n} = \frac{1}{n} \cdot \overline{I}''_{1n} = 20.83^{\angle -40.16}$$

Esercizio (Trasformatore)

I dati di targa di un trasformatore monofase reale sono i seguenti:

$S_n = 50kVA; \quad V_{1n} = 20kV; \quad V_{2n} = 400V; \quad N_1 = 3300; \quad f_n = 50Hz;$

$V_{cc}\% = 4\%; \quad P_{cc}\% = 1{,}7\%; \quad I_0\% = 1{,}2\%; \quad P_0\% = 0{,}3\%$

Ricavare: a) i parametri del circuito equivalente; b) il flusso magnetizzante massimo e la corrispondente induzione quando il trasformatore è alimentato alla tensione e alla frequenza nominali e sapendo che la sezione del nucleo è pari a 170 cm^2; c) il numero di spire secondario; d) le correnti nominali negli avvolgimenti primario e secondario; e) le potenze attiva e reattiva assorbite dal trasformatore nel funzionamento a vuoto con alimentazione nominale.

SOLUZIONE

Dai dati di targa si ottiene:

$$G = \frac{P_0\%}{100}\cdot\frac{S_n}{V_{1n}^2} = \frac{0{,}3}{100}\cdot\frac{50\cdot 10^3}{(20\cdot 10^3)^2} = 3{,}75\cdot 10^{-7}[S]$$

$$Y = \frac{I_0\%}{100}\cdot\frac{S_n}{V_{1n}^2} = \frac{1{,}2}{100}\cdot\frac{50\cdot 10^3}{(20\cdot 10^3)^2} = 1{,}5\cdot 10^{-6}[S]$$

$$B_m = \sqrt{Y^2 - G^2} = 1{,}4995\cdot 10^{-6}[S]$$

$$R''_{cc} = \frac{P_{cc}\%}{100}\cdot\frac{V_{2n}^2}{S_n} = \frac{1{,}7}{100}\cdot\frac{400^2}{50\cdot 10^3} = 0{,}0544[\Omega]$$

$$Z''_{cc} = \frac{V_{cc}\%}{100}\cdot\frac{V_{2n}^2}{S_n} = \frac{4}{100}\cdot\frac{400^2}{50\cdot 10^3} = 0{,}128[\Omega]$$

$$X''_{cc} = \sqrt{(Z''_{cc})^2 - (R''_{cc})^2} = 0{,}1159[\Omega]$$

L'impedenza longitudinale viene convenzionalmente suddivisa equamente tra i due avvolgimenti:

$$R''_1 = R_2 = \frac{R''_{cc}}{2} = 0{,}0272[\Omega]$$

$$X''_{d1} = R_{d2} = \frac{X''_{cc}}{2} = 0{,}0579[\Omega]$$

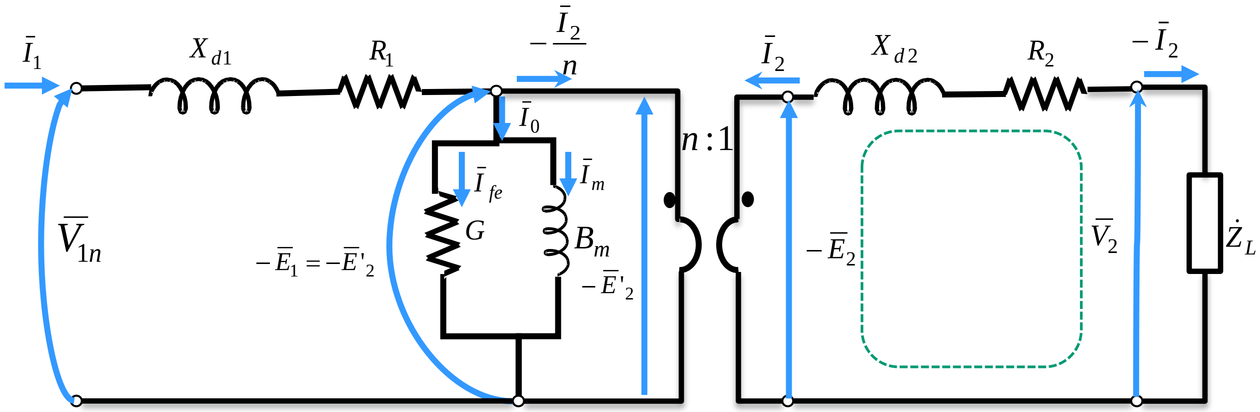
Calcoliamo il rapporto spire, per poi trovare i valori dell'impedenza longitudinale del primario:

$$n = \frac{N_1}{N_2} \cong \frac{V_{1n}}{V_{2n}} = \frac{20\cdot 10^3}{400} = 50$$

$$N_2 = \frac{N_1}{50} = \frac{3300}{50} = 66$$

da cui:

$$R_1 = n^2 \cdot R''_1 = 50^2 \cdot 0{,}0272 = 68[\Omega]$$
$$X_{d1} = n^2 \cdot X''_{d1} = 50^2 \cdot 0{,}0579 = 144{,}75[\Omega]$$



$E_1 \cong V_{1n}$

da cui

$$\Phi_{MAX} = \frac{E_1}{4{,}44 \cdot N_1 \cdot f} \cong \frac{V_{1n}}{4{,}44 \cdot N_1 \cdot f} = \frac{20 \cdot 10^3}{4{,}44 \cdot 3300 \cdot 50} = 0{,}0273[Wb]$$

$$B_{MAX} = \frac{\Phi_{MAX}}{A_{fe}} = \frac{0{,}0273}{170 \cdot 10^{-4}} = 1{,}6059[T]$$

Poichè :

$$S_n = V_{1n} \cdot I_{1n} \Rightarrow I_{1n} = \frac{S_n}{V_{1n}} = \frac{50 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3} = 2{,}5[A]$$

$$I_{2n} = \frac{S_n}{V_{2n}} = \frac{50 \cdot 10^3}{400} = 125[A]$$

Inoltre, nel funzionamento a vuoto la potenza attiva assorbita è pari a:

$$P_0 = \frac{P_0\%}{100} \cdot S_n = \frac{0{,}3}{100} \cdot 50 \cdot 10^3 = 150[W]$$

La potenza reattiva a vuoto sarà :

$$Q_m = B_m \cdot E_1^2 = 1{,}4995 \cdot 10^6 \cdot (20 \cdot 10^3)^2 = 599{,}8[VAR]$$

Esercizio (Trasformatore)

Trasformatore

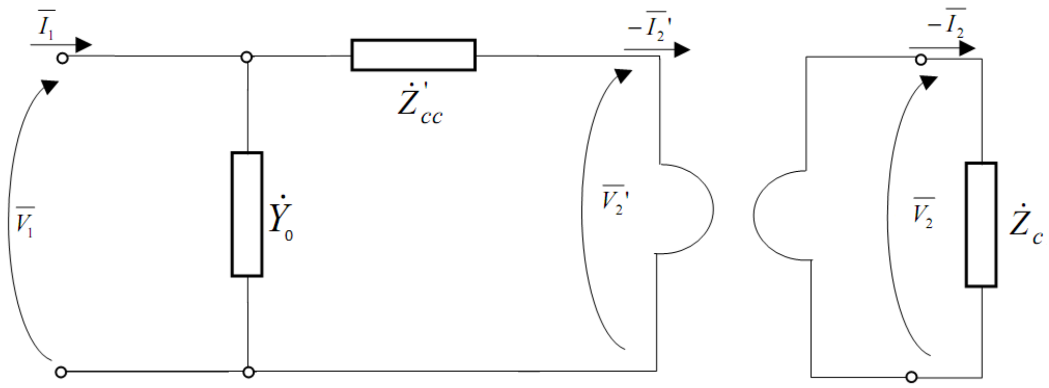
I dati di targa di un trasformatore monofase sono i seguenti:

- Sn=100kVA
- n=V_{1n}/V_{20}=500/230
- I_0%=5%
- P_0%=0.4%
- V_{cc}=4.8%
- P_{cc}=2050W

Determinare i parametri del circuito equivalente.(preesame solo fin qui)

Supponendo che il trasformatore, alimentato a tensione nominale, alimenti un carico che assorbe la corrente nominale con cosφ_c=0.8 in ritardo, determinare la tensione al carico e la tensione al primario.

Svolgimento:



$$P_0 = \frac{P_0\%}{100} \cdot S_n = \frac{0.4}{100} \cdot 100 \cdot 10^3 = 400W$$

$$G = \frac{P_0}{V_{1n}^{\ 2}} = \frac{400}{5000^2} = 16\mu S$$

$$I_0 = \frac{I_0\%}{100} \cdot I_{1n} = \frac{I_0\%}{100} \cdot \frac{S_n}{V_{1n}} = \frac{5}{100} \cdot \frac{100 \cdot 10^3}{5000} = 1A$$

$$\dot{Y}_0 = \frac{I_0}{V_{1n}} = \frac{1}{5000} = 200\mu S$$

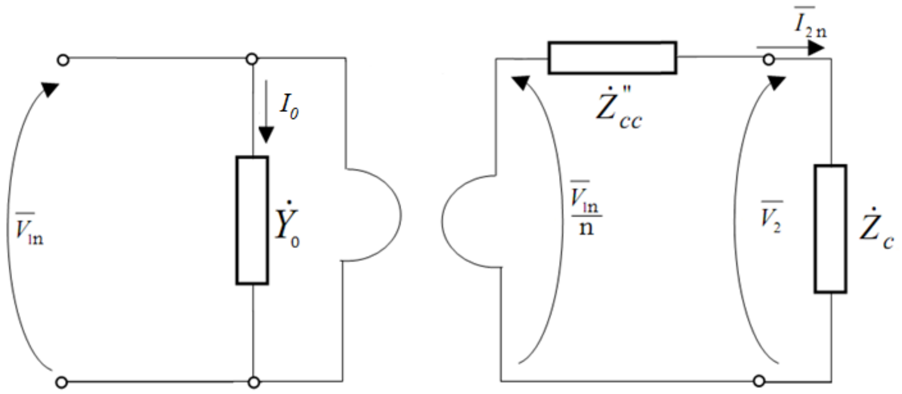
$$B = \sqrt{\dot{Y}_0^{\,2} - G^2} = \sqrt{(200 \cdot 10^{-6})^2 - (16 \cdot 10^{-6})^2} = 199.36\mu S$$

$$P_{cc} = R_{cc}^{'} \cdot I_{1n}^{2} \rightarrow R_{cc}^{'} = \frac{P_{cc}}{I_{1n}^{2}} = \frac{2050}{20^2} = 5.125\Omega$$

$$V_{1cc} = \frac{V_{1cc}\%}{100} \cdot V_{1n} = 240V$$

$$\dot{Z}_{cc}^{'} = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}} = \frac{240}{20} = 12\Omega$$

$$X_{cc}^{'} = \sqrt{\dot{Z}_{cc}^{'\,2} - R_{cc}^{'\,2}} = \sqrt{(12)^2 - (5.125)^2} = 10.85\Omega$$



$$\dot{Z}_c = R + jR \cdot tg\varphi = R \cdot (1 + j0.75)$$

$$I_{2n} = n \cdot I_{1n} = \frac{5000}{230} \cdot 20 = 437.78A$$

poichè il carico assorbe la corrente nominale

$$\dot{Z}_{cc}^{''} = \frac{R_{cc}^{'}}{n^2} + j\frac{X_{cc}^{'}}{n^2} = 10.84 + j22.96m\Omega$$

la relazione tra i moduli porta a:

$$I_{2n}=\frac{V''_{1n}}{\sqrt{(Z''_{cc})^2+(Z_c)^2}}=\frac{V_{1n}/n}{\sqrt{(R''_{cc}+R)^2+(X''_{cc}+0.75R)^2}}=$$

$$437.78=\frac{230}{\sqrt{(10.8\cdot10^{-3}+R)^2+(22.96\cdot10^{-3}+0.75R)^2}}$$

$$0.52=\sqrt{(10.8\cdot10^{-3}+R)^2+(22.96\cdot10^{-3}+0.75R)^2}=$$

$$0.276=(10.8\cdot10^{-3}+R)^2+(22.96\cdot10^{-3}+0.75R)^2=$$

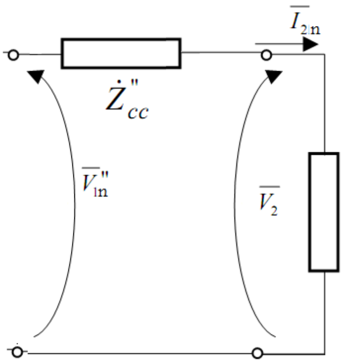
$$0.276=116.64\cdot10^{-6}+21.6\cdot10^{-3}\cdot R+R^2+527.16\cdot10^{-6}+0.5625\cdot R^2+34.44\cdot10^{-3}\cdot R$$

$$1.5625\cdot R^2+56.04\cdot10^{-3}\cdot R-0.275=0$$

$$R=\frac{-56.04\cdot10^{-3}+\sqrt{(56.04\cdot10^{-3})^2+1.72}}{3.125}=0.408\Omega$$

$$X=0.75\cdot R=0.306\Omega$$

$$V_2=\sqrt{R^2+X^2}\cdot I_{2n}=223.27V$$

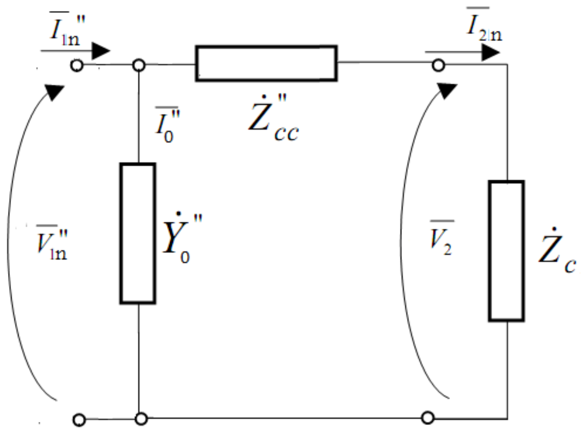


$$Z_{tot}=Z''_{cc}+Z_c=10.8\cdot10^{-3}+j22.96\cdot10^{-3}+0.408+j0.306=$$

$$Z_{tot}=0.419+j0.329\rightarrow\varphi_{tot}=arctg(\frac{0.329}{0.419})=-38.14°$$

$$\bar{I}_{2n}=437.78^{\angle-38.14}A=344.32-j270.37$$

portando l'ammettenza dal primario al secondario



$$\bar{I}''_{1n}=\bar{I}_{2n}+\bar{I}''_0=\bar{I}_{2n}+n\cdot\bar{I}_0=\bar{I}_{2n}+n\cdot I_0\cdot(\cos\varphi_0-j\sin\varphi_0)$$

$$\varphi_0=arctg(\frac{B}{G})=arctg(\frac{199.36}{16})=85.41°\quad \text{in ritardo}$$

$$\bar{I}''_{1n}=344.32-j270.37+\frac{5000}{230}\cdot1\cdot(0.08-j0.997)=$$

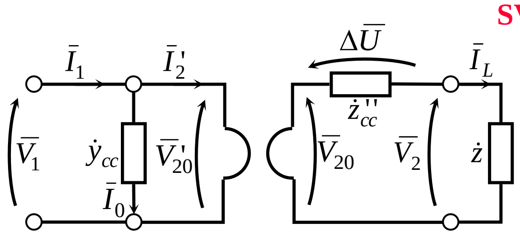
$$\bar{I}''_{1n}=344.32-j270.37+1.74-j21.67=346.06-j292.04=452.82^{\angle-40.16}$$

$$\bar{I}_{1n}=\frac{1}{n}\cdot\bar{I}''_{1n}=20.83^{\angle-40.16}$$

Esercizio (Trasformatore)

Determinare i parametri del circuito equivalente del trasformatore monofase che ha i seguenti dati di targa: Sn = 100 kVA; n=10000/220; $P_{Cu\%}$ = 1,5%; $V_{cc\%}$ = 5%; $P_{0\%}$ = 0,9%; cos φ_0 = 0,2

SVOLGIMENTO



Parametri del trasformatore:
poiché è:

$$P_{Cu} = \frac{P_{Cu\%}}{100} \cdot S_n = \frac{1{,}5}{100} \cdot 100\,000 = 1500 \ \mathbf{W}$$ Potenza dissipata nel rame in condizioni nominali

$$P_0 = \frac{P_{0\%}}{100} \cdot S_n = \frac{0{,}9}{100} \cdot 100\,000 = 500 \ \mathbf{W}$$ Potenza dissipata a vuoto

$$V_{cc2} = \frac{V_{cc\%}}{100} \cdot V_{20} = \frac{5}{100} \cdot 220 = 11 \ \mathbf{V}$$ Potenza di corto circuito

$$I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot V_{20}} = \frac{100\,000}{\sqrt{3} \cdot 220} = 263 \ \mathbf{A}$$ Corrente nominale al secondario

$$R''_{cc} = \frac{P_{Cu}}{I_{2n}^2} = \frac{1500}{263^2} = 0{,}0217 \ \Omega$$ Resistenza di cto cto riportata al secondario

$$Z''_{cc} = \frac{V_{cc2}}{I_{2n}} = \frac{11}{263} = 0{,}042 \ \Omega$$ Impedenza di cto cto riportata al secondario

$$X''_{cc} = \sqrt{Z''^{\,2}_{cc} - R''^{\,2}_{cc}} = \sqrt{0{,}042^2 - 0{,}022^2} = 0{,}036 \ \Omega$$ Reattanza di cto cto al secondario

$$P_0 = G \cdot V_{1n}^2 \qquad \Rightarrow \qquad G = \frac{P_0}{V_{1n}^2} = \frac{900}{10\,000^2} = 9 \cdot 10^{-6} \ \mathbf{S}$$ Conduttanza trasversale

$$Y_0 = \frac{G}{\cos\varphi_0} = \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0{,}2} = 4{,}5 \cdot 10^{-5} \ \mathbf{S}$$ Modulo dell'ammettenza trasversale

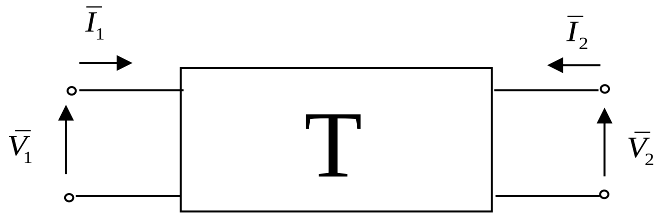
$$B_m = \sqrt{Y_0^2 - G^2} = \sqrt{\left(4{,}5 \cdot 10^{-5}\right)^2 - \left(9 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 4{,}4 \cdot 10^{-5} \ \mathbf{S}$$ Suscettanza trasversale

$$\dot{Y}_0 = 9 \cdot 10^{-6} + j4{,}4 \cdot 10^{-5} = 4{,}5 \cdot 10^{-5} \angle 78{,}44°$$ Ammettenza trasversale

Esercizio (Trasformatore)

Sapendo che il numero di spire al primario di un trasformatore è 3000, quale è la corrente al primario e quale è il numero di spire al secondario che fornisce al secondario una corrente di 500 mA alla tensione di 24 V, sapendo che la tensione di alimentazione al primario è 120 V (valori efficaci).

Svolgimento



$$\left| \begin{array}{l} V_1 = 120V \\ V_2 = 24V \end{array} \right. \rightarrow n = \frac{120}{24} = 5$$

$$I_2 = 500mA$$

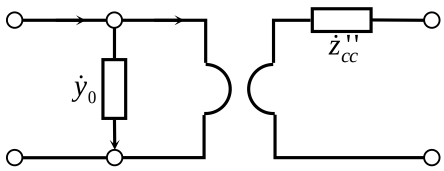
$$N_1 = 3000 \rightarrow \frac{N_1}{N_2} = 5 \rightarrow N_2 = \frac{3000}{5} = \underline{600}$$

Poiché è

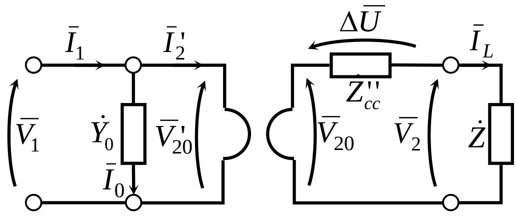
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{n} \rightarrow I_1 = \frac{1}{5} I_2 = \underline{100mA}$$

Esercizio (Trasformatore)

Dato un trasformatore monofase che ha i seguenti dati di targa:
Sn = 100 kVA; n=10000/220; $P_{Cu}\%$ = 1,5%; $V_{cc}\%$ = 5%; $P_0\%$ = 0,9%; cos φ_0 = 0,2 determinare i parametri del seguente circuito equivalente:



SVOLGIMENTO



Parametri del trasformatore:

$$P_{Cu} = \frac{P_{cu}\%}{100} \cdot S_n = \frac{1{,}5}{100} \cdot 100\,000 = 1500 \text{ W}$$ Potenza dissipata nel rame in condizioni nominali

$$P_0 = \frac{P_0\%}{100} \cdot S_n = \frac{0{,}9}{100} \cdot 100\,000 = 900 \text{ W}$$ Potenza dissipata a vuoto

$$V_{cc2} = \frac{V_{cc}\%}{100} \cdot V_{20} = \frac{5}{100} \cdot 220 = 11 \text{ V}$$ Tensione di corto circuito

$$I_{2n} = \frac{S_n}{V_{20}} = \frac{100\,000}{220} = 455 \text{ A}$$ Corrente nominale al secondario

$$R''_{cc} = \frac{P_{Cu}}{I_{2n}^2} = \frac{1500}{455^2} = 0{,}007\,\Omega$$ Resistenza di cto cto riportata al secondario

$$Z''_{cc} = \frac{V_{cc2}}{I_{2n}} = \frac{11}{455} = 0{,}024\,\Omega$$ Impedenza di cto cto riportata al secondario

$$X''_{cc} = \sqrt{Z''^{\,2}_{cc} - R''^{\,2}_{cc}} = \sqrt{0{,}024^2 - 0{,}007^2} = 0{,}023\,\Omega$$ Reattanza di cto cto al secondario

$$P_0 = G \cdot V_{1n}^2 \quad \Rightarrow \quad G = \frac{P_0}{V_{1n}^2} = \frac{900}{10\,000^2} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ S}$$ Conduttanza trasversale

$$Y_0 = \frac{G}{\cos\varphi_0} = \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0{,}2} = 4{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ S}$$ Modulo dell'ammettenza trasversale

$$B_m = \sqrt{Y_0^2 - G^2} = \sqrt{\left(4{,}5 \cdot 10^{-5}\right)^2 - \left(9 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 4{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ S}$$ Suscettanza trasversale

$$\dot{Y}_0 = 9 \cdot 10^{-6} + j4{,}4 \cdot 10^{-5} = 4{,}5 \cdot 10^{-5} \angle 78{,}44°$$ Ammettenza trasversale

Esercizio (Trasformatore)

Le prove a vuoto e in corto circuito effettuate su di un trasformatore monofase con S_n=10kVA, V_{1n}=2200V; V_{20}=220V, hanno dato i seguenti risultati:
Prova a vuoto: I_{20}=2,5A; P_{20}=100W
Prova in corto circuito: V_{1cc}=150V; P_{1cc}=215W
Determinare il circuito equivalente del trasformatore riferito al primario.

Svolgimento

Dalla prova a vuoto:

$$G_{20} = \frac{P_{20}}{V_{20}^2} = \frac{100}{220^2} = 2{,}07mS$$

$$Y_{20} = \frac{I_{20}}{V_{20}} = \frac{2{,}5}{220} = 11{,}36mS$$

$$B_{m20} = \sqrt{Y_{20}^2 - G_{20}^2} = \sqrt{11{,}36^2 - 2{,}07^2}\,mS = 11{,}17mS$$

$$n = \frac{V_{1n}}{V_{20}} = \frac{2200}{220} = 10$$

$$G_0 = \frac{G_{20}}{n^2} = 20{,}7\mu S; \quad B_m = \frac{B_{m20}}{n^2} = 111{,}7\mu S; \quad Y_0 = \frac{Y_{20}}{n^2} = 113{,}6\mu S$$

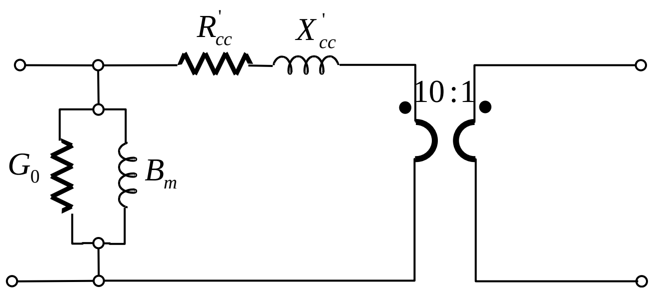
Dalla Prova in corto circuito

$$I_{10} = \frac{S_{1n}}{V_{10}} = \frac{10 \cdot 10^3}{2200} = 4{,}5A$$

$$R_{cc}^{'} = \frac{P_{1cc}}{I_{1n}^2} = \frac{215}{4{,}5^2} = 10{,}62\Omega$$

$$Z_{cc}^{'} = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}} = \frac{150}{4{,}5} = 33{,}33\Omega$$

$$X_{cc}^{'} = \sqrt{Z_{cc}^{'2} - R_{cc}^{'2}} = \sqrt{33{,}33^2 - 10{,}62^2} = 31{,}6\Omega$$



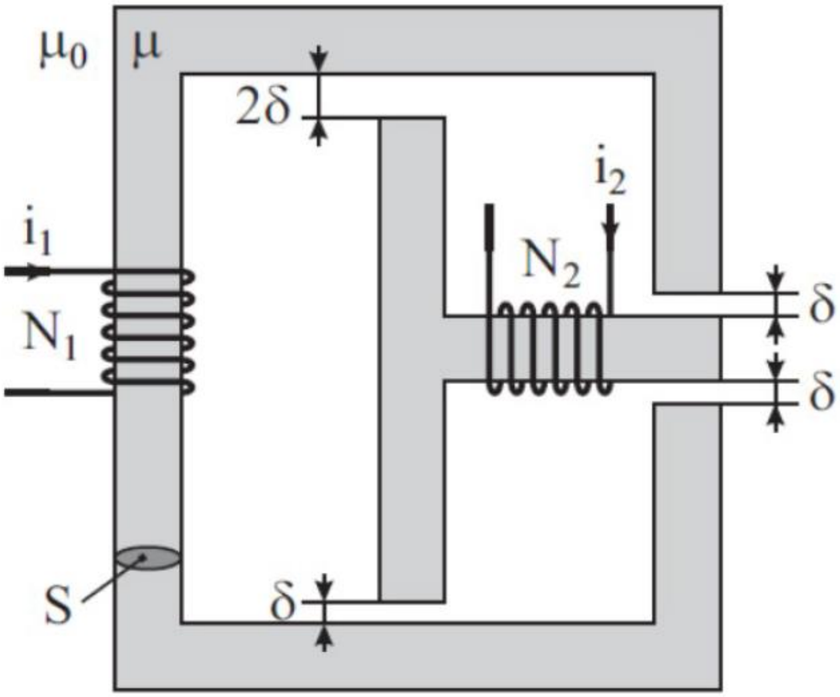
Compiti d'esame con risultato

Esercizio

Assumendo che la permeabilità magnetica del materiale ferromagnetico sia praticamente infinita, determinare l'energia magnetica immagazzinata nei due avvolgimenti.

Dati:

Spessore del traferro t= 1,2 mm, Sezione del nucleo S= 11,3 cm^2, Numero di spire N1= 114, Numero di Spire N2= 167, I1=2,3 A, I2=2,1 A



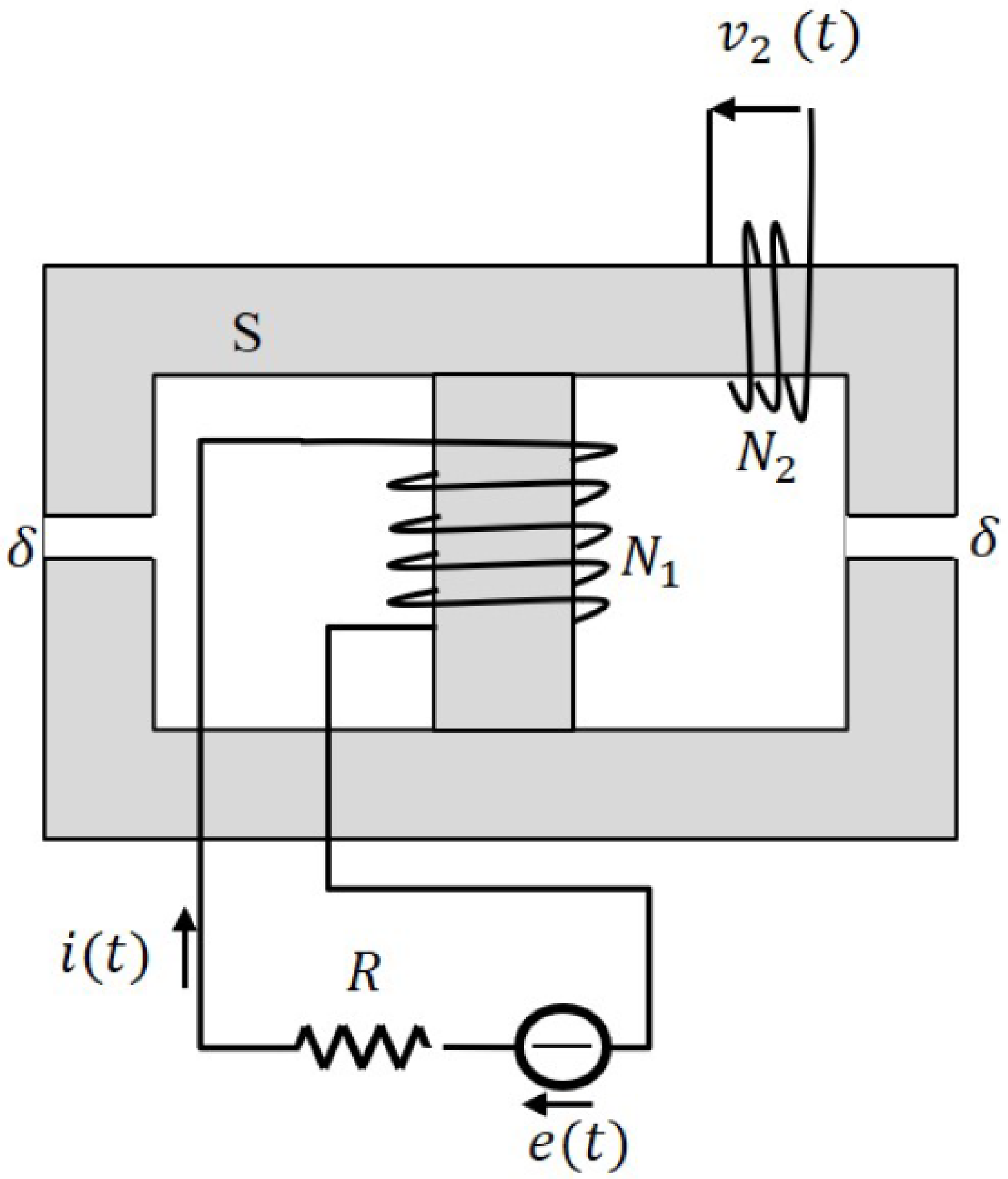
Risposta:

15,54 ✔ ○W ◉mW

Esercizio

Trascurando le riluttanze dei tratti in ferro, calcolare $v_2(t)$

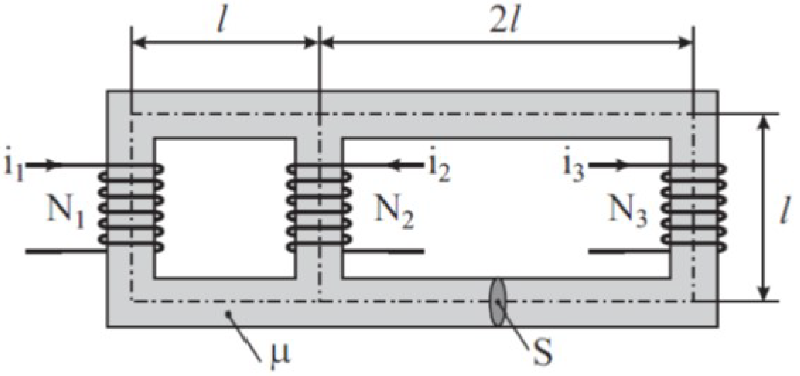
Dati: $e(t) = 100\sqrt{2}\sin 1000t(V);$
$R = 1k\Omega; N_1 = 1000; N_2 = 100; \delta = 0.5mm; S = 20cm^2$



Scegli un'alternativa:

- a. $v_2(t) = \sqrt{2} \cdot 4.975\ \cos(1000t + 95.65°)$ ✔
- b. $v_2(t) = \sqrt{2} \cdot 4.975\ \sin(1000t - 184,98°)$
- c. $v_2(t) = \sqrt{2} \cdot 3.658\ \sin(1000t + 80.65°)$
- d. $v_2(t) = \sqrt{2} \cdot 5.658\ \sin(1000t + 94.65°)$
- e. $v_2(t) = \sqrt{2} \cdot 3.658\ \cos(1000t + 80.65°)$

Esercizio



Determinare i coefficienti di auto e mutua induzione dei tre avvolgimenti.

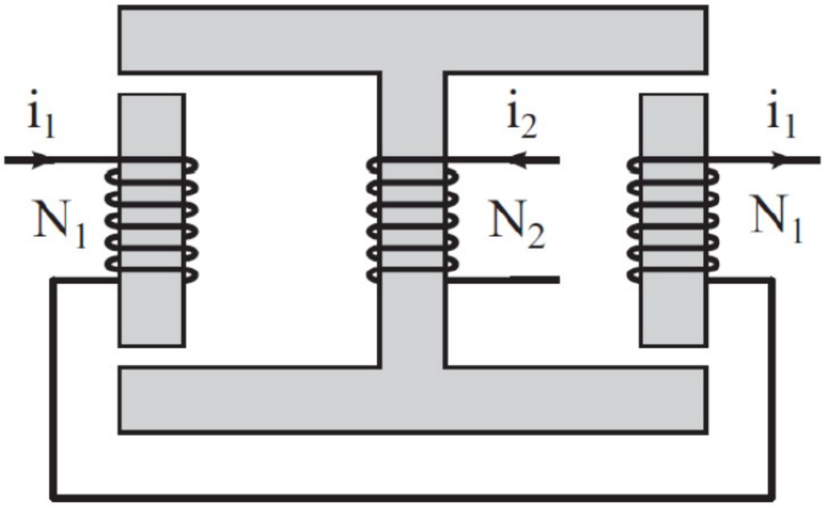
Scegli un'alternativa:

- a. $L_1 = 0,207H; L_2 = 0,489H; L_3 = 0,061H$
  $M_{12} = 0,229H; M_{13} = -0,023H; M_{23} = 0,098H$
- b. $L_1 = 0,236H; L_2 = 0,559H; L_3 = 0,069H$
  $M_{12} = 0,262H; M_{13} = -0,026H; M_{23} = 0,105H$
- c. $L_1 = 0,276H; L_2 = 0,677H; L_3 = 0,009H$
  $M_{12} = 0,033H; M_{13} = -0,003H; M_{23} = 0,013H$
- d. $L_1 = 0,295H; L_2 = 0,699H; L_3 = 0,087H$
  $M_{12} = 0,328H; M_{13} = -0,033H; M_{23} = 0,131H$ ✔

Esercizio

Determinare i coefficienti di auto e mutua induzione dei due avvolgimenti. Trascurare le riluttanze dei tratti in ferro. Dati:

Spessore del traferro= 2mm; Sezione dei tratti in ferro= $20cm^2$; $N_1 = 100; N_2 = 250$

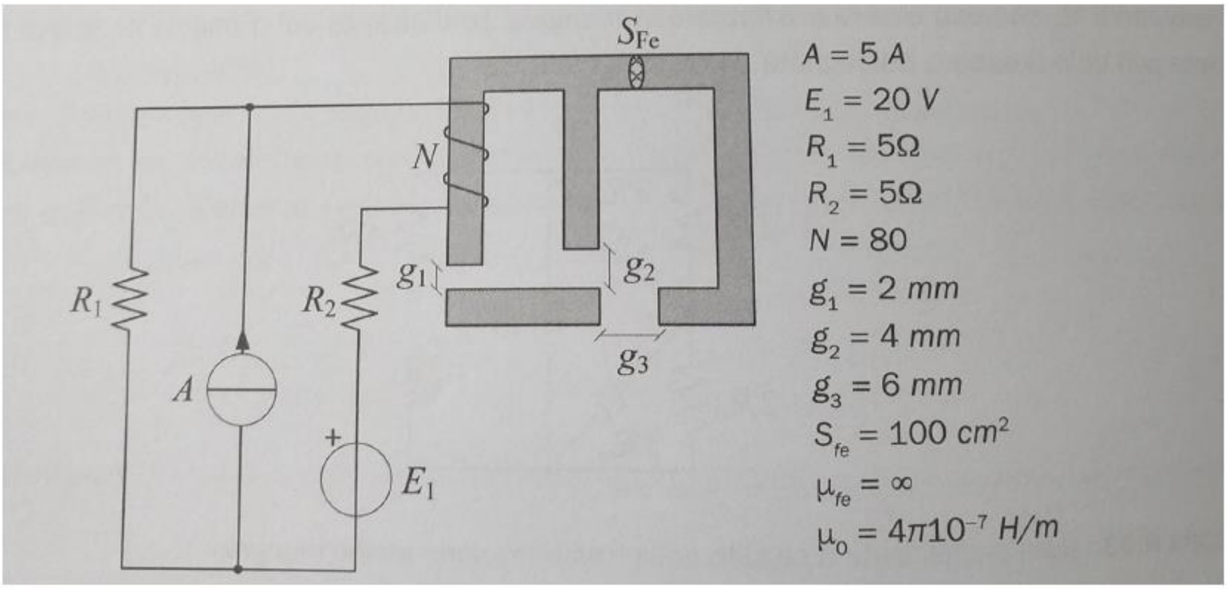


Scegli un'alternativa:

- a. $L_1 = 12,6mH; /L_2 = 78,5mH; /M = 31,4mH$ ✔
- b. $L_1 = 0,0126H; /L_2 = 0,78H; /M = 0,314H$
- c. $L_1 = 23,5mH; /L_2 = 43,6mH; /M = 62,4mH$
- d. $L_1 = 0,235H; /L_2 = 0,435H; /M = 62,4mH$

Esercizio

Determinare l'energia accumulata nel circuito magnetico



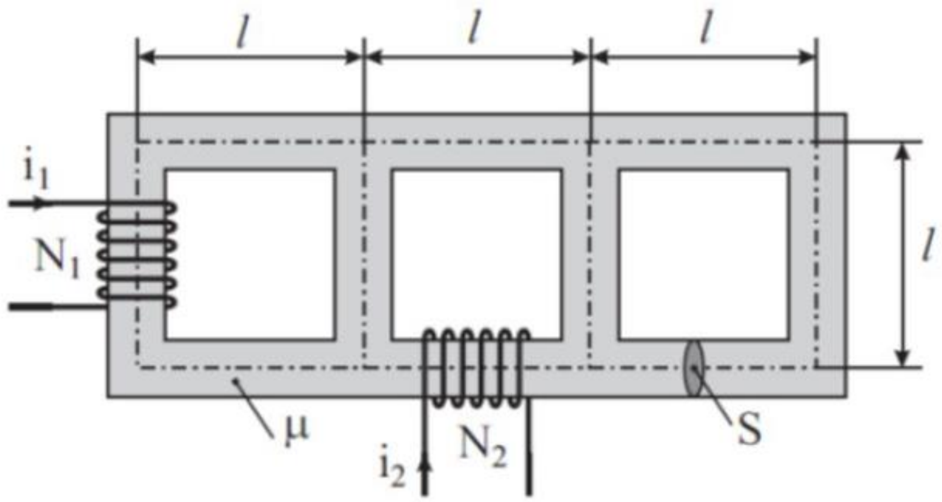
Scegli un'alternativa:

- a. $W_m = 4,387mJ$ $W_m = 2,287mJ$
- b. $W_m = 3,739mJ$
- c. $W_m = 2,287mJ$ ✔
- d. $W_m = 0mJ$

Esercizio

Determinare i coefficienti di Auto e Mutua induzione dei due avvolgimenti. Il ferro non è saturo. Dati:

$\mu_r = 1000; l = 50cm; S = 20cm^2; N_1 = 300; N_2 = 100$

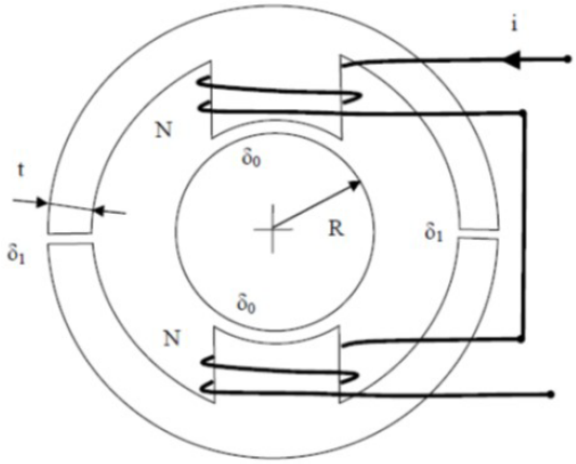


Scegli un'alternativa:

- a. $L_1 = 0,42H; L_2 = 0,08H; M = 0,06H$
- b. $L_1 = 0,3H; L_2 = 0,04H; M = 0,03H$
- c. $L_1 = 0,12H; L_2 = 0,0144H; M = 0,0108H$ ✔
- d. $L_1 = 0,18H; L_2 = 0,02H; M = 0,03H$

Esercizio

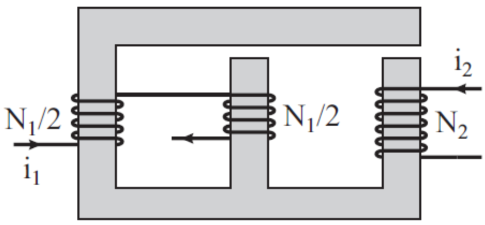
Trascurando la riluttanza del ferro nel circuito magnetico illustrato in figura in sezione, calcolare il coefficiente di autoinduzione dell'avvolgimento e il valore del campo di induzione magnetica nel traferro δ_0 supponendo che l'avvolgimento sia percorso dalla corrente i=2A. Sia $l_A = 20cm$ la lunghezza assiale, $R = 50mm$ il raggio del cilindro interno, $\alpha = 60°$ l'apertura angolare di ciascun polo, $\delta_0 = 1mm; \delta_1 = 0,1mm; t = 10mm; N = 100.$



Scegli un'alternativa:

- a. $L = 235mH$ $B_0 = 0,220T$ ✔
- b. $L = 451mH$ $B_0 = 0,28T$
- c. $L = 732mH$ $B_0 = 0,387T$
- d. $L = 354mH$ $B_0 = 0,312T$
- e. $L = 238mH$ $B_0 = 0,143T$

Esercizio



Assumendo che tutti i traferri abbiano riluttanza uguale a $\mathfrak{R}_0$ e che le riluttanze dei tratti in materiale ferromagnetico siano trascurabili, determinare i coefficienti di auto e mutua induzione dei due avvolgimenti.

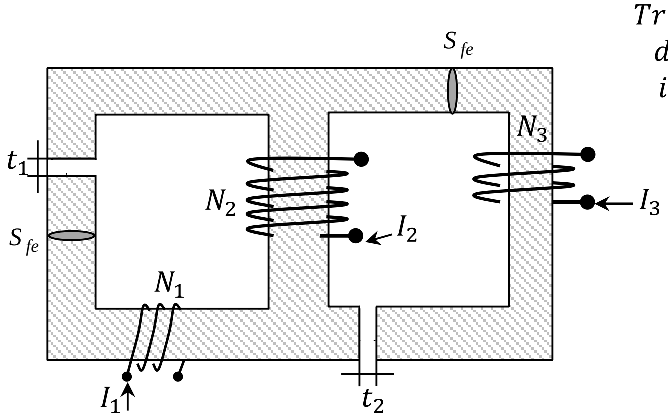
Risultato

$$L_1 = \frac{5N_1^2}{4R_0}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{R_0}$$

$$M = \frac{N_1 N_2}{2R_0}$$

Esercizio



Trascurando le riluttanze dei tratti in ferro, determinare l'energia complessivamente immagazzinata nel circuito, sapendo che:

I_1=300 mA; I_2=400 mA; I_3=200 mA
N_1=80; N_2=60; N_3=50
t_1=0,4 mm; t_2=0,2 mm; S=10 cm^2

Risultato

W_m=616,33μJ