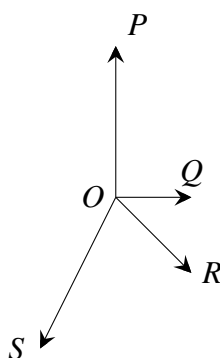




Matematica Discreta

Foglio 6

Esercizio 1. Si considerino i seguenti vettori.



(a) Si sa che ognuna delle seguenti combinazioni lineari corrisponde ad un solo vettore fra questi quattro. Si trovi quale vettore è descritto in queste combinazioni lineari.

(i) $-\vec{OS} - \vec{OQ}$

(ii) $\vec{OQ} - \frac{1}{2}\vec{OP}$

(iii) $2\vec{OQ} + \frac{1}{2}\vec{OS}$

(b) Usando le espressioni trovate sopra, si scrivano le coordinate di tutti e quattro i vettori rispetto alle seguenti basi:

(i) $B_1 = \{\vec{OP}, \vec{OQ}\}$;

(ii) $B_2 = \{\vec{OQ}, \vec{OR}\}$;

(iii) $B_3 = \{\vec{OS}, \vec{OP}\}$.

Esercizio 2. Si fissi una base B ortonormale nello spazio e si considerino i seguenti vettori

$$\vec{OP} \equiv (2, 2, -1), \quad \vec{OQ} \equiv (1, 0, -1), \quad \vec{OR} \equiv (k, 1, 1)$$

dove k è un numero reale.

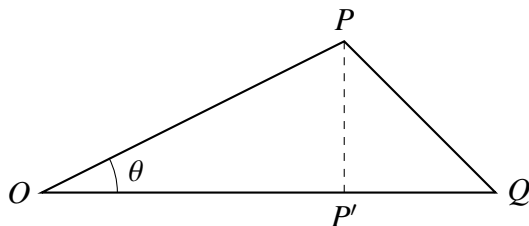
(a) Si determini l'angolo fra \vec{OP} e \vec{OQ} .

(b) Si determini un valore di k tale che \vec{OR} sia perpendicolare a \vec{OP} .

(continua sul retro)

Esercizio 3. Utilizzando la definizione di seno e coseno data a lezione si dimostri che

$$|PQ|^2 = |OP|^2 + |OQ|^2 - 2 \cos \theta |OP| \cdot |OQ|.$$



Esercizio 4. Dati i vettori $x \equiv (1, 0, -2)$, $y \equiv (2, -1, 4)$ e $z \equiv (1, -1, 6)$ si calcolino i prodotti vettoriali:

- (a) $x \wedge y$;
- (b) $y \wedge x$;
- (c) $x \wedge z$;
- (d) $(y \wedge x) \wedge z$;
- (e) $y \wedge (x \wedge z)$;
- (f) $(x \wedge y) \wedge (z \wedge x)$.

Esercizio 5. Si fissi una base ortonormale B per i vettori nel piano.

- (a) Si trovino le equazioni parametriche della retta r che contiene il punto $P_0 \equiv (0, 3)$ e che è parallela alla retta che contiene il vettore $\vec{OQ} \equiv (-1, 2)$.
- (b) Si trovino le equazioni parametriche della retta s che contiene i punti R ed S di coordinate $R \equiv (2, -1)$, $S \equiv (3, 5)$.
- (c) Si trovi l'equazione cartesiana della retta t che contiene il punto $K \equiv (3, 2)$ e che è perpendicolare alla retta che contiene il vettore $\vec{ON} \equiv (-1, 3)$.

Esercizio 6. Si fissi una base ortonormale B per i vettori nello spazio.

- (a) Si trovino le equazioni parametriche della retta r che contiene il punto $P_0 \equiv (-1, 0, 2)$ e che è parallela al vettore $\vec{OQ} \equiv (1, 2, 3)$.
- (b) Si trovino le equazioni parametriche del piano π che contiene il punto $Q_0 \equiv (-1, 0, 2)$ e che è parallelo al piano che contiene i vettori $\vec{OR} \equiv (-1, -1, 3)$ e $\vec{OS} \equiv (-1, 0, 2)$.
- (c) Si trovino le equazioni parametriche della retta s che contiene i punti T e U dati tramite le coordinate $T \equiv (0, 2, -1)$, $U \equiv (3, 1, 2)$.
- (d) Si trovino le equazioni parametriche del piano σ che contiene i punti K, L e M dati tramite le coordinate $K \equiv (-1, 2, 2)$, $L \equiv (2, -3, -1)$, $M \equiv (4, 0, 2)$.
- (e) Si determini un numero reale k tale che il punto di coordinate $(k, 2, -4)$ appartenga al piano σ .