



Matematica Discreta

Foglio 7

Esercizio 1. Si consideri l'Esercizio 6 del Foglio 6.

- (a) Si trovino le equazioni cartesiane delle rette r ed s e dei piani π e σ .
- (b) Si trovi l'equazione cartesiana del piano δ che contiene il punto $C \equiv (3, 0, -2)$ ed è perpendicolare al vettore $\vec{ON} \equiv (3, -2, 6)$.
- (c) Si determini un numero reale k tale che il punto di coordinate $(k, 1, 4)$ appartenga al piano δ .

Esercizio 2. Sia B una base ortonormale dello spazio e sia π il piano tale che i suoi punti sono tutti i $P \equiv (x, y, z)$ (rispetto a B) per cui l'equazione $y = x + z$ è soddisfatta.

- (a) Il punto $Q \equiv (2, 1, -2)$ appartiene al piano π ?
- (b) Si trovino due punti R ed S appartenenti al piano π tali che R, S e Q non siano tutti sulla stessa retta.
- (c) Si trovino le equazioni parametriche e l'equazione cartesiana del piano σ che contiene Q, R ed S .
- (d) Si trovi l'equazione cartesiana della retta che si ottiene dall'intersezione di questi due piani, cioè, di σ e π .

Esercizio 3. Si usi il metodo di eliminazione di Gauss-Jordan per determinare se i seguenti sistemi hanno soluzioni. In caso positivo, si determini l'insieme di soluzioni di ogni sistema.

$$(a) \begin{cases} -7x - 3y + 3z = 12 \\ 2x + 2y + 2z = 0 \\ -x - 4y + 3z = -9 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x - 4y + z = 3 \\ x - y + 7z = 2 \\ 5x - 11y - 4z = 7 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ -x - 2y - 5z = 2 \\ 2x - y + 6z = 1 \end{cases}$$

(continua sul retro)

$$(d) \begin{cases} 3x - 2y + 3z = 7 \\ -4x + 2y - z = 2 \\ 7y - 3z + 4x = 4 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} 2x - 6y + 4z = 12 \\ 3y - 2z - x = -6 \\ y - \frac{1}{3}(x + 2z) = -2 \end{cases}$$

Esercizio 4. Per ogni dei sistemi di equazioni dell'esercizio precedente, si indichi il rango della matrice completa associata al sistema.