



## ARGOMENTI TRATTATI DURANTE IL CORSO

**Lezione 1 - 28/02/2022.** Introduzione e presentazione del corso. Insiemi e loro elementi. Insiemi definiti dalle proprietà dei suoi elementi. Esempi. Sottoinsiemi e uguaglianza fra due insiemi. Intersezione e unione di due sottoinsiemi, e complementare di un sottoinsieme.

**Lezione 2 - 03/03/2022.** Algebra Booleana: le operazioni "e", "o" e "non" e tavole di verità. Esempi. Formule. Descrizione delle operazioni fra sottoinsiemi attraverso operazioni dell'algebra Booleana. Leggi di De Morgan, e conseguenze per la teoria degli insiemi.

**Lezione 3 - 04/03/2022.** L'implicazione e la doppia implicazione. Tautologia e contraddizione. Esempi. Quantificatori universali. Unione e intersezione di un insieme di sottoinsiemi. Esempi.

**Lezione 4 - 07/03/2022.** Definizione di prodotto cartesiano di due o più insiemi. Esempi di prodotto cartesiano e rappresentazione dei punti del piano attraverso il prodotto cartesiano dell'insieme dei numeri reale per se stesso. Definizione di relazione su un insieme. Relazioni di equivalenza, classi di equivalenza ed esempi. Dimostrazione del fatto che le classi di equivalenza formano una partizione dell'insieme.

**Lezione 5 - 10/03/2022.** Definizione di relazione d'ordine e esempi. Definizione di insieme totalmente ordinato, massimo e minimo, elementi massimali e minimali di un insieme ordinato. Introduzione al concetto di grafo. Utilizzo dei grafi di Hasse per rappresentare insieme ordinati.

**Lezione 6 - 18/03/2022.** Definizione di funzione tra insiemi ed esempi. Funzioni iniettive, suriettive e bigettive. Controimmagine di un elemento attraverso una funzione e immagine di una funzione. Caratterizzazione di funzioni iniettive e suriettive utilizzando i concetti di controimmagine e immagine di una funzione.

**Lezione 7 - 21/03/2022.** Legame tra cardinalità di insiemi finiti e esistenza di funzioni iniettive, suriettive o bigettive. Numerabilità dell'insieme dei numeri interi e razionali, non numerabilità dell'insieme dei numeri reali. L'insieme delle parti di un insieme ha cardinalità maggiore dell'insieme stesso. Definizione di composizione di funzioni. Funzioni invertibili, invertibili a destra e a sinistra.

**Lezione 8 - 24/03/2022.** Relazione di equipotenza tra insiemi. Definizione dell'insieme dei numeri naturali tramite gli assiomi di Peano. Il principio di induzione.

**Lezione 9 - 25/03/2022.** Il principio di induzione forte. Definizioni ricorsive. Calcolo combinatorio. Permutazioni semplici e con ripetizione.

**Lezione 10 - 28/03/2022.** Combinazioni semplici, coefficienti binomiali e loro proprietà.

**Lezione 11 - 31/03/2022.** Disposizioni semplici e con ripetizioni. Combinazioni con ripetizioni. Cardinalità dell'unione di insiemi finiti. L'insieme delle permutazioni come gruppo. Trasposizioni e cicli.

**Lezione 12 - 01/04/2022.** Scomposizione di permutazioni in cicli disgiunti. Scomposizione di permutazioni come prodotto di trasposizioni. Ordine di una permutazione. L'insieme dei numeri interi come anello algebrico. Teorema della divisione euclidea. Espressione di qualunque numero intero rispetto a una base diversa da 10. Divisori di un numero intero. Numeri primi.

**Lezione 13 - 04/04/2022.** Teorema fondamentale dell'aritmetica. Massimo comun divisore di due numeri interi. Numeri primi tra loro. Algoritmo per trovare il MCD di due numeri. Esprimere il MCD come combinazione dei due numeri. Funzione di Eulero.

**Lezione 14 - 07/04/2022.** Numeri interi congrui modulo  $n$  e l'insieme  $\mathbb{Z}_n$ . Criterio di divisibilità per 3 tramite congruenze. Operazioni su  $\mathbb{Z}_n$ . Calcolo dell'inverso moltiplicativo di un elemento in  $\mathbb{Z}_n$ .

**Lezione 15 - 08/04/2022.** Rappresentazione geometrica di  $\mathbb{Z}_8$ . Equazioni congruenziali. Esempi.



**Lezione 16 - 11/04/2022.** Applicazioni dell'aritmetica modulare: Crittografia e generazione di numeri pseudo-casuali.

**Lezione 17 - 21/04/2022.** Vettori geometrici del piano e dello spazio. Coordinate di un vettore rispetto a una base.

**Lezione 18 - 22/04/2022.** Lunghezza di un vettore. Angolo tra due vettori. Prodotto scalare e prodotto vettoriale.

**Lezione 19 - 28/04/2022.** Proprietà del prodotto vettoriale. Sistemi di riferimento nel piano e nello spazio.

**Lezione 20 - 29/04/2022.** Equazioni di rette e piani nel piano e nello spazio.

**Lezione 21 - 02/05/2022.** Definizione di sistemi di equazioni lineari. Matrice associata a un sistema lineare. Sistemi compatibili e incompatibili. Definizione di matrice con righe dipendenti e matrici a gradini.

**Lezione 23 - 03/05/2022.** Risoluzione di un sistema lineare tramite il metodo di eliminazione di Gauss-Jordan. Numero di soluzioni di un sistema lineare. Esempi.

**Lezione 24 - 05/05/2022.** Applicazioni geometriche dei sistemi lineari. Posizione reciproca di due rette nello spazio. Esempi.

**Lezione 25 - 06/05/2022.** Applicazioni geometriche dei sistemi lineari. Fascio di piani contenenti una retta. Determinare se tre vettori nello spazio sono coplanari. Esempi.

**Lezione 24 - 09/05/2022.** Applicazioni lineari e matrici. Prodotto di due matrici. Esempi

**Lezione 25 - 10/05/2022.** Prodotto di due matrici. Invertibilità di una matrice. Esempi

**Lezione 26 - 12/05/2022.** Invertibilità e determinante di una matrice. Esempi

**Lezione 27 - 13/05/2022.** Determinante di una matrice e proprietà. Risoluzione di sistemi lineari tramite il teorema di Kramer.

**Lezione 28 - 16/05/2022.** Somma di matrici. Trasposta di una matrice e proprietà. Definizione e applicazioni di autovettori e autovalori di una matrice.

**Lezione 29 - 17/05/2022.** Calcolo di autovettori e autovalori di una matrice. Esempi

**Lezione 30 - 19/05/2022.** Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore di una matrice. Esempi. Insieme dei numeri complessi.

**Lezione 31 - 20/05/2022.** Calcolo di autovalori e autovettori a valori nei numeri complessi. Matrici Ortogonali.