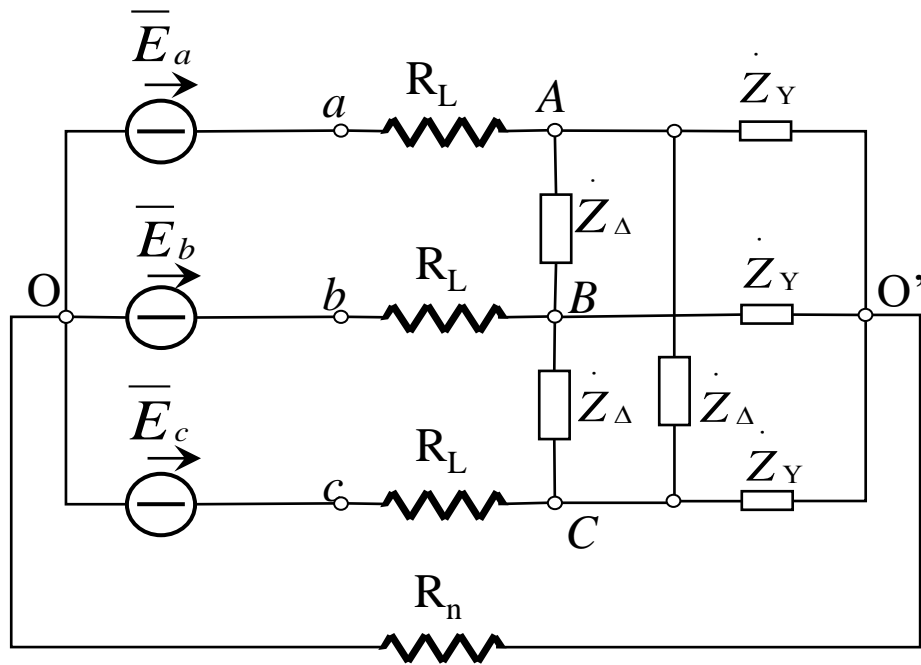


# Esercizio: Sistema Trifase Simmetrico ed Equilibrato



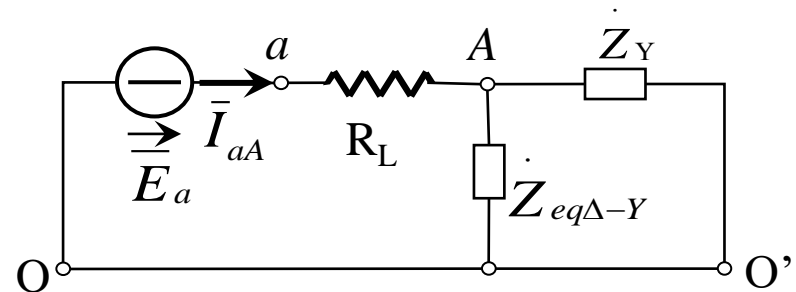
Calcolare la potenza fornita dal generatore trifase al carico stella-triangolo. La terna di alimentazione e' simmetrica diretta con valore efficace pari a 480V;  $Z_{\Delta}=5-j2 \Omega$ ;  $Z_Y=2+j4 \Omega$ ;  $R_L=2 \Omega$ ;  $R_n=10 \Omega$ .

Il sistema trifase e' simmetrico (nelle tensioni) ed equilibrato (nelle correnti). Possiamo quindi fare riferimento ad un sistema monofase equivalente. A questo scopo possiamo trasformare il triangolo di impedenze in una stella equivalente.

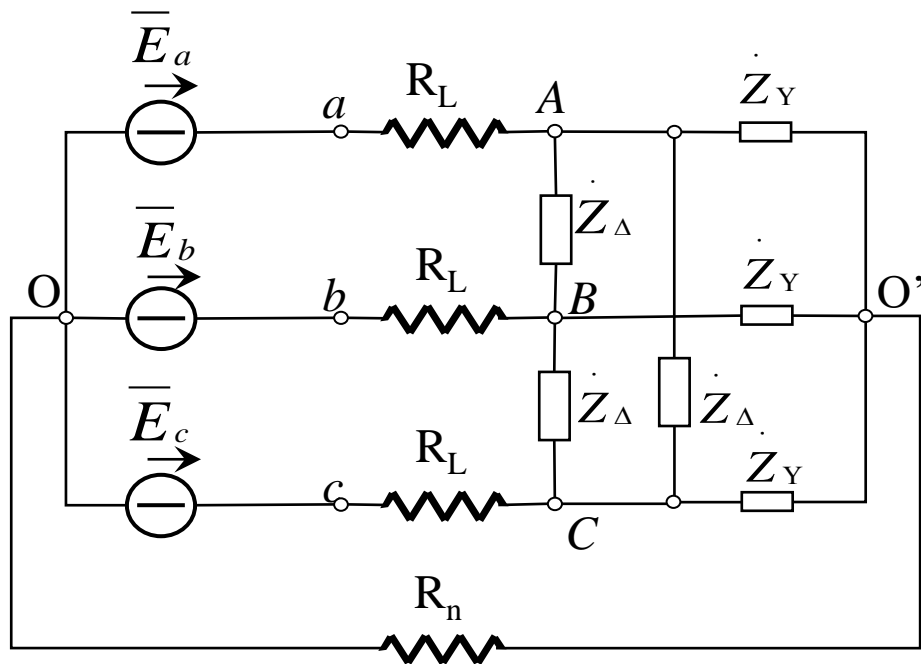
$$Z_{eq\Delta-Y} = \frac{Z_{\Delta}}{3} = 1,667 - j0,667 = 1,7951 \angle -21,81^{\circ}$$

$$Z_Y = 2 + j4 = 4,472 \angle 63,435^{\circ}$$

Il circuito monofase equivalente è il seguente:



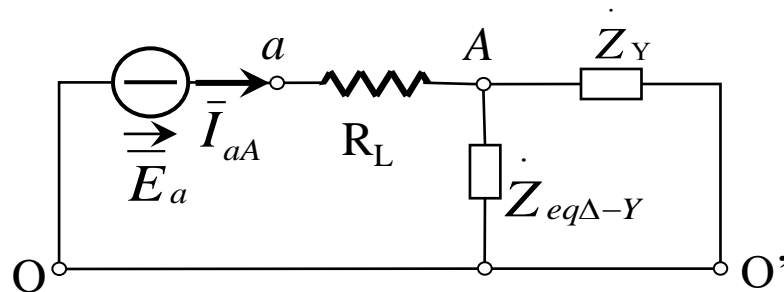
# Esercizio: Sistema Trifase Simmetrico ed Equilibrato



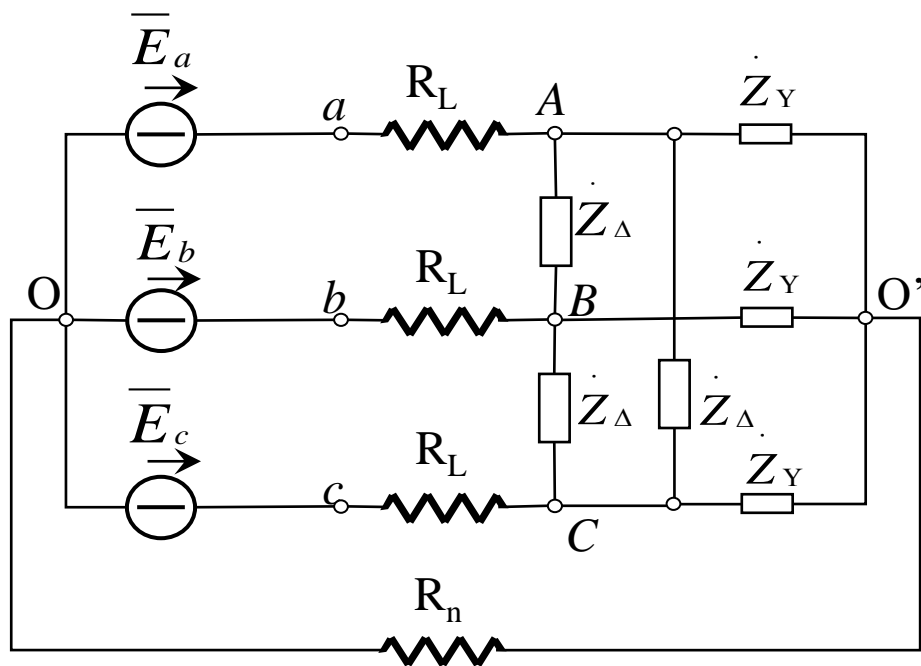
Calcolare la potenza fornita dal generatore trifase al carico stella-triangolo. La terna di alimentazione e' simmetrica diretta con valore efficace pari a 480V;  $Z_{\Delta}=5-j2 \Omega$ ;  $Z_Y=2+j4 \Omega$ ;  $R_L=2 \Omega$ ;  $R_n=10 \Omega$ .

Nota che il filo neutro non e' attraversato da corrente ed il centro stella del generatore coincide con il centro stella del carico.

$$\dot{Z}_p = \dot{Z}_{eq\Delta-Y} // \dot{Z}_Y = 1,62 - j0,018 = 1,62 \angle -0,64^\circ$$



# Esercizio: Sistema Trifase Simmetrico ed Equilibrato



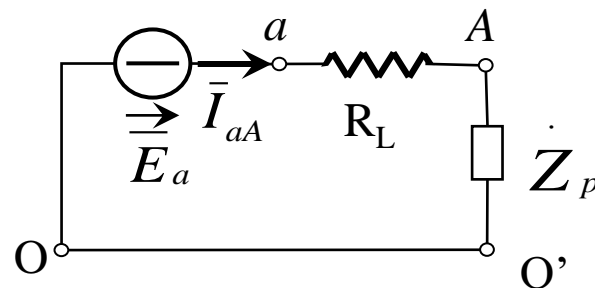
Calcolare la potenza fornita dal generatore trifase al carico stella-triangolo. La terna di alimentazione e' simmetrica diretta con valore efficace pari a 480V;  $Z_{\Delta}=5-j2 \Omega$ ;  $Z_Y=2+j4 \Omega$ ;  $R_L=2 \Omega$ ;  $R_n=10 \Omega$ .

Nota che il filo neutro non e' attraversato da corrente ed il centro stella del generatore coincide con il centro stella del carico.

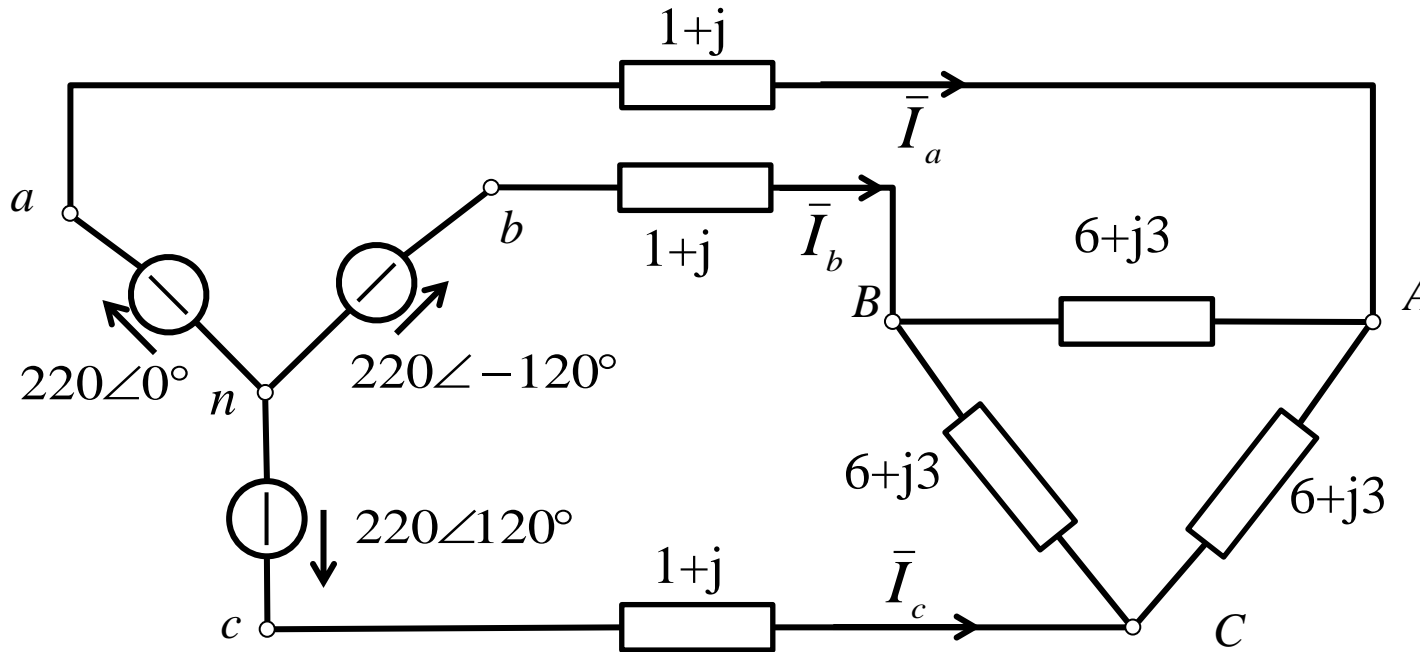
$$\dot{Z}_p = \dot{Z}_{eq\Delta-Y} // \dot{Z}_Y = 1,62 - j0,018 = 1,62 \angle -0,64^\circ$$

$$\bar{I}_{aA} = \frac{\bar{E}_a}{R_L + \dot{Z}_p} = \frac{480}{3,62 - j0,018} = 132,6 \angle -0,28^\circ$$

$$P_{carico} = 3 \Re_e \left\{ \dot{Z}_p \right\} \cdot I_{aA}^2 = 3 \cdot 1,62 \cdot (132,6)^2 = 85,45 \text{ kW}$$



# Esercizio: Sistema Trifase Simmetrico ed Equilibrato



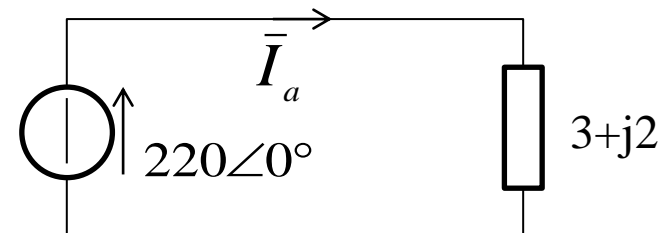
Ricavare le correnti di linea.

Applichiamo la trasformazione stella-triangolo.  $\dot{Z}_Y = \frac{\dot{Z}_\Delta}{3} = \frac{6 + j3}{3} = 2 + j$

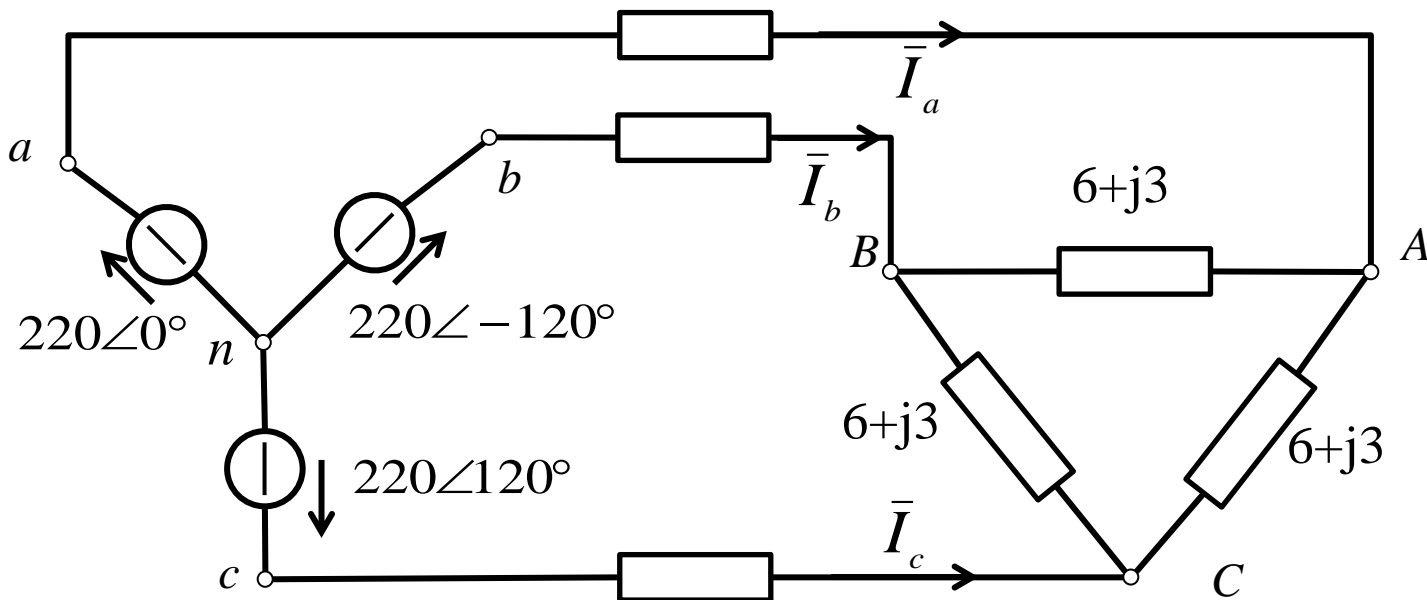
A questo punto le impedenze della stella sono in serie a quelle della linea.

$$\dot{Z}_{eq\_linea} = \dot{Z}_Y + \dot{Z}_{linea} = 2 + j + 1 + j = 3 + j2$$

Il circuito monofase equivalente è il seguente:



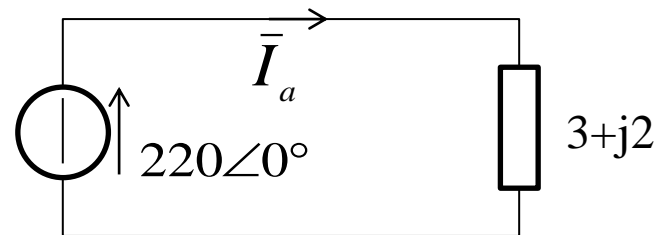
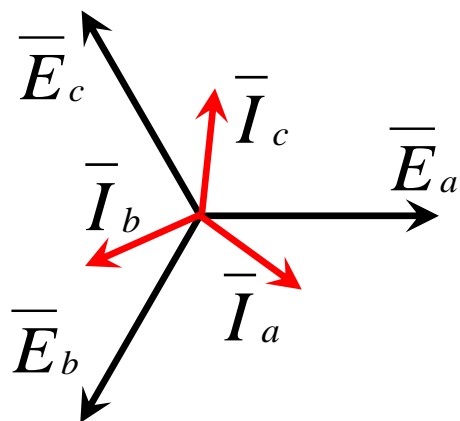
# Esercizio: Sistema Trifase Simmetrico ed Equilibrato



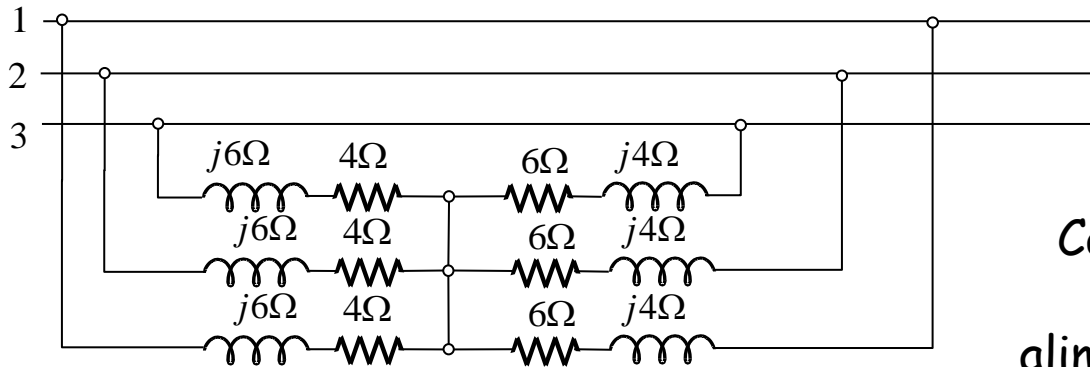
Ricavare le correnti di linea.

$$\bar{I}_a = \frac{220}{3 + j2} = \frac{220(3 - j2)}{13} = 61 \angle -33,7^\circ \text{ A} \quad \bar{I}_b = 61 \angle -153,7^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_c = 61 \angle 86,3^\circ \text{ A}$$



# Esercizio: Sistema Trifase Simmetrico ed Equilibrato



Calcolare il fattore di potenza del carico trifase. La terna alimentante è simmetrica diretta.

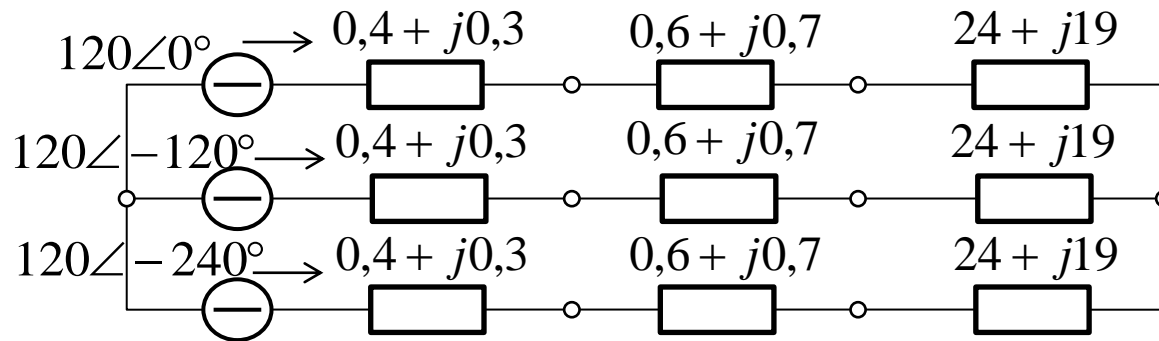
Abbiamo due carichi a stella collegati tra loro in parallelo.

Il carico equivalente è una stella di impedenze di valore:

$$\dot{Z}_{eq} = \frac{(4 + j6) \cdot (6 + j4)}{10 + j10} = 3,667 \angle 45^\circ$$

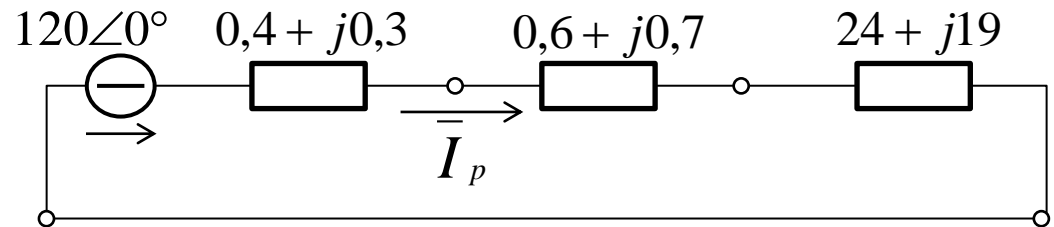
$$\cos \varphi = 0,707$$

# Esercizio: Sistema Trifase Simmetrico ed Equilibrato



Il circuito indicato in figura rappresenta un sistema trifase costituito da un generatore, una linea ed un carico con le proprie impedenze. Il generatore ed il carico sono collegati a stella. Si richiede il calcolo della potenza complessa al generatore ed al carico.

Si tratta di un sistema trifase equilibrato, per cui basterà studiare il sistema monofase equivalente:

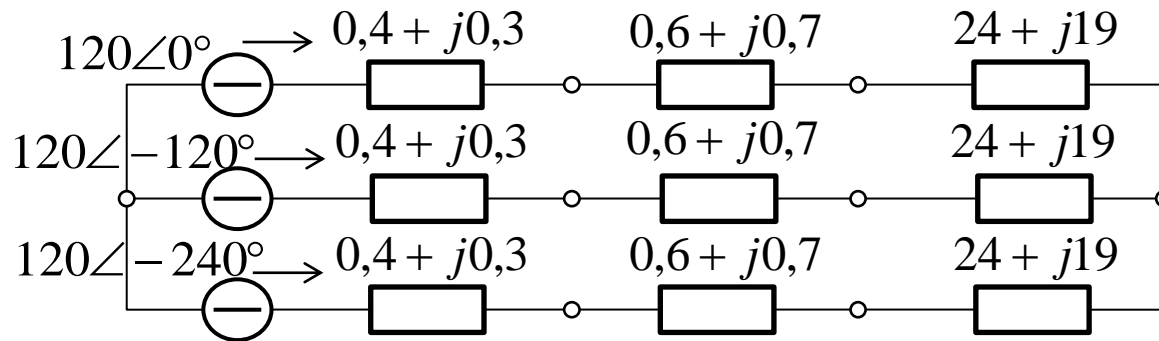


$$\bar{V}_p = 120\angle 0^\circ \quad \dot{Z} = 25 + j20 = 32,02\angle 38,66^\circ \quad \bar{I}_p = \frac{\bar{V}_p}{\dot{Z}} = \frac{120\angle 0^\circ}{32,02\angle 38,66^\circ} = 3,75\angle -38,66^\circ$$

Per cui nel sistema trifase:

$$\dot{S}_G = -3 \cdot \bar{V}_p \cdot \bar{I}_p^* = -3 \cdot \bar{V}_p \cdot \frac{\bar{V}_p}{\dot{Z}} = -3 \cdot 120\angle 0^\circ \cdot 3,75\angle 38,66^\circ = 1349,34\angle 38,66^\circ = (-1053,66 - j842,93)VA$$

# Esercizio: Sistema Trifase Simmetrico ed Equilibrato



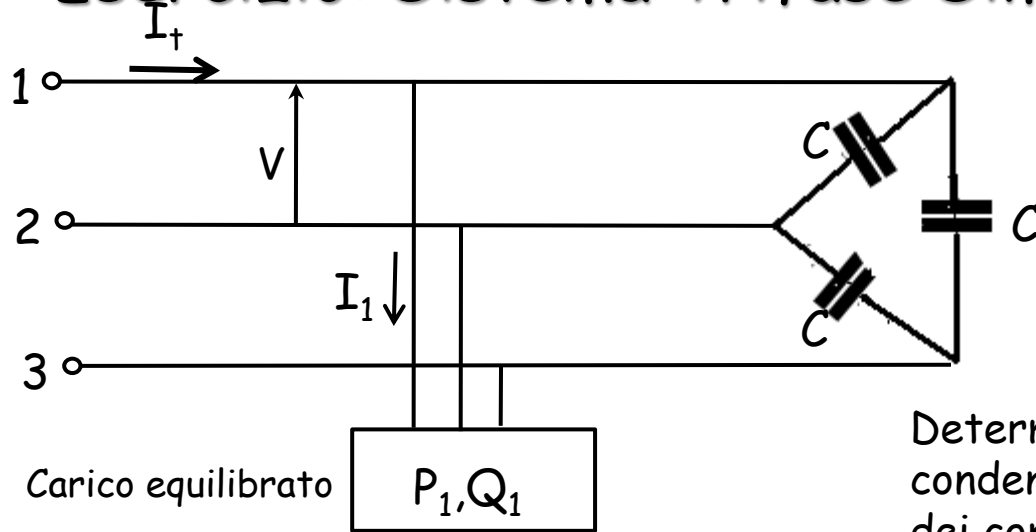
Il circuito indicato in figura rappresenta un sistema trifase costituito da un generatore, una linea ed un carico con le proprie impedenze. Il generatore ed il carico sono collegati a stella. Si richiede il calcolo della potenza complessa al generatore ed al carico.

L'impedenza di carico vale:  $\dot{Z}_L = 24 + j19 = 30,61 \angle 38,37^\circ$

e la potenza da esso dissipata vale:

$$\dot{S}_L = 3 \cdot |\bar{I}_p|^2 \cdot \dot{Z}_L = 3 \cdot 14,06 \cdot 30,61 \angle 38,37^\circ = 1291,36 \angle 38,37^\circ = (1012,45 + j801,6) \text{VA}$$

# Esercizio: Sistema Trifase Simmetrico ed Equilibrato



$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$I_1 = 20 \text{ A (val. efficace)}$$

$$P_1 = 10 \text{ kW}$$

$$Q_1 = 10 \text{ kVAR} \quad Q_c = 10 \text{ kVAR}$$

Determinare: 1. La capacità di ogni condensatore; 2. Le correnti di linea e di fase dei condensatori; 3. La corrente totale  $I_+$ .

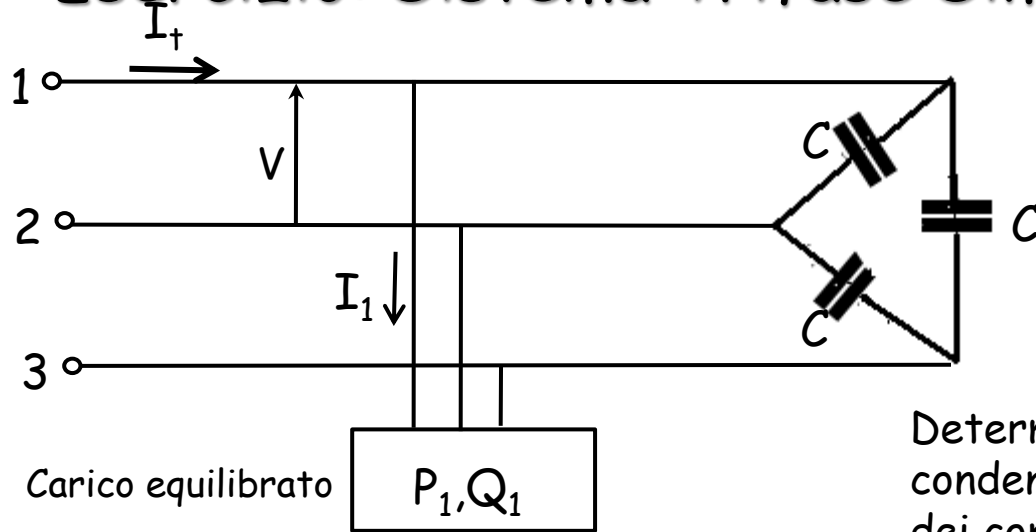
Il fattore di potenza del carico equilibrato è:  $\cos \varphi_1 = \cos(\arctg(\frac{Q_1}{P_1})) = \cos(\frac{\pi}{4}) = 0.707$

Poiché  $P_1 = \sqrt{3}VI_1 \cos \varphi_1$  la tensione concatenata sarà pari a:  $V = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1} = 408.25 \text{ V}$

Nel caso di collegamento dei condensatori a triangolo la potenza reattiva erogata è:

$$Q_c = 3 \cdot \omega \cdot C \cdot V^2 \Rightarrow C = \frac{Q_c}{3 \cdot \omega \cdot V^2} = \frac{10000}{3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 408.25^2} = 63.66 \mu\text{F}$$

# Esercizio: Sistema Trifase Simmetrico ed Equilibrato



$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$I_1 = 20 \text{ A (val. efficace)}$$

$$P_1 = 10 \text{ kW}$$

$$Q_1 = 10 \text{ kVAR} \quad Q_C = 10 \text{ kVAR}$$

Determinare: 1. La capacità di ogni condensatore; 2. Le correnti di linea e di fase dei condensatori; 3. La corrente totale  $I_t$ .

Le correnti di fase e di linea sono rispettivamente:

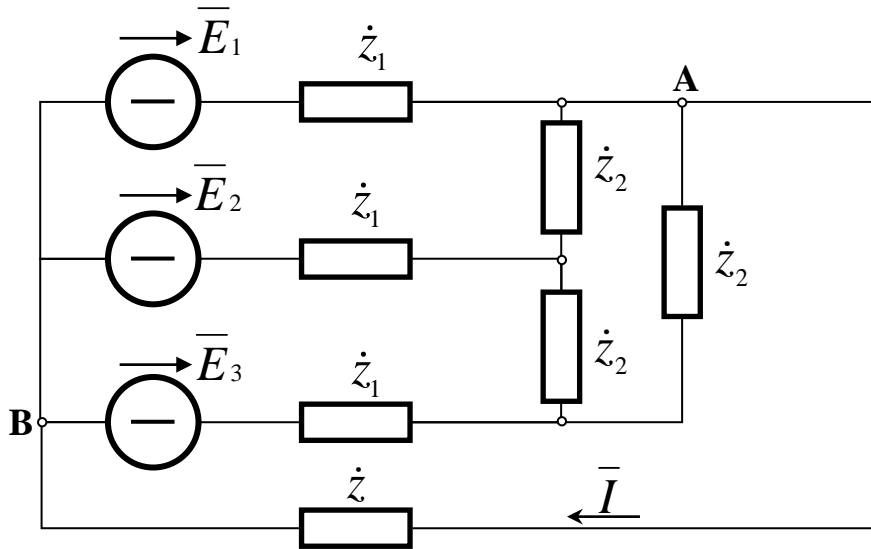
$$I_{c, \text{fase}} = \omega \cdot C \cdot V = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 63.66 \cdot 10^{-6} \cdot 408.25 = 8.16 \text{ A}$$

$$I_{c, \text{linea}} = \sqrt{3} \cdot I_{c, \text{fase}} = 14.14 \text{ A}$$

Poiché la batteria di condensatori rifasa completamente il carico, sarà:

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot I_t \cdot V \Rightarrow I_t = \frac{P_t}{\sqrt{3} \cdot V} = \frac{10000}{\sqrt{3} \cdot 408,25} = 14.14 \text{ A}$$

# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



Calcolare la corrente  $\bar{I}$  nel circuito trifase squilibrato di figura.

La terna di tensioni alimentanti è simmetrica con  
 $\bar{E}_1 = 100 \angle 0^\circ$

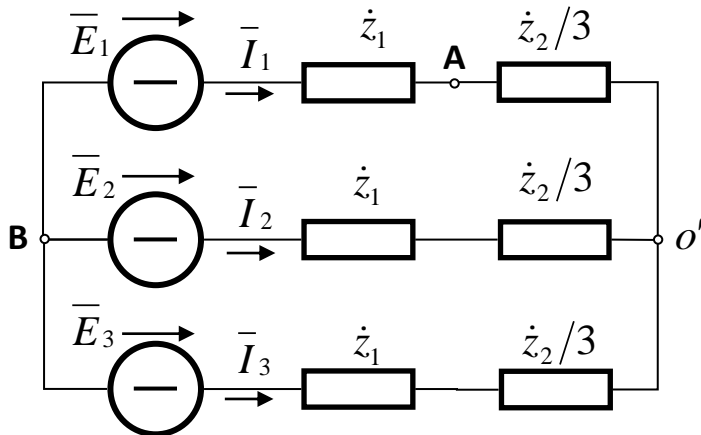
$$\dot{z}_1 = 3 + j4 \quad \dot{z}_2 = 1 - j2 \quad \dot{z} = 5 + j6$$

(Suggerimento: utilizzare il teorema di Thevenin)

Utilizziamo il teorema di Thevenin.

Cominciamo col calcolare la tensione  $V_{AB}$  a vuoto.

Trasformiamo il triangolo di impedenze di valore  $\dot{z}_2$  in una stella equivalente

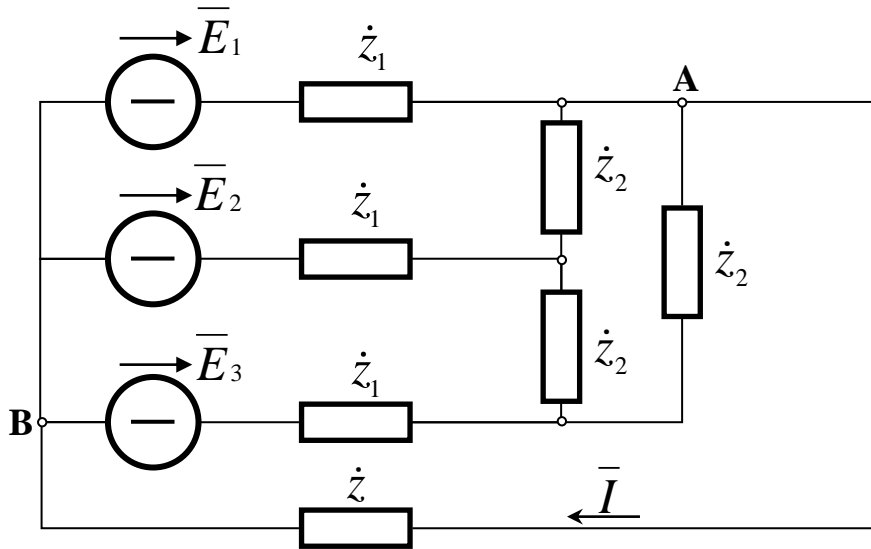


A vuoto il carico è equilibrato e  $\bar{V}_{BO'} = 0$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1}{\dot{z}_1 + \frac{\dot{z}_2}{3}} \quad \text{quindi}$$

$$\bar{V}_{ABO} = \frac{\dot{z}_2}{3} \bar{I}_1 = \frac{\dot{z}_2}{3} \cdot \frac{3}{3\dot{z}_1 + \dot{z}_2} \bar{E}_1$$

# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



Calcolare la corrente  $\bar{I}$  nel circuito trifase squilibrato di figura.

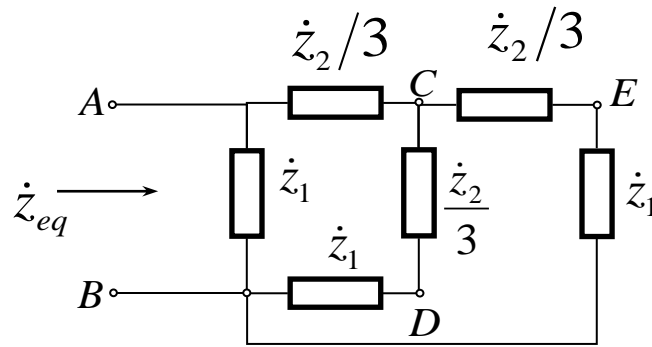
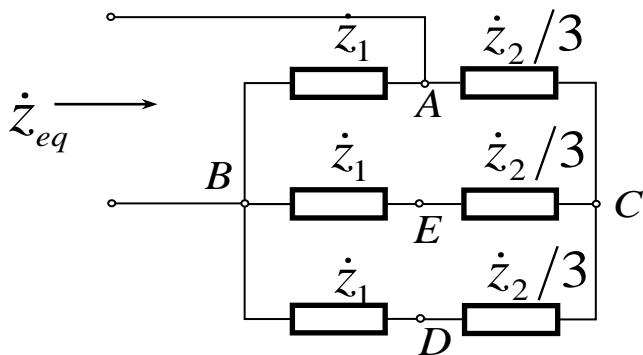
La terna di tensioni alimentanti è simmetrica con  
 $\bar{E}_1 = 100 \angle 0^\circ$

$$\dot{z}_1 = 3 + j4 \quad \dot{z}_2 = 1 - j2 \quad \dot{z} = 5 + j6$$

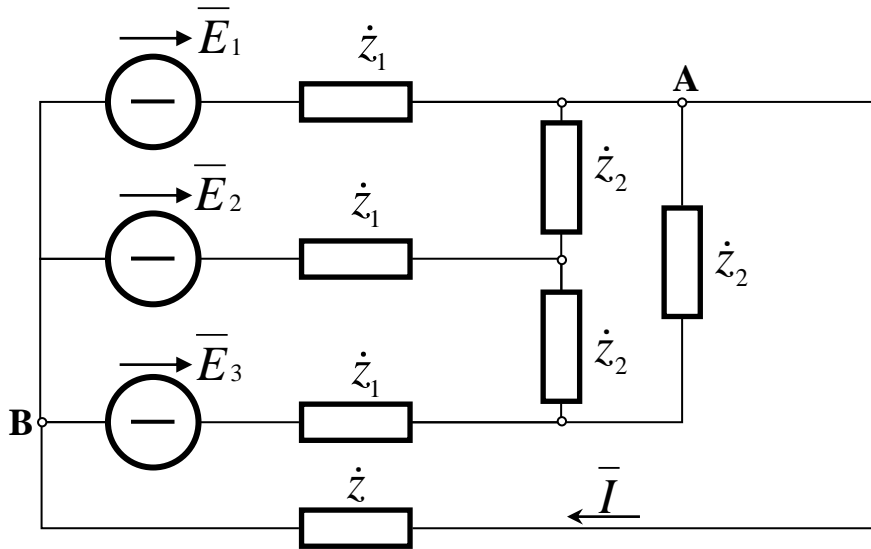
(Suggerimento: utilizzare il teorema di Thevenin)

$$\bar{V}_{AB_0} = \frac{\bar{E}_1 \cdot \dot{z}_2}{3\dot{z}_1 + \dot{z}_2} = \frac{100 \cdot (1 - j2)}{9 + j12 + 1 - j2} = 15.81 \angle -108.435^\circ$$

Per calcolare la  $\dot{z}_{eq}$  di Thevenin, passiviamo il circuito



# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



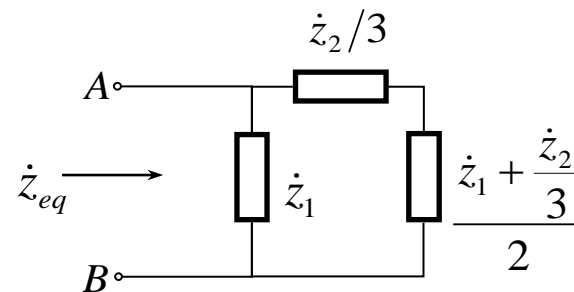
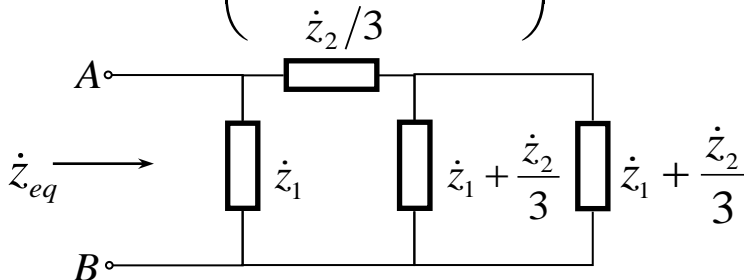
Calcolare la corrente  $\bar{I}$  nel circuito trifase squilibrato di figura.

La terna di tensioni alimentanti è simmetrica con  
 $\bar{E}_1 = 100 \angle 0^\circ$

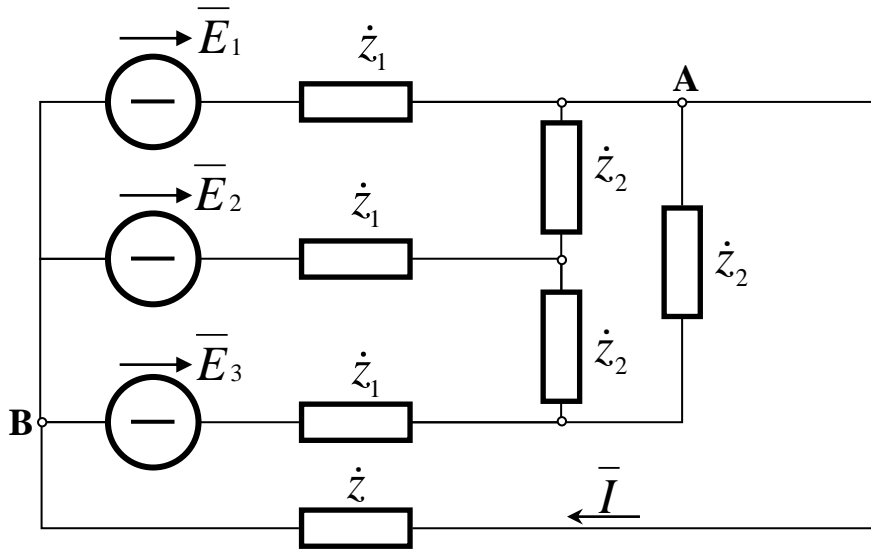
$$\dot{z}_1 = 3 + j4 \quad \dot{z}_2 = 1 - j2 \quad \dot{z} = 5 + j6$$

(Suggerimento: utilizzare il teorema di Thevenin)

$$\dot{z}_{eq} = \dot{z}_1 \parallel \left( \frac{\dot{z}_2}{3} + \frac{\dot{z}_1 + \frac{\dot{z}_2}{3}}{2} \right) = \dot{z}_1 \cdot \frac{\dot{z}_1 + \dot{z}_2}{3\dot{z}_1 + \dot{z}_2} = 1.58 \angle 34.7^\circ = 1.3 + j0.9$$



# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



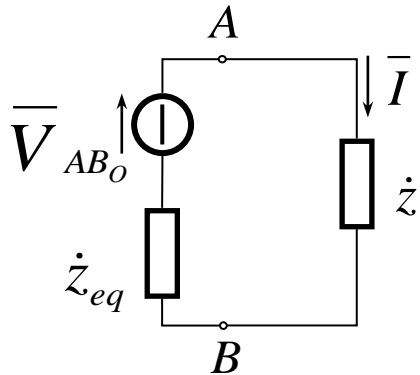
Calcolare la corrente  $\bar{I}$  nel circuito trifase squilibrato di figura.

La terna di tensioni alimentanti è simmetrica con  
 $\bar{E}_1 = 100 \angle 0^\circ$

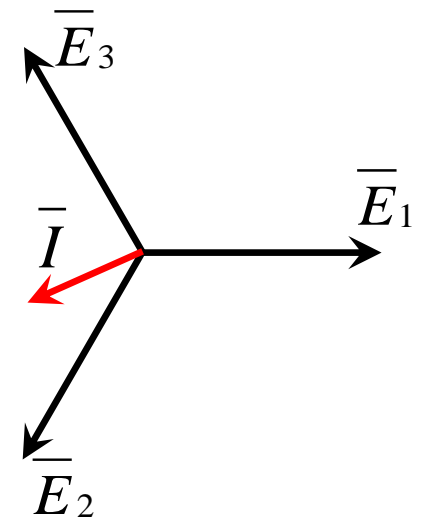
$$\dot{z}_1 = 3 + j4 \quad \dot{z}_2 = 1 - j2 \quad \dot{z} = 5 + j6$$

(Suggerimento: utilizzare il teorema di Thevenin)

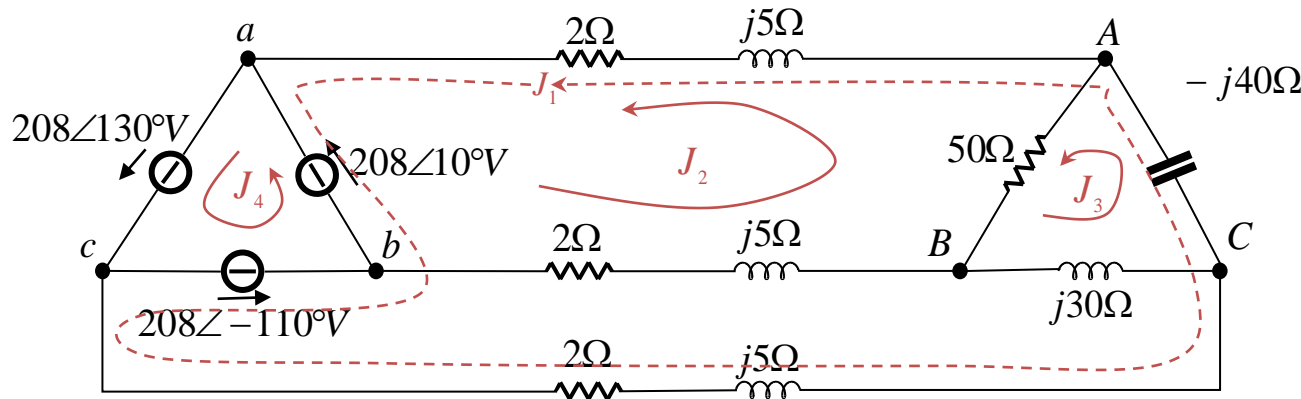
Il circuito equivalente di Thevenin è il seguente:



$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_{AB0}}{\dot{z}_{eq} + \dot{z}} = \frac{15.81 \angle -108.43^\circ}{1.3 + j0.9 + 5 + j6} = 1.692 \angle -156.04^\circ$$



# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



Nel circuito trifase  
simmetrico e squilibrato  
determinare  
la corrente di linea  $\mathbf{I}_{bB}$  e  
la corrente di fase  $\mathbf{I}_{BC}$

$$\bar{I}_{ab} = \bar{J}_1; \quad \bar{I}_{bB} = \bar{J}_2; \quad \bar{I}_{BC} = \bar{J}_3$$

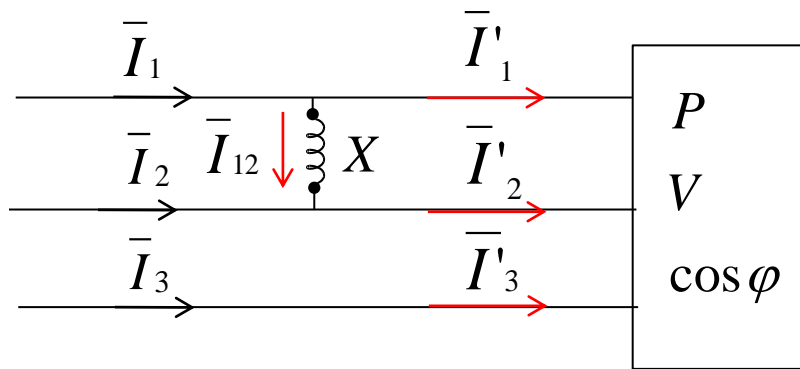
$$\begin{bmatrix} (2 + j5 - j40 + 2 + j5) & (2 + j5) & -j40 \\ (2 + j5) & (2 + j5 + 50 + 2 + j5) & -50 \\ -j40 & -50 & (50 + j30 - j40) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \\ \bar{J}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -208\angle 10^\circ - 208\angle -110^\circ \\ -208\angle 10^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (4 - j30) & (2 + j5) & -j40 \\ (2 + j5) & (54 + j10) & -50 \\ -j40 & -50 & (50 - j10) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \\ \bar{J}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 208\angle 130^\circ \\ 208\angle 190^\circ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -133.7 + j159.346 \\ -204.84 - j36.19 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{J}_2 = \bar{I}_{bB} = -8.9249 + j1.8181 = 9.108\angle 168.486^\circ$$

$$\bar{J}_3 = \bar{I}_{BC} = -5.4542 + j0.7208 = 5.5016\angle 179.24^\circ$$

# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



Determinare i valori efficaci delle tre correnti di linea.

Tracciare il diagramma fasoriale.

$$V = 400V \text{ (val. efficace)}$$

$$P = 10kW \quad \cos \varphi = 1 \quad X = 20\Omega$$

La terna  $\bar{I}'_1, \bar{I}'_2, \bar{I}'_3$  è una terna equilibrata, essendo il carico trifase equilibrato. Non altrettanto si può dire della terna delle correnti di linea  $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$  a causa del carico monofase collegato tra le due fasi.

Il valore efficace delle correnti  $\bar{I}'$  è: 
$$I' = \frac{P}{\sqrt{3}V \cos \varphi} = \frac{10 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 1} = 14,43A$$

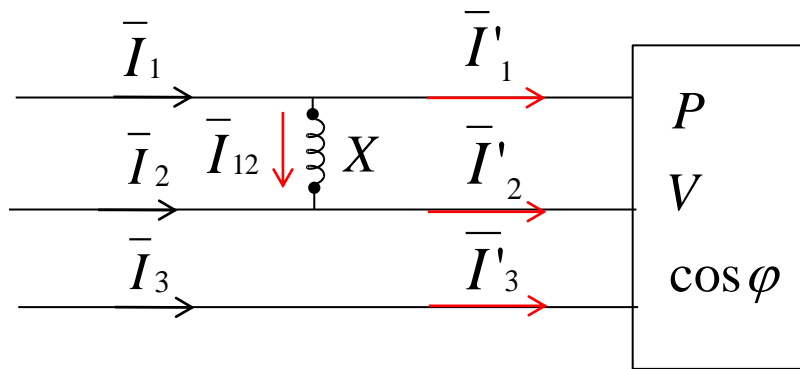
Prendendo come riferimento la tensione concatenata  $\bar{V}_{12}$  ed essendo  $\cos \varphi = 0^\circ$ , la terna delle correnti  $\bar{I}'$  sarà sfasata di  $30^\circ$  in ritardo rispetto alla terna delle tensioni concatenate.

$$\bar{I}'_1 = 14,43 \angle -30^\circ = 12,5 - j7,2;$$

$$\bar{I}'_2 = 14,43 \angle -150^\circ = -12,5 - j7,2;$$

$$\bar{I}'_3 = 14,43 \angle 90^\circ = j14,43$$

# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



Determinare i valori efficaci delle tre correnti di linea.

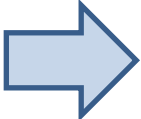
Tracciare il diagramma fasoriale.

$$V = 400V \text{ (val. efficace)}$$

$$P = 10kW \quad \cos \varphi = 1 \quad X = 20\Omega$$

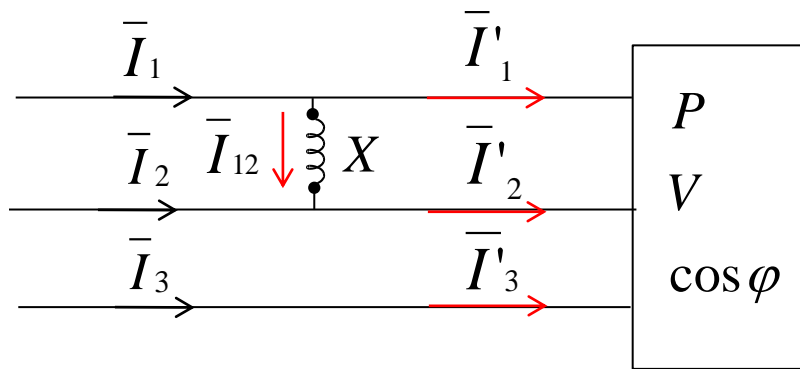
La corrente  $\bar{I}_{12}$  sarà: 
$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{V}_{12}}{jX} = \frac{400}{j20} = -j20$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}'_1 + \bar{I}_{12} = 12,5 - j7,2 - j20 = 12,5 - j27,2 = 29,93 \angle -65,31^\circ$$


$$\bar{I}_2 = \bar{I}'_2 - \bar{I}_{12} = -12,5 - j7,2 + j20 = -12,5 + j12,9 = 17,89 \angle 134,32^\circ$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}'_3 = j14,43$$

# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



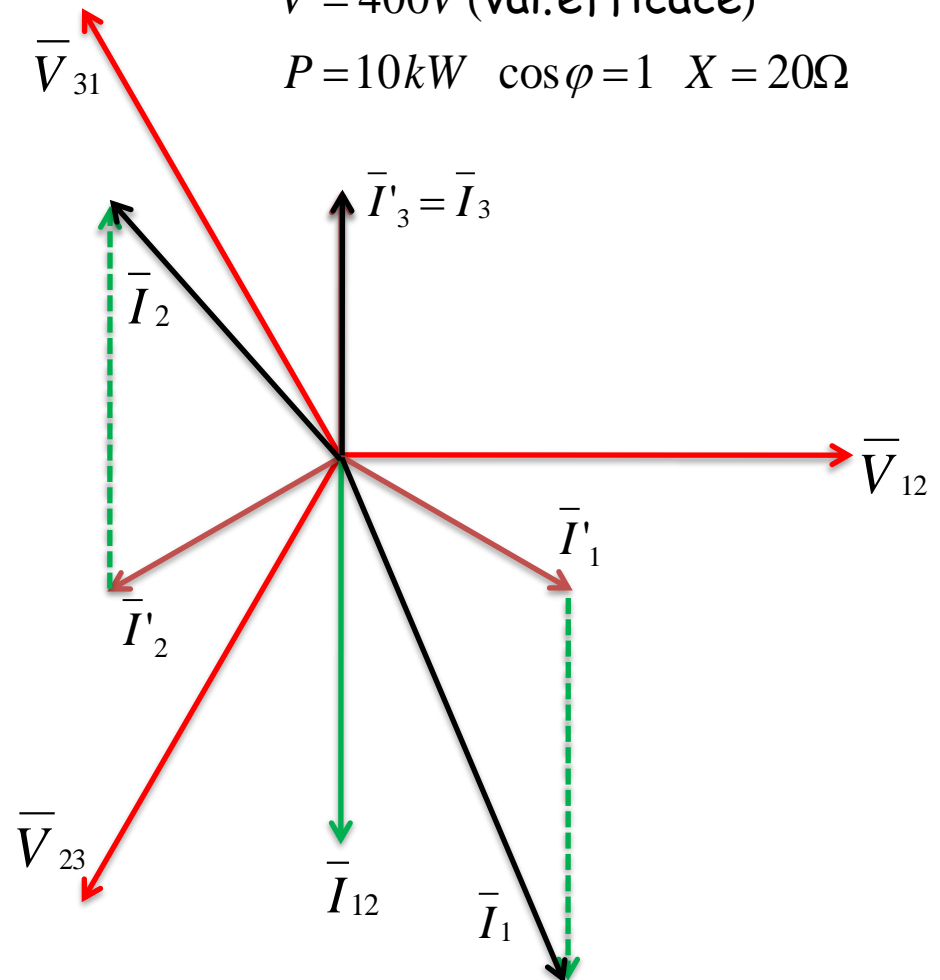
Determinare i valori efficaci delle tre correnti di linea.

Tracciare il diagramma fasoriale.

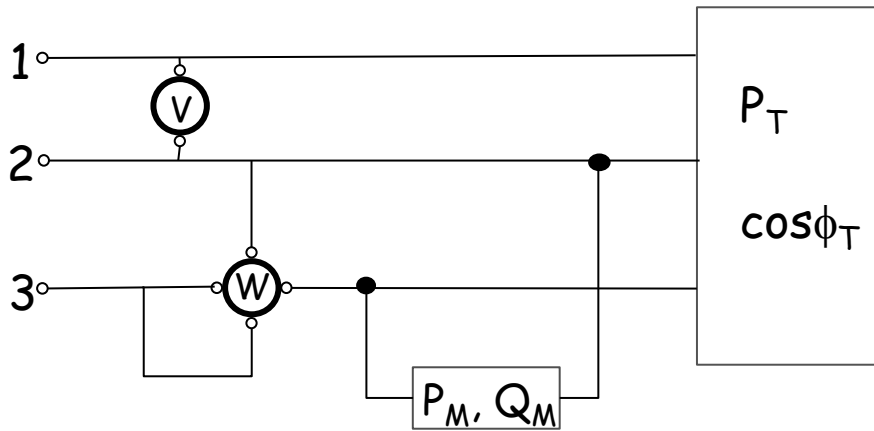
$$V = 400V \text{ (val. efficace)}$$

$$P = 10kW \quad \cos \varphi = 1 \quad X = 20\Omega$$

Diagramma fasoriale →



# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



Determinare la lettura del wattmetro nella rete trifase simmetrica che alimenta un carico trifase equilibrato **T** e un carico monofase **M**.  
 Siano  $V=400V$ ;  $P_T= 15kW$ ;  
 $\cos\phi_T= 0,7$  (rit.);  $P_M=3kW$ ;  $Q_M=-1kVAR$ .

Il Wattmetro legge  $W \rightarrow \Re\{\bar{V}_{32}\bar{I}_3^*\}$

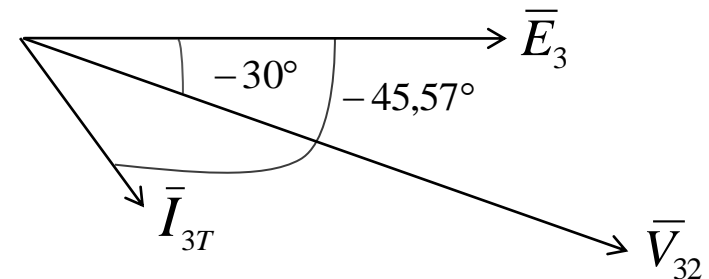
Scegliamo come riferimento il fasore  $\bar{E}_3 = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$

La tensione concatenata vale  $\bar{V}_{32} = 400 \angle -30^\circ$

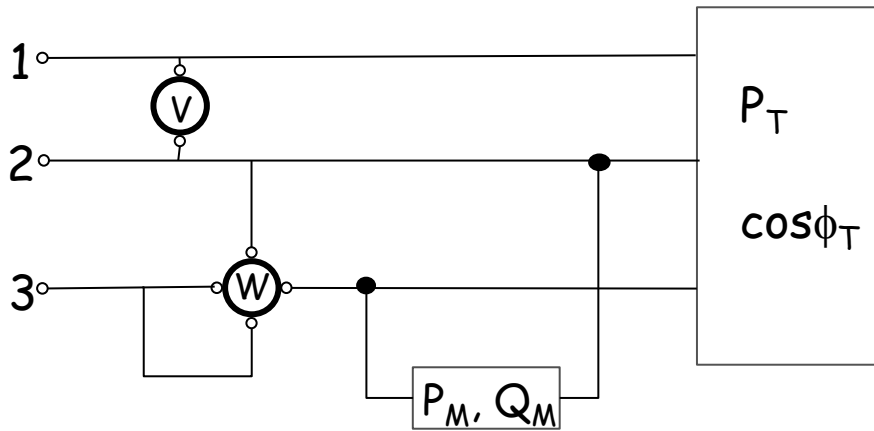
$$I_{3T} = \frac{P_T}{\sqrt{3}V \cos \varphi_T} = \frac{15000}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,7} = 30,9A$$

$$\varphi_T = \arccos(0,7) = 45,57^\circ(\text{rit.})$$

$$\bar{I}_{3T} = 30,9 \angle -45,57^\circ = 21,6 - j22,1$$



# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



Determinare la lettura del wattmetro nella rete trifase simmetrica che alimenta un carico trifase equilibrato **T** e un carico monofase **M**.

Siano  $V=400V$ ;  $P_T=15kW$ ;  
 $\cos\phi_T=0,7$  (rit.);  $P_M=3kW$ ;  $Q_M=-1kVAR$ .

Per il carico monofase si ha:  $\varphi_M = \arctan \frac{Q_M}{P_M} = \arctan \frac{1000}{3000} = 18,43^\circ \text{ ant.} \Rightarrow \cos \varphi_M = 0,95 \text{ ant}$

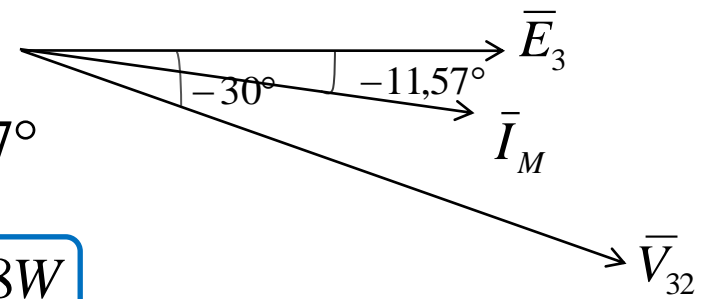
$$I_M = \frac{P_M}{V_{32} \cdot \cos \varphi_M} = \frac{3000}{400 \cdot 0,95} = 7,9 \text{ A}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_M = 7,9 \angle -11,57^\circ = 7,7 - j1,6$$

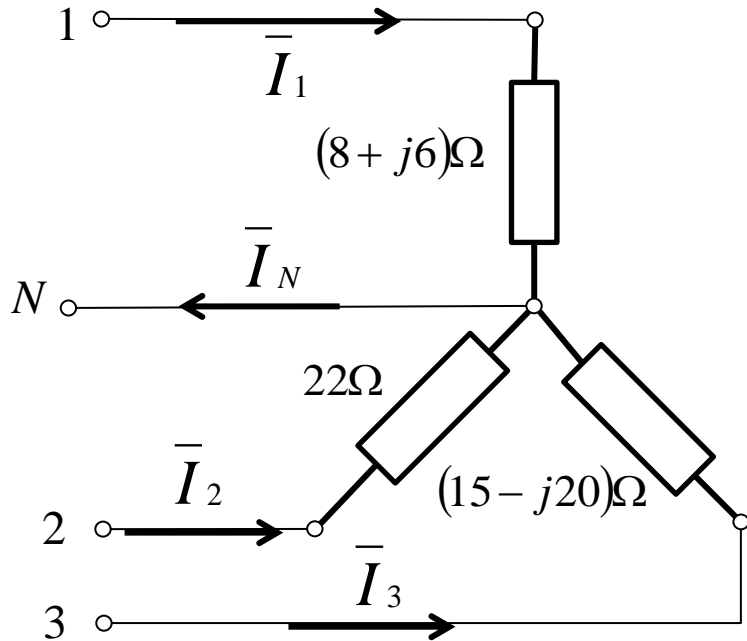
$$\varphi_{I_M} = \varphi_{V_{32}} - \varphi_M = -30^\circ - (-18,43^\circ) = -11,57^\circ$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{3T} + \bar{I}_M = 29,3 - j23,7 = 37,68 \angle -38,97^\circ$$

$$W \rightarrow \Re\{400 \angle -30^\circ \cdot 37,68 \angle +38,97^\circ\} = \boxed{14888W}$$



# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



Il circuito in figura è alimentato da una terna simmetrica di tensioni. Il valore nominale delle tensioni concatenate è di 380V. Il centro stella del carico è collegato a terra tramite un conduttore neutro di impedenza trascurabile.

Determinare: a) le 3 correnti di linea e la corrente che percorre il neutro; b) le potenze attiva e reattiva totali assorbite dal carico; c) il fattore di potenza complessivo del carico.

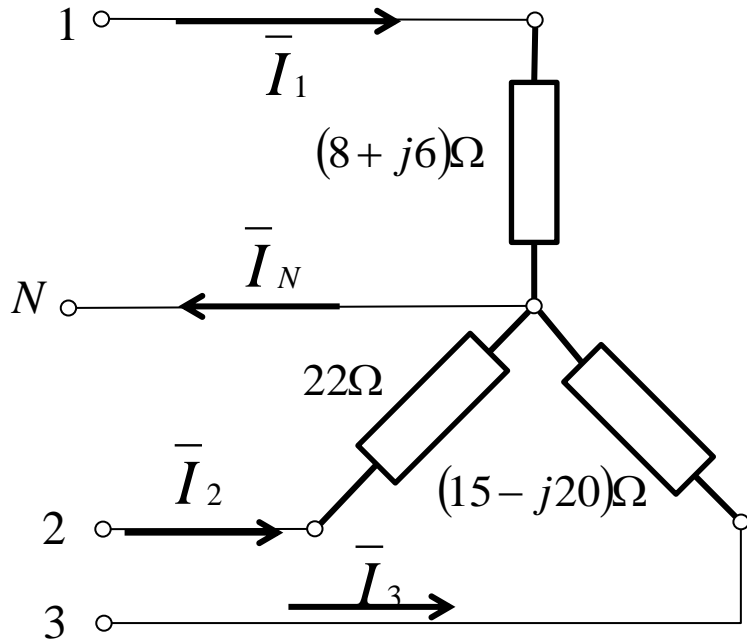
Poichè il neutro ha impedenza nulla, il centro stella del carico ha lo stesso potenziale del centro

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1}{8 + j6} = \frac{220}{8 + j6} = 17,6 - j13,2 \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{22} = \frac{220 \angle -120^\circ}{22} = -5 - j8,66$$
$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{E}_3}{15 - j20} = \frac{220 \angle 120^\circ}{15 - j20} = -8,737 + j1,053$$

Per continuità, la corrente che attraversa il conduttore neutro vale:

$$\bar{I}_N = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 17,6 - j13,2 - 5 - j8,66 - 8,737 + j1,053 = 3,863 - j20,807$$

# Esercizio: Sistemi Trifase Squilibrati



Il circuito in figura è alimentato da una terna simmetrica di tensioni. Il valore nominale delle tensioni concatenate è di 380V. Il centro stella del carico è collegato a terra tramite un conduttore neutro di impedenza trascurabile.

Determinare: a) le 3 correnti di linea e la corrente che percorre il neutro; b) le potenze attiva e reattiva totali assorbite dal carico; c) il fattore di potenza complessivo del carico.

La potenza complessa assorbita dal carico è pari alla somma delle potenze relative alle tre fasi:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{tot} &= \bar{E}_1 \bar{I}_1^* + \bar{E}_2 \bar{I}_2^* + \bar{E}_3 \bar{I}_3^* = \\ &= 220 \cdot (17,6 + j13,2) + 220 \angle -120^\circ \cdot (-5 + j8,66) + 220 \angle 120^\circ \cdot (-8,737 - j1,053) = \\ &= 7233,65 + j1355,236 \end{aligned}$$

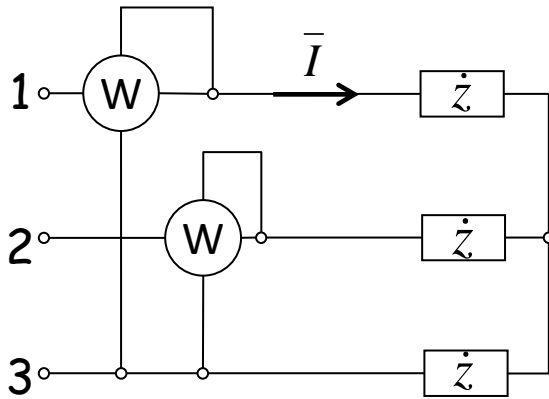
da cui:

$$P_{tot} = 7233,65W \quad Q_{tot} = 1355,236VAR$$

Il fattore di potenza complessivo del carico viene dedotto dai valori di potenza:

$$\cos \varphi_{tot} = \cos \left[ \arctan \left( \frac{Q_{tot}}{P_{tot}} \right) \right] = \cos \left[ \arctan \left( \frac{1355,236}{7233,65} \right) \right] = \cos(10,61^\circ) = 0,983$$

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase



Consideriamo un sistema trifase  
simmetrico ed equilibrato caratterizzato  
dai seguenti parametri:

$$V=380V; P_{13}=600W; P_{23}=-200W.$$

Determinare l'impedenza del carico  $Z$ .

I due wattmetri sono inseriti in Aron:  $P = P_{13} + P_{23} = \sqrt{3} \cdot VI \cos \varphi = 400W$

$$Q = \sqrt{3} \cdot (P_{23} - P_{13}) = \sqrt{3} \cdot VI \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 800VAR$$

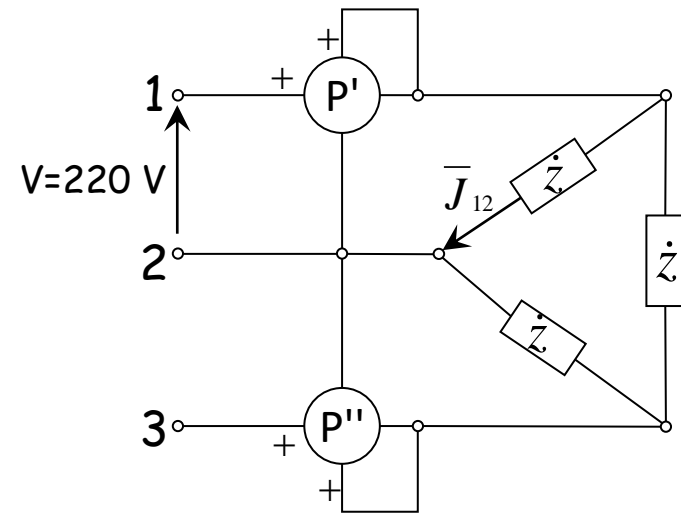
Dal triangolo delle potenze si ricava che:  $\varphi = \arctan \frac{Q}{P} = 74^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0,28$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot V \cos \varphi} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,28} = 2,17A$$

L'impedenza  $Z$  ha per modulo:  $|\dot{z}| = \frac{V/\sqrt{3}}{I} = 101,1 \Omega$

$$\Rightarrow \dot{z} = z \cdot e^{j\varphi} = 101,1 \cdot e^{j74^\circ} = 101,1 \cdot (\cos 74^\circ + j \sin 74^\circ) = \boxed{28,3 + j97,2}$$

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase



Il circuito trifase di sequenza diretta, con tensione concatenata di 220 V (valore efficace), alimenta un carico equilibrato collegato a triangolo. Due wattmetri collegati in ARON misurano rispettivamente  $P'=1200\text{ W}$  e  $P''=600\text{ W}$ .

Determinare l'impedenza del carico bilanciato collegato a triangolo.

L'impedenza del carico ha modulo pari al rapporto tra la tensione concatenata e la corrente di fase J.

Dalla lettura dei due wattmetri è possibile ricavare le potenze attiva reattiva del sistema.

$$P' = 1200\text{ W} \quad ; \quad P'' = 600\text{ W} \Rightarrow P = P' + P'' = 1800\text{ W} = \sqrt{3} \cdot VI \cos \varphi$$

$$(P'' - P')\sqrt{3} = Q \quad Q = 1039,2\text{ VAR capacitivi} \quad Q = \sqrt{3} \cdot VI \sin \varphi$$

da cui  $\varphi = \arctan \frac{Q}{P} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$  in anticipo

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot V \cos \varphi} = \frac{1800}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,866} = 5,45\text{ A}$$

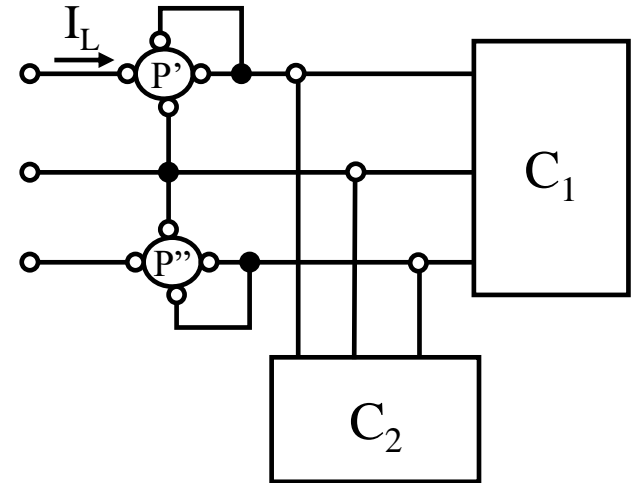
$$J = \frac{I}{\sqrt{3}} = 3,15\text{ A}$$

$$|\dot{z}| = \frac{V}{J} = 69,84\ \Omega \Rightarrow \dot{z} = 69,84 \angle -30^\circ$$

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase

Una linea trifase alimenta, con un sistema simmetrico diretto di tensioni, con valore efficace delle tensioni concatenate pari a 380 V, un carico trifase equilibrato ohmico-induttivo con potenza attiva pari a 5kW e fattore di potenza pari a 0.8. Determinare:

- Le indicazioni dei due wattmetri in inserzione Aron;
- Successivamente si collega in parallelo al precedente un secondo carico ohmico-capacitivo e le indicazioni dei due wattmetri diventano:  $P' = 5500W$  e  $P'' = 2500W$ . Calcolare il fattore di potenza del secondo carico e la corrente di linea.



a) Poiché è  $P_{c_1} = P' + P''$  e  $Q_{c_1} = \sqrt{3}(P'' - P')$

ed essendo  $P_{c_1} = 5000W$  e  $Q_{c_1} = P_{c_1} \tan(\varphi_{c_1}) = 3750VAR$

sarà 
$$\begin{cases} P' + P'' = 5000 \\ P'' - P' = \frac{3750}{\sqrt{3}} \end{cases} \begin{cases} P' = 5000 - P'' \\ P'' - 5000 + P'' = \frac{3750}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

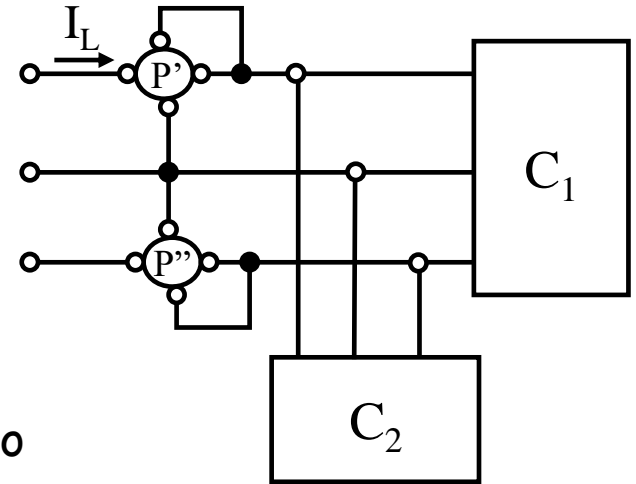
$$P'' = 3582.5W$$

$$P' = 1417.5W$$

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase

Una linea trifase alimenta, con un sistema simmetrico diretto di tensioni, con valore efficace delle tensioni concatenate pari a 380 V, un carico trifase equilibrato ohmico-induttivo con potenza attiva pari a 5kW e fattore di potenza pari a 0.8. Determinare:

- Le indicazioni dei due wattmetri in inserzione Aron;
- Successivamente si collega in parallelo al precedente un secondo carico ohmico-capacitivo e le indicazioni dei due wattmetri diventano:  $P' = 5500W$  e  $P'' = 2500W$ . Calcolare il fattore di potenza del secondo carico e la corrente di linea.



- b) Dopo l'inserzione del secondo carico le misure sono

$$P' = 5500W \quad P'' = 2500W$$

da cui, per il teorema di Boucherot

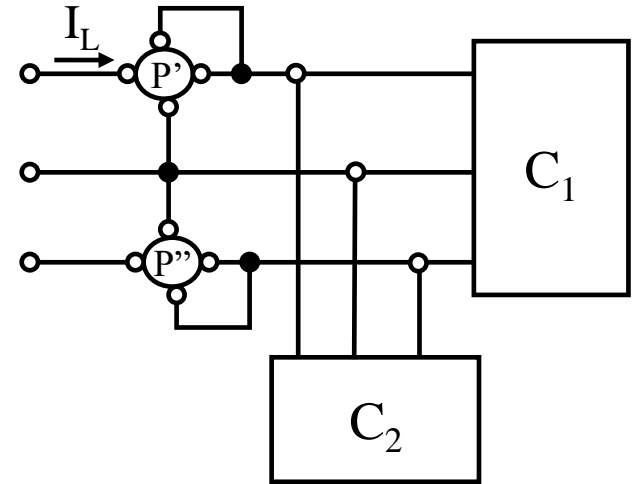
$$P' + P'' = P_{c_1} + P_{c_2} \rightarrow P_{c_2} = 5500 + 2500 - 5000 = 3000W$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3}(P'' - P') &= Q_{c_1} + Q_{c_2} \rightarrow Q_{c_2} = \sqrt{3}(P'' - P') - Q_{c_1} = \sqrt{3}(2500 - 5500) - 3750 = \\ &= -8946.15VAR \end{aligned}$$

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase

Una linea trifase alimenta, con un sistema simmetrico diretto di tensioni, con valore efficace delle tensioni concatenate pari a 380 V, un carico trifase equilibrato ohmico-induttivo con potenza attiva pari a 5kW e fattore di potenza pari a 0.8. Determinare:

- Le indicazioni dei due wattmetri in inserzione Aron;
- Successivamente si collega in parallelo al precedente un secondo carico ohmico-capacitivo e le indicazioni dei due wattmetri diventano:  $P' = 5500W$  e  $P'' = 2500W$ . Calcolare il fattore di potenza del secondo carico e la corrente di linea.



Inoltre è 
$$P_T = P_{c_1} + P_{c_2} = 5000 + 3000 = 8000W$$

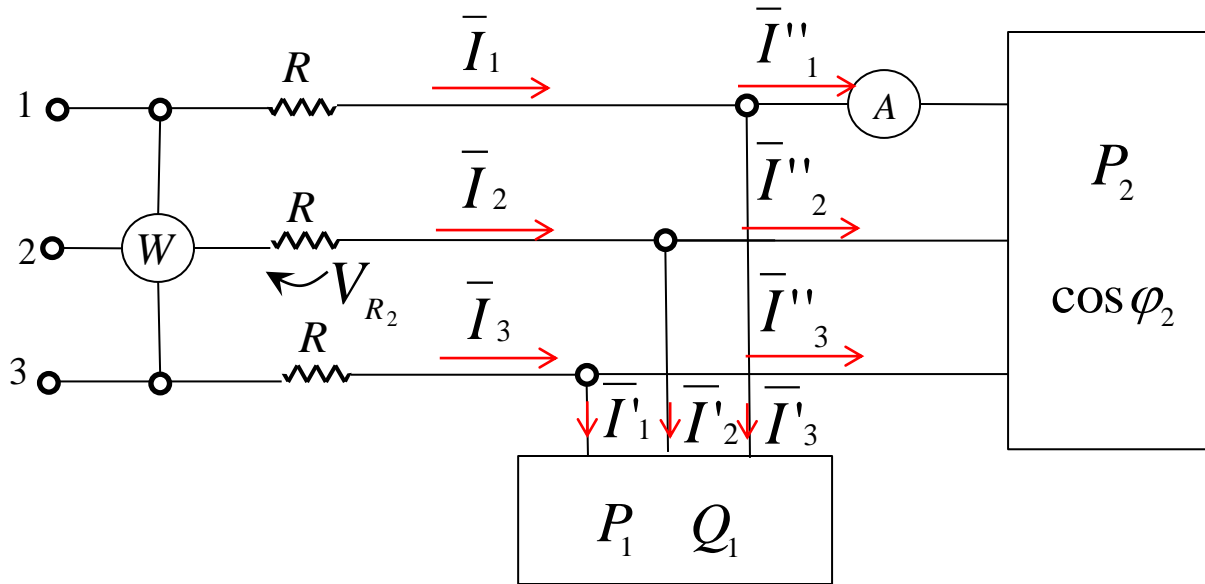
$$Q_T = Q_{c_1} + Q_{c_2} = 3750 - 8946.15 = -5196.15VAR$$

Il fattore di potenza del nuovo carico è  $\cos \varphi_{c_2} = \cos( \arctan \frac{Q_{c_2}}{P_{c_2}} ) = 0.318$

$$P_T = \sqrt{3}VI_L \cos \varphi_T \quad \cos \varphi_T = \cos(\arctan \frac{Q_T}{P_T}) = 0.84$$

La corrente di linea sarà 
$$I_L = \frac{P_T}{\sqrt{3}V \cos \varphi_T} = \frac{8000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0.84} = 14.5A$$

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase



Determinare la lettura del wattmetro sapendo che: la lettura dell'ampereometro è pari a 5 A,  $P_2=2425\text{W}$ ,  $\cos\varphi_2=0.7$  (rit),  $P_1=1500\text{W}$ ,  $Q_1=-1000\text{VAR}$ ,  $R=10\Omega$ . Il sistema è simmetrico ed equilibrato.

Nota la lettura dell'ampereometro si ricava il valore efficace della tensione concatenata sul carico:

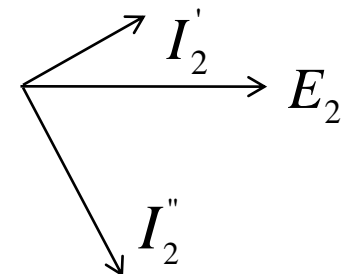
$$V_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3}I_2 \cos\varphi_2} = \frac{2425}{\sqrt{3} \cdot 5 \cdot 0.7} = 400\text{V}$$

La stessa tensione concatenata si ha sul carico 1, da cui:

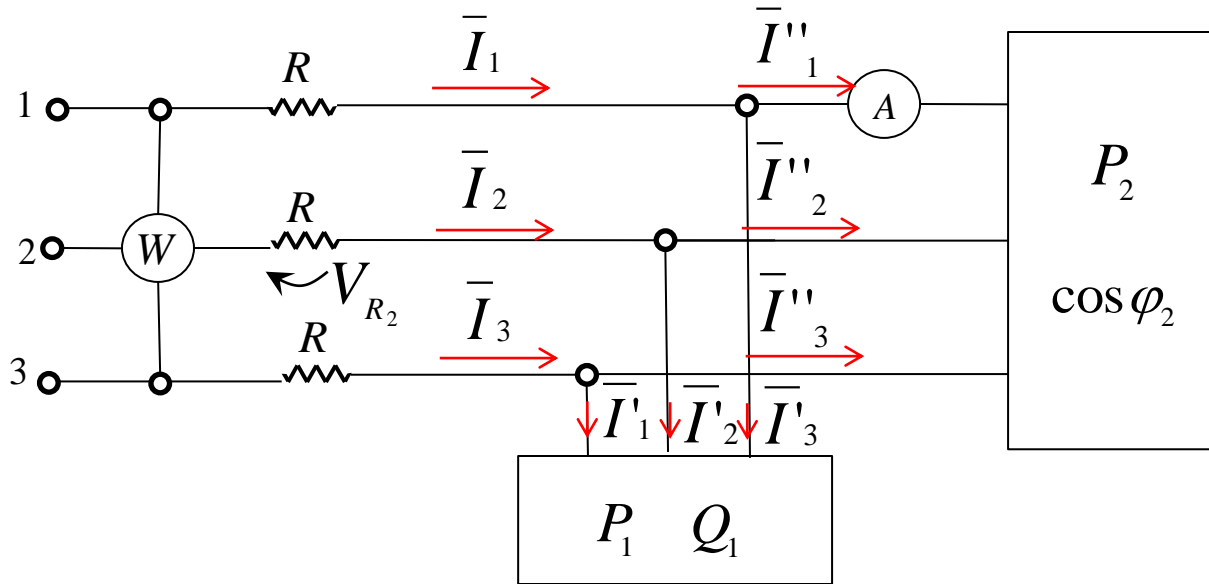
$$I_2' = \frac{P_1}{\sqrt{3}V \cos\varphi_1} \quad \varphi_1 = \arctan \frac{Q_1}{P_1} = 33.7^\circ \text{ (anticipo)} \quad I_2' = \frac{1500}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0.83} = 2.6\text{A}$$

Prendendo come riferimento la tensione stellata della fase 2 si ha:

$$\bar{I}_2' = 2.6 \angle 33.7^\circ \quad \varphi_2 = \arccos(0.7) = 45.6^\circ \quad \bar{I}_2'' = 5 \angle -45.6^\circ$$



# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase



Determinare la lettura del wattmetro sapendo che: la lettura dell'ampereometro è pari a 5 A,  $P_2=2425\text{W}$ ,  $\cos\varphi_2=0.7$  (rit),  $P_1=1500\text{W}$ ,  $Q_1=-1000\text{VAR}$ ,  $R=10\Omega$ . Il sistema è simmetrico ed equilibrato.

La corrente  $I_2$  che attraversa l'ampereometrica del wattmetro è:

$$\bar{I}_2 = \bar{I}'_2 + \bar{I}''_2 = 2.6 \angle 33.7^\circ + 5 \angle -45.6^\circ = 5.66 - j2.13 = 5.99 \angle -20.62^\circ$$

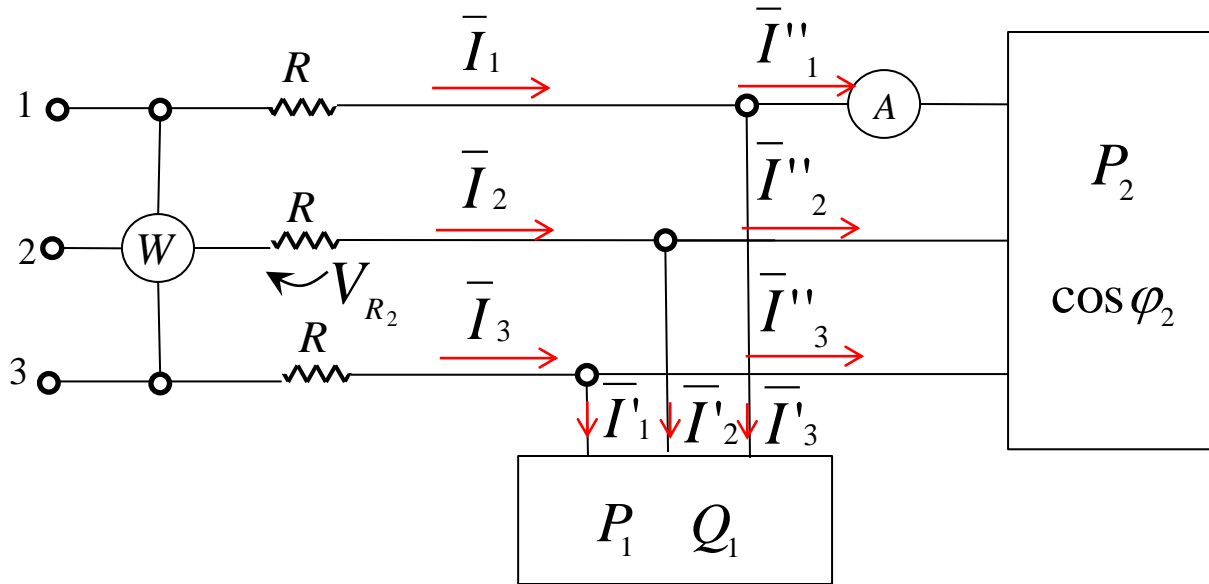
La caduta di tensione sulla resistenza R è:

$$\bar{V}_{R_2} = R \cdot \bar{I}_2 = 10 \cdot 5.99 \angle -20.62^\circ = 59.9 \angle -20.62^\circ = 56.6 - j21.3$$

La tensione stellata nella sezione 1-2-3 è:

$$\bar{E}_2^* = \bar{E}_2 + \bar{E}_{R_2} = \frac{400}{\sqrt{3}} + 56.6 - j21.3 = 287.54 - j21.3 = 288.33 \angle -4.24^\circ$$

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase



Determinare la lettura del wattmetro sapendo che: la lettura dell'ampereometro è pari a 5 A,  $P_2=2425\text{W}$ ,  $\cos\varphi_2= 0.7$  (rit),  $P_1=1500\text{ W}$ ,  $Q_1=-1000\text{ VAR}$ ,  $R = 10\Omega$ . Il sistema è simmetrico ed equilibrato.

La  $\bar{V}_{13}$  è sfasata in anticipo di  $90^\circ$  rispetto ad  $\bar{E}_2^*$  da cui:

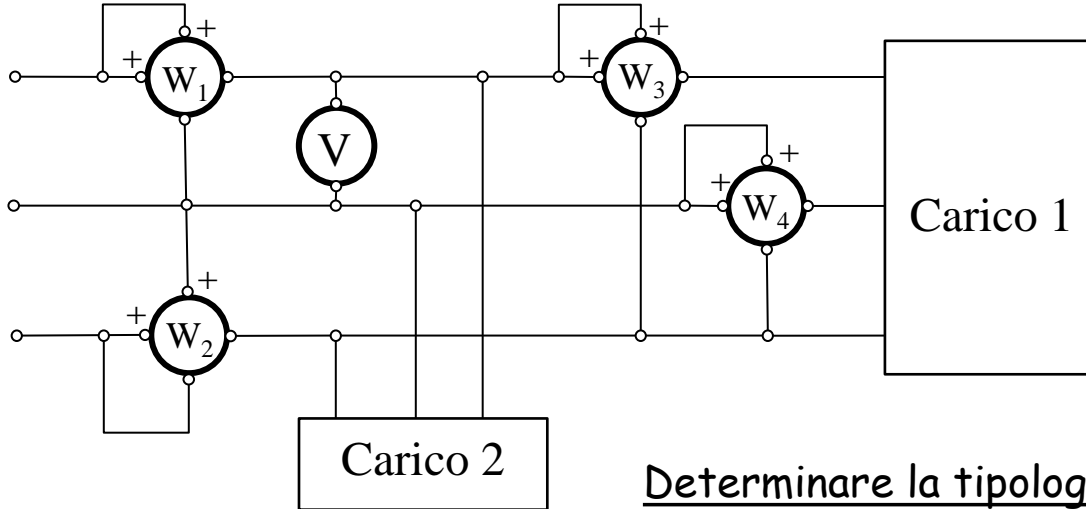
$$\bar{V}_{13} = \sqrt{3}\bar{E}_2^* \cdot e^{j90^\circ} = 499.4 \angle 85.76^\circ$$

$$\angle(\bar{V}_{13} \bar{I}_2) = 85.76^\circ + 20.62^\circ = 106.38^\circ$$

La lettura del wattmetro è:

$$W = V_{13} I_2 \cos(\angle(\bar{V}_{13} \bar{I}_2)) = 499.4 \cdot 5.99 \cdot \cos(106.38^\circ) = \boxed{-843.59\text{ W}}$$

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase



Il sistema trifase in figura è simmetrico ed equilibrato. La terna di tensioni di alimentazione è diretta. Le indicazioni degli strumenti forniscono

$$W_1 \rightarrow 500W; W_2 \rightarrow 2500W;$$

$$W_3 \rightarrow 100W; W_4 \rightarrow 400W; V = 400V$$

Determinare la tipologia dei due carichi, le correnti assorbite dai due carichi, e le correnti di linea.

I wattmetri inseriti in Aron forniscono i seguenti valori delle potenze attiva e reattiva

assorbite dal carico 1:  $P_1 = W_3 + W_4 = 500W$     $Q_1 = \sqrt{3}(W_3 - W_4) = -519,6VAR$

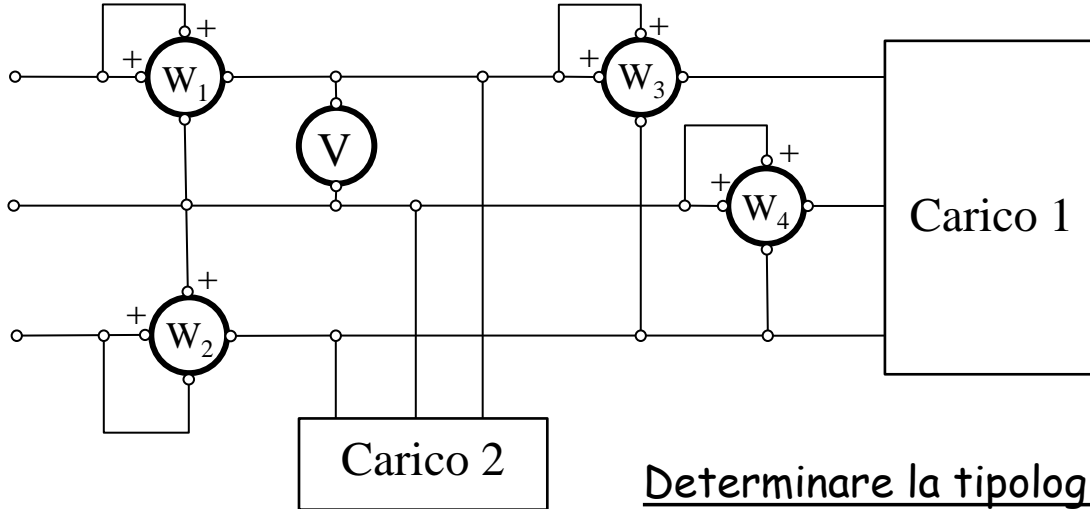
$$\cos \varphi_1 = \cos(\arctg \frac{Q_1}{P_1}) = \cos 46,10^\circ = 0,69 \text{ ant.} \quad \text{Carico ohmico - capacitivo}$$

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = \sqrt{500^2 + 519,6^2} = 721,1VA \Rightarrow I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3}V} = \frac{721,1}{\sqrt{3} \cdot 400} = 1,04A$$

Prendendo  $\bar{V}_{12}$  come riferimento,  $\bar{I}_{1A}$  è sfasata di  $46,10^\circ$  rispetto ad  $\bar{E}_1$  a sua volta sfasata di  $30^\circ$  in ritardo rispetto a  $\bar{V}_{12}$

$$\begin{cases} \bar{I}_{1A} = 1,04 \angle 16,10^\circ \\ \bar{I}_{1B} = 1,04 \angle -103,9^\circ \\ \bar{I}_{1C} = 1,04 \angle +136,1^\circ \end{cases} \quad \text{terna diretta}$$

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase



Il sistema trifase in figura è simmetrico ed equilibrato. La terna di tensioni di alimentazione è diretta. Le indicazioni degli strumenti forniscono

$$W_1 \rightarrow 500W; W_2 \rightarrow 2500W;$$

$$W_3 \rightarrow 100W; W_4 \rightarrow 400W; V = 400V$$

Determinare la tipologia dei due carichi, le correnti assorbite dai due carichi, e le correnti di linea.

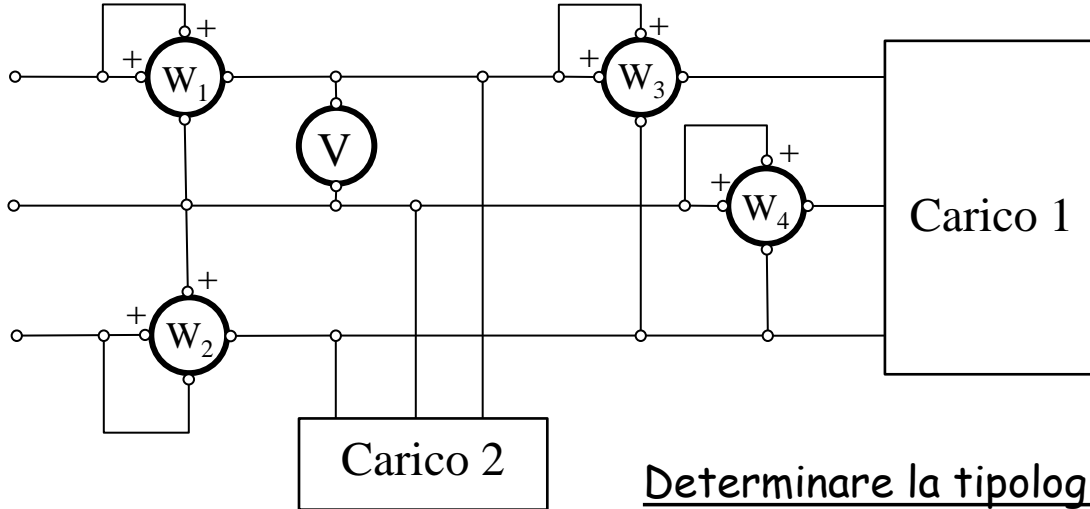
Per il complesso dei carichi 1+2 risulta:

$$P_T = W_1 + W_2 = 3000W \quad Q_T = \sqrt{3}(W_2 - W_1) = 3464,10VAR$$

$$\cos \varphi_T = \cos(\arctg \frac{Q_T}{P_T}) = \cos 49,11^\circ = 0,65 \text{ rit.} \quad \text{Carico ohmico - induttivo}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 4582,6VA \Rightarrow I_T = \frac{S_T}{\sqrt{3}V} = \frac{4582,6}{\sqrt{3} \cdot 400} = 6,61A$$

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase



Il sistema trifase in figura è simmetrico ed equilibrato. La terna di tensioni di alimentazione è diretta. Le indicazioni degli strumenti forniscono

$$W_1 \rightarrow 500W; W_2 \rightarrow 2500W;$$

$$W_3 \rightarrow 100W; W_4 \rightarrow 400W; V = 400V$$

Determinare la tipologia dei due carichi, le correnti assorbite dai due carichi, e le correnti di linea.

Di conseguenza, per il carico 2 risulta:

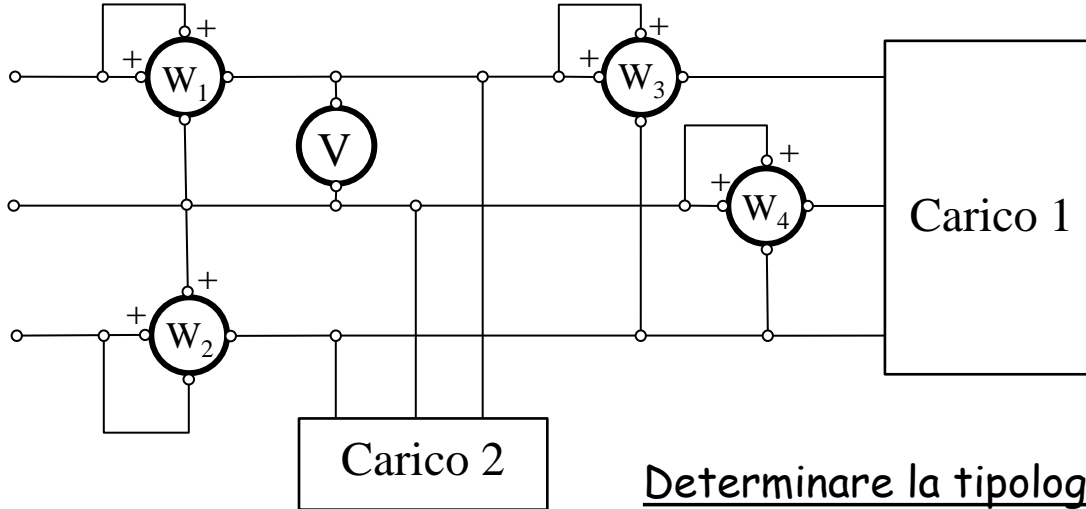
$$P_2 = P_T - P_1 = 3000 - 500 = 2500W \quad Q_2 = Q_T - Q_1 = 3464,10 - (-519,6) = 3983,7VAR$$

$$\cos \varphi_2 = \cos\left(\arctg \frac{3983,7}{2500}\right) = \cos 57,9^\circ = 0,532 \text{ rit.}$$

$$S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = 4703,2VA \Rightarrow I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3}V} = \frac{4703,2}{\sqrt{3} \cdot 400} = \boxed{6,79A}$$

Il carico 2 è di tipo ohmico-induttivo

# Esercizio: Potenze nei sistemi trifase



Il sistema trifase in figura è simmetrico ed equilibrato. La terna di tensioni di alimentazione è diretta. Le indicazioni degli strumenti forniscono

$$W_1 \rightarrow 500W; W_2 \rightarrow 2500W;$$

$$W_3 \rightarrow 100W; W_4 \rightarrow 400W; V = 400V$$

Determinare la tipologia dei due carichi, le correnti assorbite dai due carichi, e le correnti di linea.

$\bar{I}_{2A}$  è sfasata di  $57,9^\circ$  in ritardo rispetto ad  $\bar{E}_1$  quindi ha fase  $57,9^\circ + 30^\circ$

$$\begin{cases} \bar{I}_{2A} = 6,79 \angle -87,9^\circ \\ \bar{I}_{2B} = 6,79 \angle -207,9^\circ \\ \bar{I}_{2C} = 6,79 \angle +32,1^\circ \end{cases} \quad \text{terna diretta}$$

La corrente di linea ha valore efficace  $\bar{I}_T = 6,61A$  ed è sfasata di  $49,11^\circ$  in ritardo rispetto ad  $\bar{E}_1$

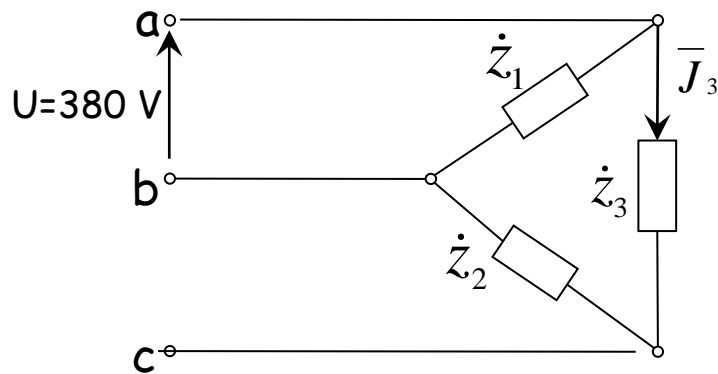
$$\begin{cases} \bar{I}_{TA} = 6,61 \angle -79,11^\circ \\ \bar{I}_{TB} = 6,61 \angle -199,11^\circ \\ \bar{I}_{TC} = 6,61 \angle +40,89^\circ \end{cases} \quad \text{terna diretta}$$

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase

Ad una linea trifase senza neutro con tensione concatenata  $U=380V$  e frequenza  $f=50Hz$  sono collegati i seguenti carichi:

- Carico monofase con  $P_1=3kW$ ;  $\cos\varphi_1=0.7$  connesso tra la fase a e la fase b;
- Carico monofase con  $S_2=5kVAR$ ;  $\cos\varphi_2=0.65$  connesso tra la fase b e la fase c;
- Carico monofase che assorbe una corrente  $J_3=10A$ ;  $\cos\varphi_2=0.6$  connesso tra la fase c e la fase b.

Calcolare il valore della capacità che si deve impegnare per portare il fattore di potenza complessivo dell'impianto a 0.8 (ritardo). Definire che tipo di collegamento effettuare per i condensatori di rifasamento.



$$P_1 = 3kW; \quad \cos\varphi_1 = 0.7 \rightarrow Q_1 = 3060VAR$$

$$P_2 = S_2 \cos\varphi_2 = 5000 \cdot 0.65 = 3250W$$

$$\rightarrow Q_2 = S_2 \sin\varphi_2 = 3800VAR$$

$$P_3 = UJ_3 \cos\varphi_3 = 380 \cdot 10 \cdot 0.6 = 2280W$$

$$\rightarrow Q_3 = UJ_3 \sin\varphi_3 = 3040VAR$$

I carichi sono tutti prevalentemente induttivi quindi il fattore di potenza complessivo è in ritardo.

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 8530W$$

$$\tan\varphi_T = 1.16 \rightarrow \varphi_T = 49.25^\circ$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 9900VAR$$

$$\cos\varphi_T = 0.65$$

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase

Ad una linea trifase senza neutro con tensione concatenata  $U=380V$  e frequenza  $f=50Hz$  sono collegati i seguenti carichi:

- Carico monofase con  $P_1=3kW$ ;  $\cos\varphi_1=0.7$  connesso tra la fase **a** e la fase **b**;
- Carico monofase con  $S_2=5kVAR$ ;  $\cos\varphi_2=0.65$  connesso tra la fase **b** e la fase **c**;
- Carico monofase che assorbe una corrente  $J_3=10A$ ;  $\cos\varphi_2=0.6$  connesso tra la fase **c** e la fase **b**.

Calcolare il valore della capacità che si deve impegnare per portare il fattore di potenza complessivo dell'impianto a 0.8 (ritardo). Definire che tipo di collegamento effettuare per i condensatori di rifasamento.

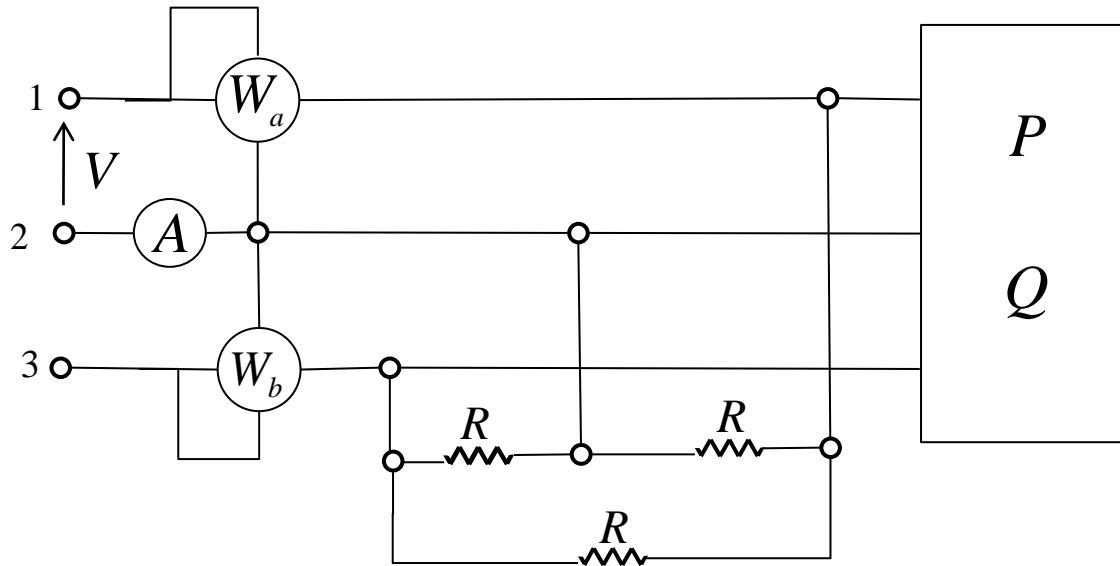
Dobbiamo rifasare a  $\cos\varphi_T^* = 0.8 \rightarrow \tan\varphi_T^* = 0.75$

➤ Condensatori a triangolo 
$$C = \frac{P_T (\tan\varphi_T - \tan\varphi_T^*)}{3U^2\omega} = \frac{8530(1.16 - 0.75)}{3 \cdot 380^2 \cdot 2\pi \cdot 50} = 25.7 \mu F$$

➤ Condensatori a stella 
$$C = \frac{P_T (\tan\varphi_T - \tan\varphi_T^*)}{3E^2\omega} = \frac{8530(1.16 - 0.75)}{3 \cdot 220^2 \cdot 2\pi \cdot 50} = 76.7 \mu F$$

Il collegamento a triangolo, per livello bassi di tensione del sistema, è da preferire al collegamento a stella che necessita valori superiori di capacità.

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase



La terna alimentante è simmetrica diretta, con valore efficace pari a 380 V.

$P=10\text{kW}$ ;  $Q=7\text{kVAR}$ ;  $R=1\text{k}\Omega$ ;  
 $f=50\text{Hz}$ .

- 1) Valutare l'indicazione dell'amperometro;
- 2) Valutare le indicazioni dei due wattmetri;
- 3) Rifasare a  $\cos\varphi=0.9$  alla sezione 1-2-3.

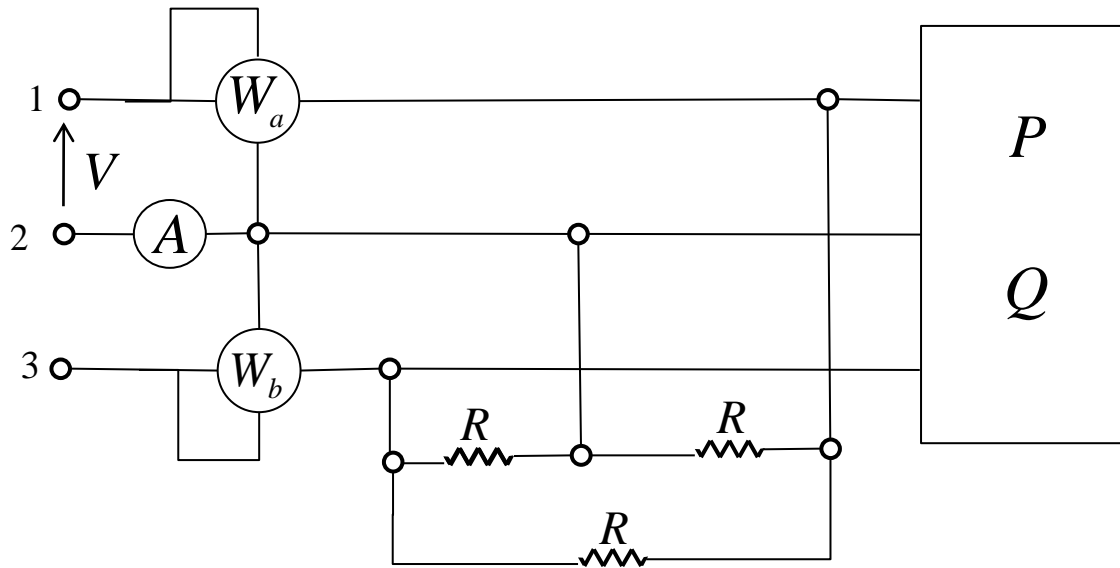
1) La totale potenza attiva assorbita alla sezione 1-2-3 è la somma delle potenze attive assorbite dal carico trifase e dalle 3 resistenze (**teorema di Boucherot**)

$$P_R = 3 \frac{V^2}{R} = 3 \frac{380^2}{1000} = 0.43\text{kW} \quad P_{tot} = 10.43\text{kW}$$

$$Q_{tot} = Q = 7\text{kVAR} \quad \dot{S}_{tot} = P_{tot} + jQ_{tot} \rightarrow S_{tot} = \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2} = \sqrt{10.43^2 + 7^2} = 12.56\text{kVA}$$

$$I = \frac{S_{tot}}{\sqrt{3}V} = \frac{12.56 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380} = 19.08\text{A}$$

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase



La terna alimentante è simmetrica diretta, con valore efficace pari a 380 V.

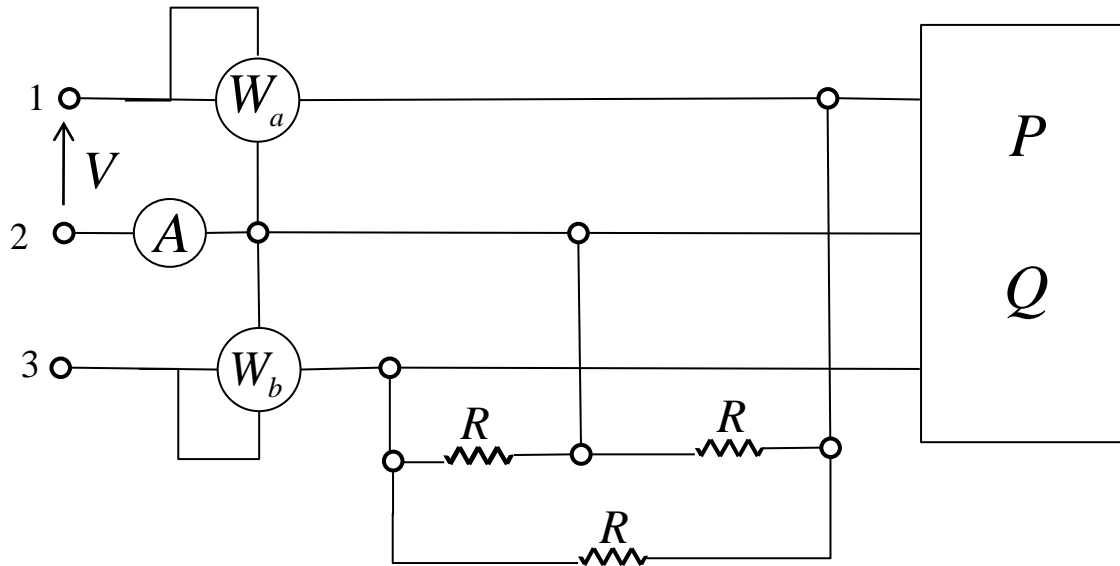
$P=10\text{kW}$ ;  $Q=7\text{kVAR}$ ;  $R=1\text{k}\Omega$ ;  
 $f=50\text{Hz}$ .

- 1) Valutare l'indicazione dell'amperometro;
- 2) Valutare le indicazioni dei due wattmetri;
- 3) Rifasare a  $\cos\varphi=0.9$  alla sezione 1-2-3.

2) I due wattmetri sono inseriti in Aron

$$\begin{cases} W_a + W_b = P_{tot} \\ W_b - W_a = \frac{Q_{tot}}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W_a + W_b = P_{tot} \\ W_b = 4.04 \cdot 10^3 + W_a \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} W_a = 3.20\text{kW} \\ W_b = 7.23\text{kVAR} \end{cases}}$$

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase



La terna alimentante è simmetrica diretta, con valore efficace pari a 380 V.

$P=10\text{kW}$ ;  $Q=7\text{kVAR}$ ;  $R=1\text{k}\Omega$ ;  
 $f=50\text{Hz}$ .

- 1) Valutare l'indicazione dell'amperometro;
- 2) Valutare le indicazioni dei due wattmetri;
- 3) Rifasare a  $\cos\varphi=0.9$  alla sezione 1-2-3.

3) Il fattore di potenza del carico totale visto alla sezione 1-2-3 è:

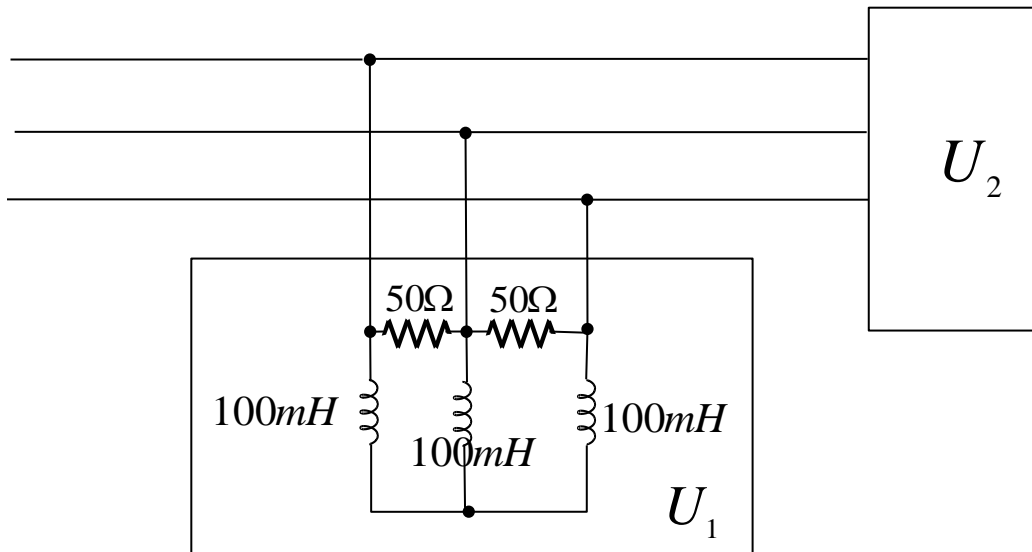
$$\cos\varphi = \cos\left(\arctg \frac{Q_{tot}}{P_{tot}}\right) = 0.83 \quad \text{Occorre rifasare a } \cos\varphi' = 0.9$$

$$Q_c = P_{tot} (tg\varphi - tg\varphi') = 10.43(tg33.9^\circ - tg25.84^\circ) = 1.95\text{kVAR capacitivi}$$

Dato il livello di tensione, occorre rifasare con un triangolo di condensatori del valore:

$$C_\Delta = \frac{Q_c}{3\omega V^2} = \frac{1.95 \cdot 10^3}{6\pi f \cdot 380^2} = 14.33\mu\text{F}$$

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase



Rifasare a  $\cos\phi=1$  il carico  $U_1+U_2$  con un banco di condensatori a triangolo. Determinare la capacità  $C_{\Delta}$  dei condensatori. I carichi sono alimentati da una terna simmetrica diretta di tensioni con valore efficace della tensione concatenata pari a 380 V alla frequenza di 50 Hz

$$P_2 = 3kW; \cos\phi_2 = 0.8(rit)$$

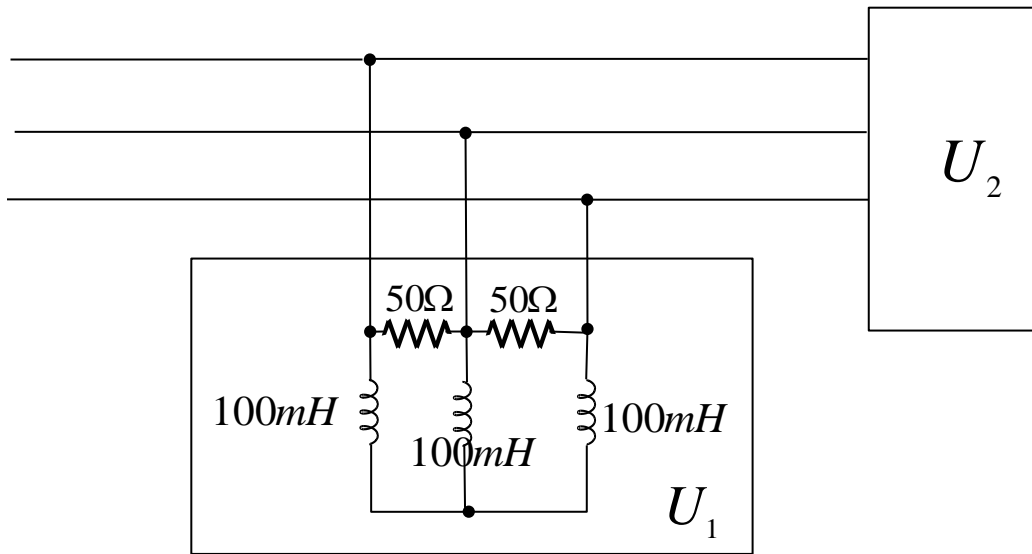
$$Q_2 = P_2 \cdot \operatorname{tg}\phi_2 = 3 \cdot \operatorname{tg}(\arccos 0.8) = 2,25kVAR$$

$$P_1 = 2 \frac{V^2}{R} = 2 \frac{380^2}{50} = 5,776kW \quad P_2 = 3kW$$

$$Q_2 = P_2 \cdot \operatorname{tg}\phi_2 = 3 \cdot \operatorname{tg}(\arccos 0.8) = 2,25kVAR$$

$$P_{tot} = P_1 + P_2 = 8.776kW \quad Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = 6.846kVAR$$

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase



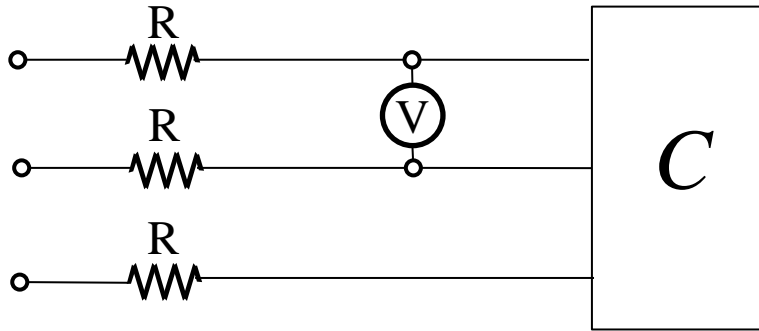
Rifasare a  $\cos\phi=1$  il carico  $U_1+U_2$  con un banco di condensatori a triangolo. Determinare la capacità  $C_\Delta$  dei condensatori. I carichi sono alimentati da una terna simmetrica diretta di tensioni con valore efficace della tensione concatenata pari a 380 V alla frequenza di 50 Hz

$$P_2 = 3kW; \cos\phi_2 = 0.8(rit)$$

$$\varphi_{tot} = \arctan\left(\frac{Q_{tot}}{P_{tot}}\right) = 37,96^\circ; \quad \cos\varphi_{tot} = 0,788$$

$$C_\Delta = \frac{P_{tot} \cdot \operatorname{tg}\varphi_{tot}}{3\omega V^2} = \frac{8776 \cdot \operatorname{tg}37,96^\circ}{3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 380^2} = 50,3\mu F$$

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase



Il carico è equilibrato ed è alimentato attraverso una linea trifase da una terna simmetrica di tensioni a frequenza  $f=50\text{Hz}$ .

Rifasare il carico  $C$  al valore  $\cos\varphi=0.9$  sapendo che il voltmetro misura un valore  $V_{\text{eff}}=380\text{V}$  e che  $R=5\Omega$  (resistenza di linea).

Inoltre il carico  $C$  ha i seguenti valori di potenza attiva e reattiva:  $P=1\text{kW}$ ,  $Q=1\text{kVAR}$ .

Dopo il rifasamento calcolare:

- 1) Il valore efficace della tensione misurata dal voltmetro
- 2) La potenza dissipata nella linea

$$\cos\varphi_1 = \cos(\arctg \frac{Q}{P}) = \cos(\arctg \frac{1}{1}) = 0.71 \Leftrightarrow \varphi_1 = 45^\circ$$

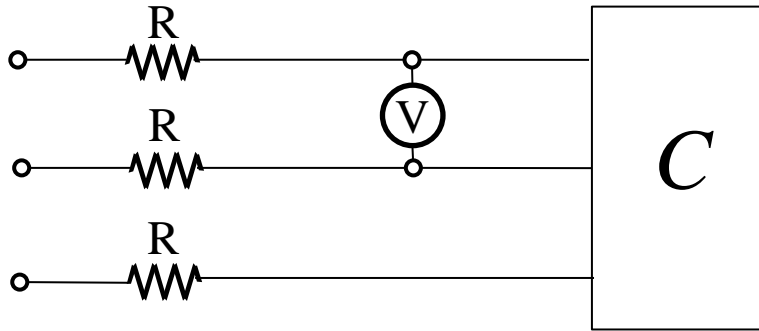
Per rifasare occorre connettere il carico ad una terna di condensatori che assorbano la potenza reattiva

$$Q_C = P(\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2) = 1000(\tan 45^\circ - \tan(\arccos(0.9))) = 515,67\text{VAR} \quad \text{capacitivi}$$

La terna di alimentazione è bassa quindi possiamo connettere una terna di capacitori collegati a triangolo

$$\frac{Q_C}{3} = V^2 \omega C_\Delta \Rightarrow C_\Delta = \frac{Q_C}{3V_{\text{eff}}^2 \omega} = \frac{515,67}{3 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 380^2} = 3,79\mu\text{F}$$

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase



Il carico è equilibrato ed è alimentato attraverso una linea trifase da una terna simmetrica di tensioni a frequenza  $f=50\text{Hz}$ .

Rifasare il carico  $C$  al valore  $\cos\varphi=0.9$  sapendo che il voltmetro misura un valore  $V_{\text{eff}}=380\text{V}$  e che  $R=5\Omega$  (resistenza di linea).

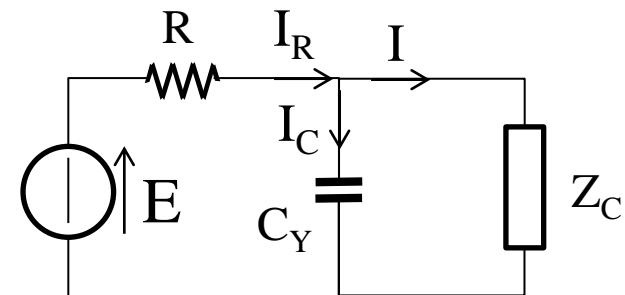
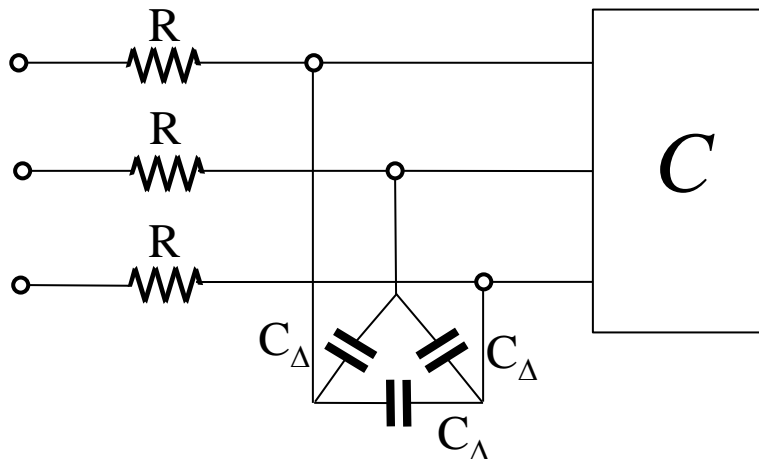
Inoltre il carico  $C$  ha i seguenti valori di potenza attiva e reattiva:  $P=1\text{kW}$ ,  $Q=1\text{kVAR}$ .

Dopo il rifasamento calcolare:

- 1) Il valore efficace della tensione misurata dal voltmetro
- 2) La potenza dissipata nella linea

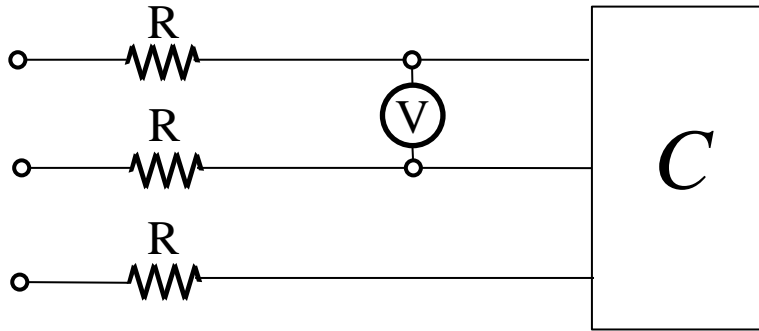
Il valore efficace della tensione misurata dal voltmetro è la stessa.

Per calcolare la potenza dissipata dal resistore facciamo riferimento al circuito monofase equivalente:



$$C_Y = 3C_\Delta = 11,37\mu\text{F}$$

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase



Il carico è equilibrato ed è alimentato attraverso una linea trifase da una terna simmetrica di tensioni a frequenza  $f=50\text{Hz}$ .

Rifasare il carico  $C$  al valore  $\cos\varphi=0.9$  sapendo che il voltmetro misura un valore  $V_{\text{eff}}=380\text{V}$  e che  $R=5\Omega$  (resistenza di linea).

Inoltre il carico  $C$  ha i seguenti valori di potenza attiva e reattiva:  $P=1\text{kW}$ ,  $Q=1\text{kVAR}$ .

Dopo il rifasamento calcolare:

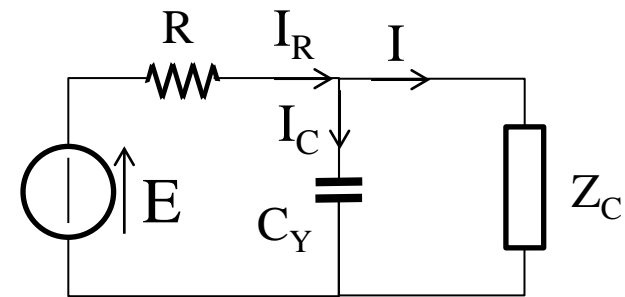
- 1) Il valore efficace della tensione misurata dal voltmetro
- 2) La potenza dissipata nella linea

$$P = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi_1 \Rightarrow I = \frac{1000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0.71} = 2.15\text{A} \Rightarrow \bar{I} = 2.15 \angle -45^\circ$$

poichè  $Z_c = R_c + jX_c$

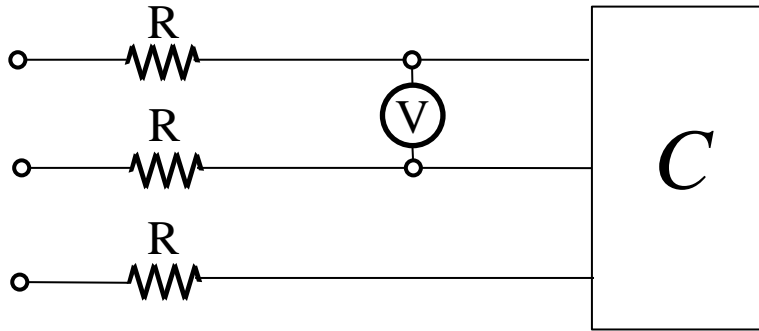
$$P = R_c I^2 \Rightarrow R_c = \frac{1000}{(2.15)^2} = 216.6\Omega$$

$$Q = X_c I^2 \Rightarrow X_c = \frac{1000}{(2.15)^2} = 216.6\Omega$$



$$C_Y = 3C_\Delta = 11,37\mu\text{F}$$

# Esercizio: Rifasamento nei sistemi trifase



Il carico è equilibrato ed è alimentato attraverso una linea trifase da una terna simmetrica di tensioni a frequenza  $f=50\text{Hz}$ .

Rifasare il carico  $C$  al valore  $\cos\varphi=0.9$  sapendo che il voltmetro misura un valore  $V_{\text{eff}}=380\text{V}$  e che  $R=5\Omega$  (resistenza di linea).

Inoltre il carico  $C$  ha i seguenti valori di potenza attiva e reattiva:  $P=1\text{kW}$ ,  $Q=1\text{kVAR}$ .

Dopo il rifasamento calcolare:

- 1) Il valore efficace della tensione misurata dal voltmetro
- 2) La potenza dissipata nella linea

$$I_C = \frac{E}{X_C} = \omega C_Y E = 2\pi \cdot 50 \cdot 11,37 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} = 0.78\text{A} \quad \Rightarrow \bar{I}_C = 0.78 \angle 90^\circ$$

$$I_R = I + I_C = 2,15 \angle -45^\circ + 0,78 \angle 90^\circ = 1,52 - j0,74 = 1,7 \angle -26^\circ$$

$$P_{\text{diss}} = 3RI_R^2 = 3 \cdot 5 \cdot 2,05^2 = \boxed{42,87\text{W}}$$