

Controllo dei sistemi energetici

Model Predictive Control (MPC)

Ing. Alessandro Pisano
apisano@unica.it

La tecnica MPC è un metodo di **sintesi di regolatori** basata su tecniche di **ottimizzazione quadratica** (QP).

Essa consente di affrontare in maniera agevole e sistematica la sintesi di controllori anche in situazioni che complicano il progetto con i metodi “classici”, quali:

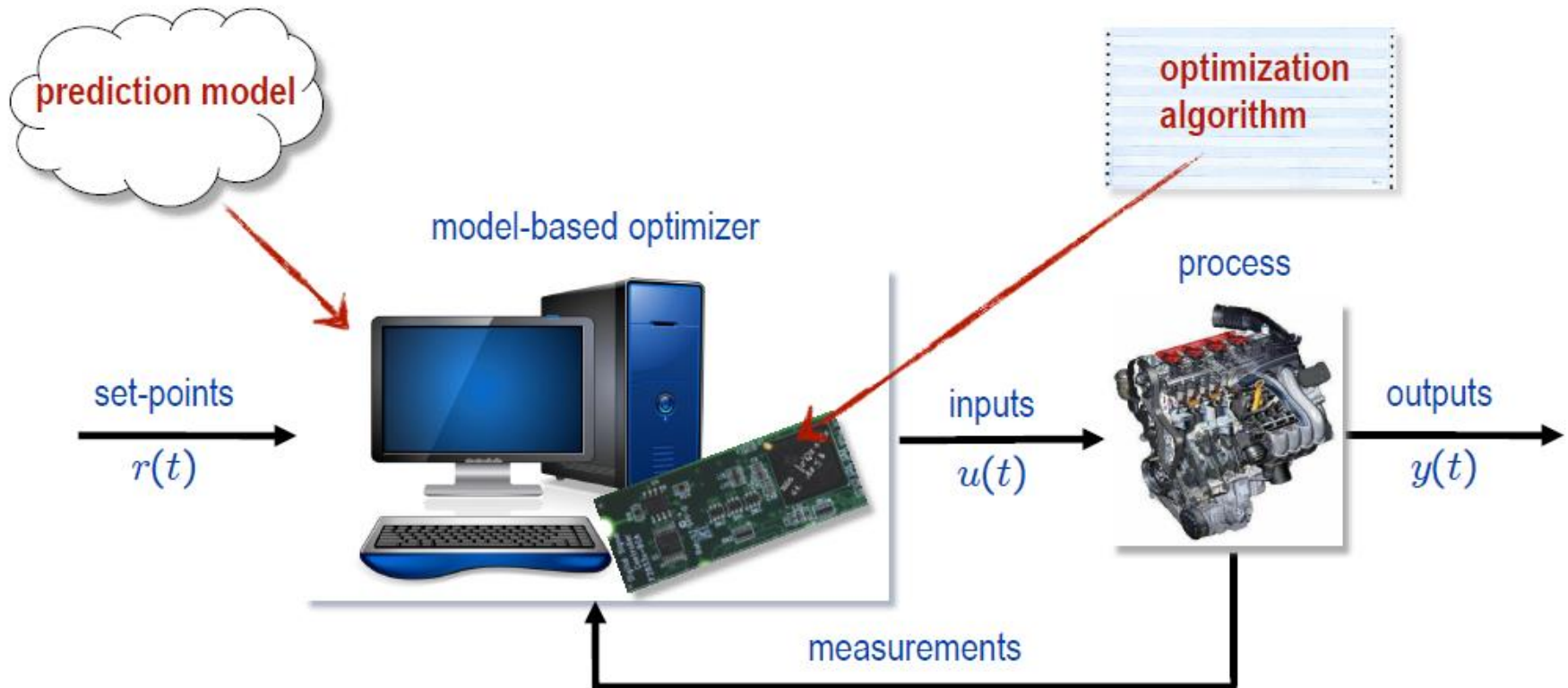
Sistemi **MIMO** (multi-input-multi-output)

Presenza di **vincoli sulle variabili** del processo

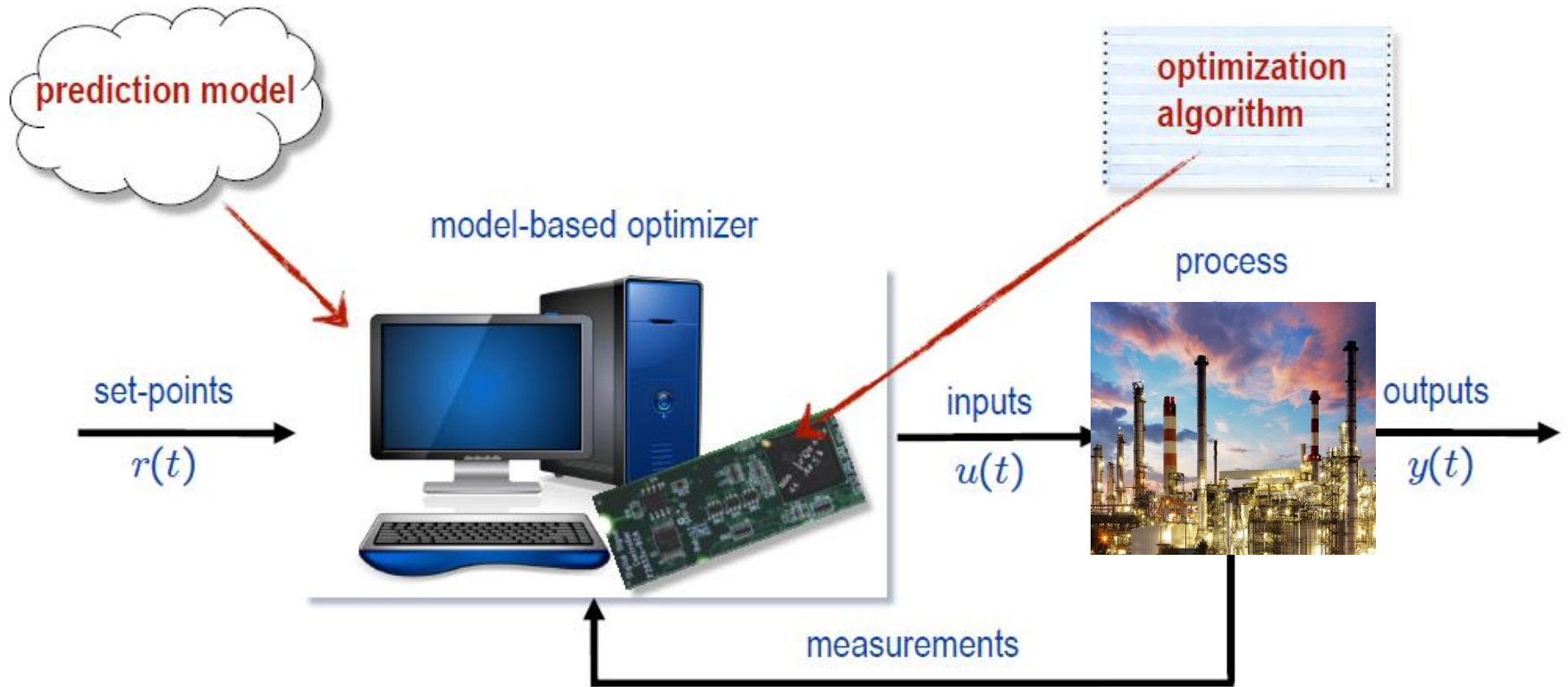
Presenza di **vincoli sugli ingressi manipolabili**

Il “prezzo da pagare” è la necessità di disporre di un **modello matematico relativamente affidabile** del processo, e l'**onere computazionale** associato alla risoluzione in real-time, ad ogni istante di campionamento, di un problema di ottimizzazione QP

MPC per un motore a combustione interna



MPC per un impianto chimico (es. colonna di distillazione)



Il principio di funzionamento in breve

Dato un processo LTI a tempo discreto

$$\mathbf{x}(k + 1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k)$$

si determina, ad ogni istante di campionamento t_k , l'insieme di azioni di controllo (**presenti** e **future**)

$$u^*(k), u^*(k + 1), \dots, u^*(k + p - 1)$$

che “**ottimizza**” (secondo una appropriata **funzione obiettivo** alla quale si abbinano una serie di **vincoli** sulle variabili di processo) il comportamento del processo negli istanti di campionamento $t_{k+1}, t_{k+2}, \dots, t_{k+p}$

p = orizzonte di predizione (prediction horizon)

Fatto ciò, si applica in ingresso all'impianto **il solo campione $u^*(k)$** , ed al successivo istante di campionamento il procedimento si ripete.

In una partita a scacchi ciascun giocatore implementa una logica di tipo MPC



Un navigatore GPS implementa il medesimo principio di lavoro del MPC



Anche mentre guidiamo un autoveicolo implementiamo inconsapevolmente una logica di controllo MPC



Esempio preliminare

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k)$$

$$y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k)$$

Sistema **SISO**

$$u(k) \in \mathbb{R}$$

$$y(k) \in \mathbb{R}$$

$$\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$$

Set point dell'uscita (ipotizziamolo costante) $r(k) = R \quad \forall k \geq 0$

L'ingresso manipolabile $u(k)$ è soggetto al seguente **vincolo di saturazione**

$$U_{min} \leq u(k) \leq U_{Max} \quad \forall k \geq 0$$

Consideriamo la seguente funzione obiettivo

$$J(k) = [y(k+1) - r(k+1)]^2 + [y(k+2) - r(k+2)]^2 \geq 0 \quad p = 2$$

La funzione obiettivo è sempre ≥ 0 , e si annulla solamente in corrispondenza delle condizioni

$$y(k+1) = y(k+2) = R$$

che è esattamente ciò che desideriamo ottenere dal sistema a ciclo chiuso.

Appare quindi giustificato cercare di **minimizzare la funzione obiettivo**, in quanto più è piccolo il suo valore più il comportamento del sistema si avvicina a quelli che sono i requisiti di comportamento del sistema di controllo

Mostriamo che la minimizzazione della funzione obiettivo sotto il vincolo di limitatezza $U_{min} \leq u(k) \leq U_{Max}$ per l'ingresso manipolabile $u(k)$ origina un problema QP

$$J_k = [y(k+1) - R]^2 + [y(k+2) - R]^2 \geq 0$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k)$$

$$y(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}u(k)$$

$$y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k)$$



$$y(k+2) = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k+1) + \mathbf{C}\mathbf{B}u(k+1)$$

$$= \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}u(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}u(k+1)$$

$$J_k = [\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}u(k) - R]^2 + [\mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}u(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}u(k+1) - R]^2$$

$$= J_k(u(k), u(k+1); \mathbf{x}(k))$$

$\mathbf{x}(k)$ è una quantità nota (misurata o stimata mediante un osservatore)

J_k è una funzione **quadratica** di $u(k), u(k+1)$

$$J_k = [\mathbf{CA}x(k) + \mathbf{CB}u(k) - R]^2 + [\mathbf{CA}^2x(k) + \mathbf{CAB}u(k) + \mathbf{CB}u(k+1) - R]^2$$

$$= J_k(u(k), u(k+1); \mathbf{x}(k)) \quad \mathbf{x}(k) \text{ è una quantità nota (misurata o stimata mediante un osservatore)}$$

J_k è una funzione **quadratica** di $u(k), u(k+1)$

Definiamo il vettore $z = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \end{bmatrix}$

Dopo qualche passaggio, è possibile riscrivere la funzione obiettivo nella forma seguente

$$J_k = \frac{1}{2} z^T H z + c^T z + d \quad \text{N.B. i vettori } c \text{ e } d \text{ dipendono da } \mathbf{x}(k)$$

che (una volta rimosso il termine costante d , che non altera la soluzione z^* del problema di minimizzazione) coincide con la forma standard della funzione obiettivo di un problema QP

I vincoli sono rappresentati dai valori minimo e massimo per gli ingressi manipolabili. Scriviamo pertanto il problema complessivo:

$$\text{Minimizzare: } J_k = \frac{1}{2} z^T H z + c^T z + d \quad z = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \end{bmatrix}$$

$$\text{Sotto i vincoli: } U_{min} \leq u(k) \leq U_{Max}$$
$$U_{min} \leq u(k+1) \leq U_{Max}$$

Il problema QP viene risolto ad ogni istante di campionamento, si applica in ingresso al processo la **prima componente $u(k)$ del vettore z^* che risolve il problema QP, ed al successivo istante di campionamento, la procedura viene ripetuta.**

Espressione più generale della funzione obiettivo

$$J_k = \sum_{i=1}^p [y(k+i) - r(k+i)]^2$$

p = orizzonte di predizione
(prediction horizon)

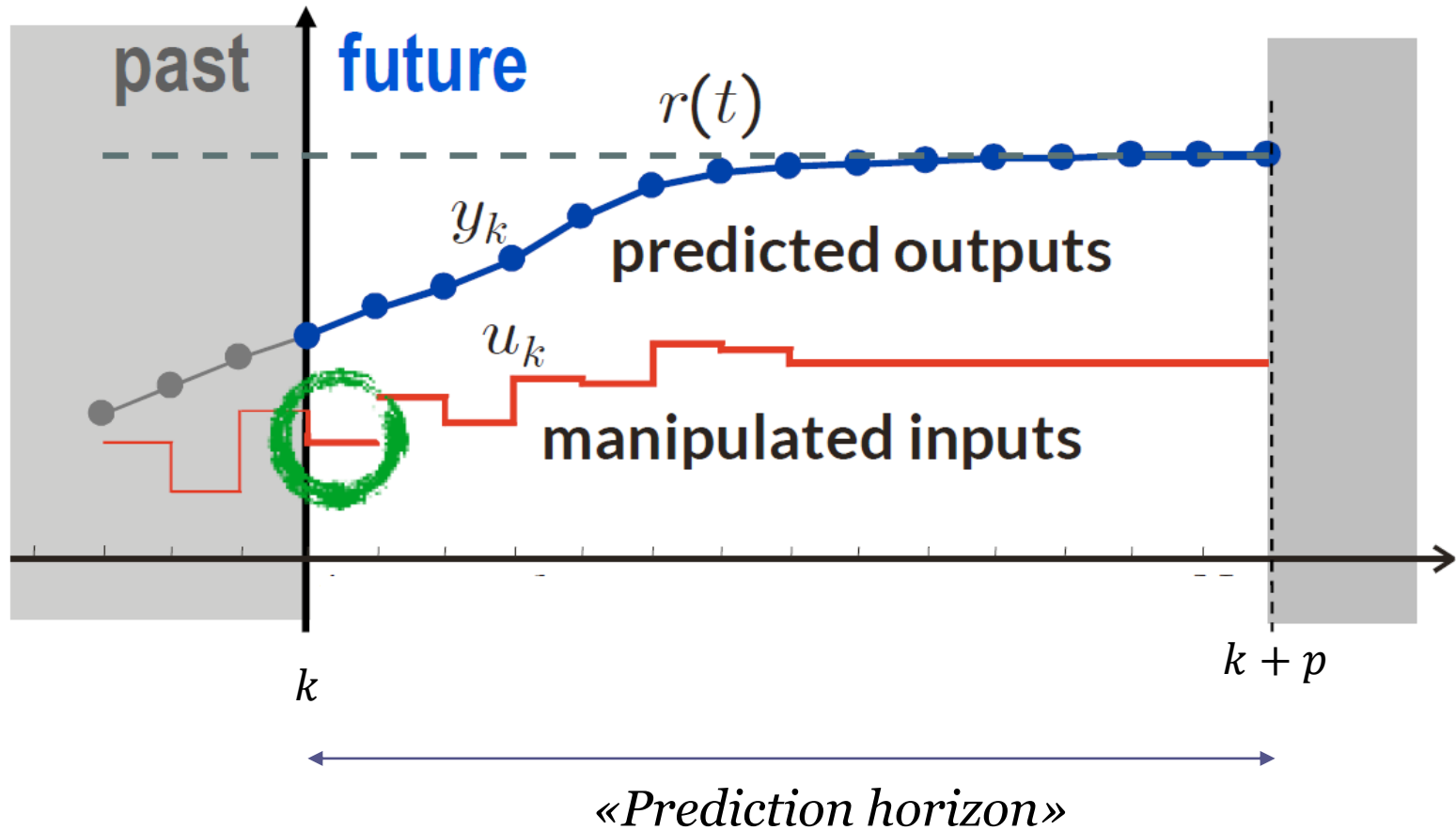
$$= J_k (z(k); \mathbf{x}(k))$$

$$= \frac{1}{2} z^T H z + c^T (\mathbf{x}(k)) z + d(\mathbf{x}(k))$$

$$z = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+p-1) \end{bmatrix}$$

p rappresenta la durata (in numero di periodi di campionamento) dell'intervallo temporale **scorrevole** entro il quale si ottimizza, ad ogni istante di campionamento, il funzionamento del processo (fermo restando che si applica comunque in ingresso al processo **esclusivamente il primo elemento** del vettore z^* che minimizza la funzione obiettivo sotto i vincoli di limitatezza $U_{min} \leq z \leq U_{Max}$)

Rappresentazione grafica



Finestra temporale di predizione **scorrevole**

Nella funzione obiettivo si inseriscono due termini costanti addizionali:

$$J_k = \sum_{i=1}^p \frac{w_i^y}{s^y} [y(k+i) - r(k+i)]^2 \quad \mathbf{p = orizzonte di predizione}$$

(prediction horizon)

w_i^y è un peso (weight) che consente di «pesare» in misura maggiore o minore gli scostamenti della variabile di uscita dal set-point nei vari istanti dell'intervallo di predizione.

s^y è un termine di normalizzazione (fattore di scala), in unità ingegneristiche. E' scelta comune quella di impostare s^y al massimo valore possibile, in valore assoluto, per la variabile di uscita in modo che

$$-1 \leq \frac{y(k)}{s^y} \leq 1$$

In generale le variabili di uscita saranno più di una:

$$y(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ \vdots \\ y_{n_y}(k) \end{bmatrix} \in R^{n_y}$$

In tale situazione la funzione obiettivo contiene dei termini analoghi corrispondenti a tutte le distinte variabili di uscita

$$J_k^y = \sum_{j=1}^{n_y} \sum_{i=1}^p \frac{w_{ij}^y}{s_j^y} [y_j(k+i) - r_j(k+i)]^2$$

Un termine come questo è **sempre presente** nella funzione obiettivo di un problema MPC

Vincoli

La formulazione di un problema di controllo MPC consente l'agevole introduzione di **ulteriori vincoli** rispetto a quello «standard» che esprime la saturazione degli ingressi manipolabili

$$U_{i,min} \leq u_i(k) \leq U_{i,Max} \quad \forall k \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n_u$$

Vincoli sulle variabili di uscita

$$Y_{i,min} \leq y_i(k) \leq Y_{i,Max} \quad \forall k \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n_y$$

Vincoli sulla variazione degli ingressi manipolabili

Def: $\Delta u(k) = u(k) - u(k - 1)$

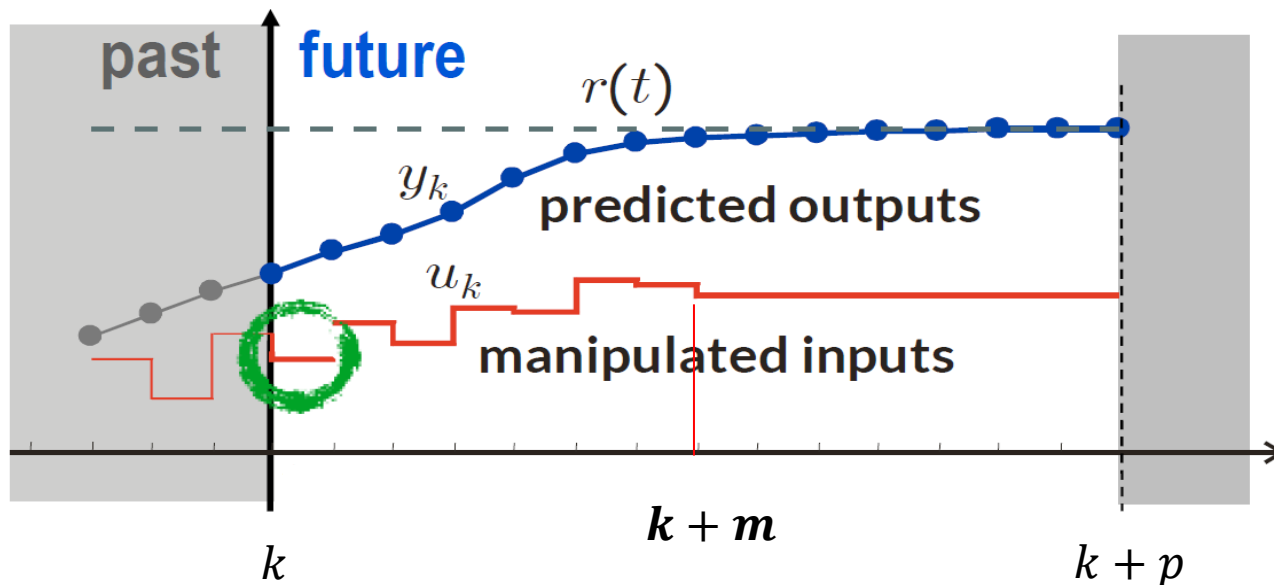
$$\Delta U_{min} \leq \Delta u(k) \leq \Delta U_{Max} \quad \forall k \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n_u$$

Il «Control horizon»

Un **ulteriore vincolo** che può essere imposto, che semplifica il problema di ottimizzazione e velocizza significativamente la sua risoluzione in linea, è il seguente

$$u_i(k + m) = u_i(k + m + 1) = \dots u_i(k + p - 1)$$

In sostanza, si impone che all'interno della finestra di predizione, dall'istante $k + m$ in poi, tutti gli ingressi manipolabili si mantengano costanti



Ovviamente deve essere $0 \leq m \leq p$

Opzionalmente, la funzione obiettivo contiene anche degli ulteriori contributi

$$J_k = J_k^y + J_k^u + J_k^{\Delta u}$$

Contributo dipendente dagli ingressi manipolabili

$$J_k^u = \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{i=1}^p \frac{w_{ij}^u}{s_j^u} \left[u_j(k+i) - u_j^{ref}(k+i) \right]^2$$

Questa aliquota si impiega generalmente quando il numero n_u di variabili manipolabili eccede il numero delle variabili di uscita.

u_j^{ref} rappresenta il valore «target» per la j-esima variabile di ingresso manipolabile. E' scelta comune porre tale termine pari a zero, in modo che nella funzione obiettivo vengano penalizzati valori di ingresso «elevati», ottenendo un «risparmio» sulla energia impiegata per controllare il sistema

Quando in Matlab-Simulink si crea un controllore MPC (vedremo la relativa procedura nell'ambito di un esempio sviluppato nel seguito) questa aliquota è esclusa di default (i corrispondenti pesi w_{ij}^u sono pari a zero).

$$J_k = J_k^y + J_k^u + J_k^{\Delta u}$$

Contributo dipendente dal rate di variazione degli ingressi manipolabili

$$J_k^{\Delta u} = \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{i=1}^p \frac{w_{ij}^{\Delta u}}{s_j^u} [\Delta u_j(k+i)]^2 = \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{i=1}^p \frac{w_{ij}^{\Delta u}}{s_j^u} [u_j(k+i) - u_j(k+i-1)]^2 =$$

Questa aliquota serve per penalizzare, nella funzione obiettivo, le variazioni degli ingressi manipolabili, in modo da ottenere un profilo delle stesse più «regolare» con variazioni meno brusche e repentine.

Quando in Matlab-Simulink si crea un controllore MPC questa aliquota è presente di default con pesi

$$w_{ij}^{\Delta u} = 0.1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, p$$

$$\forall j = 1, 2, \dots, n_u$$

Considerazioni aggiuntive

Quella presentata è la formulazione più comune di un problema MPC per un processo descritto da un modello in variabili di stato lineare e tempo invariante.

La struttura della funzione obiettivo può essere ulteriormente complicata in modo da «rilassare» i vincoli, consentendo che occasionalmente possano essere violati (constraint softening). E' infatti possibile che un'eccessiva quantità di vincoli fra loro in conflitto possa causare la non risolubilità (unfeasibility) del problema di ottimizzazione.

Il metodo MPC può essere applicato anche, in forma approssimata, a processi descritti da un modello in variabili di stato **non lineare**. La relativa formulazione prevede in genere l'impiego esplicito, ad ogni istante di campionamento, di un opportuno modello linearizzato.

Analogamente, il metodo MPC può anche essere applicato (con una certa difficoltà e varie complicazioni di ordine implementativo) nel caso in cui uno o più ingressi manipolabili siano **variabili intere o booleane**. In tale scenario il problema di ottimizzazione che viene risolto ad ogni istante di campionamento diventa un problema di tipo mixed-integer (MIQP).

Controllo MPC di un impianto di riscaldamento per un edificio residenziale

Consideriamo il modello termico di un appartamento, ricavato nel dettaglio nella dispensa: «**CSE-Modello termico dinamico di un edificio**»

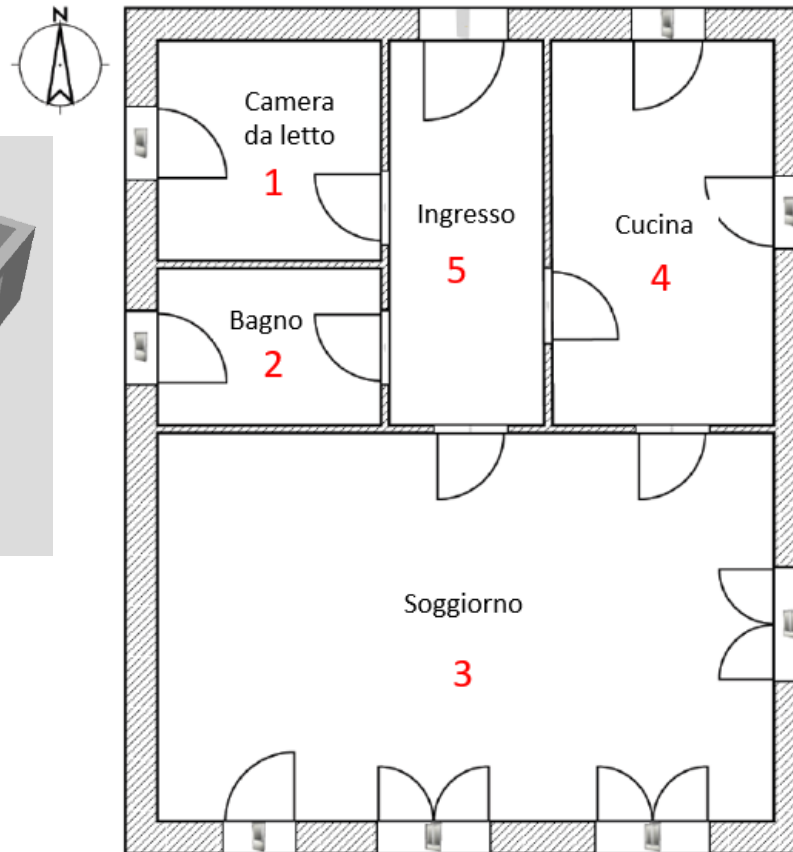
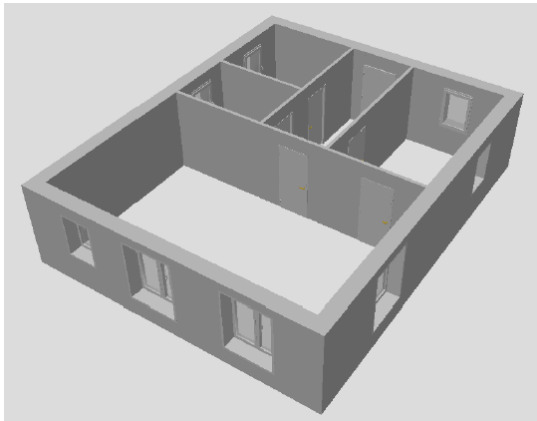


Fig. 1. Floor plan of the house

Temperature di sistema

Variabili di stato

Camera da letto $T_1(t)$

Bagno $T_2(t)$

Soggiorno $T_3(t)$

Cucina $T_4(t)$

Ingresso $T_5(t)$

Ingressi esterni

Suolo $T_{-1}(t)$

Ambiente esterno $T_0(t)$

Dinamica termica del generico ambiente (Principio di conservazione dell'energia)

$$\rho V_i c_a \frac{dT_i(t)}{dt} = Q_i^{in}(t) - Q_i^{out}(t) \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

$$= Q_i^h(t) + Q_i^{sol}(t) + Q_i^{int}(t) - Q_i^{cc}(t) - Q_i^v(t)$$

$$Q_i^h(t) = u_i(t)$$

Potenza introdotta dall'impianto di riscaldamento

$$Q_i^{sol}(t) = \sum_{k=1}^{N_{wi}} g_{i,k} S C_{i,k} A_{i,k} \Phi_k(t)$$

Potenza introdotta dalla trasmissione della radiazione solare attraverso le superfici trasparenti (N_{wi} = numero di finestre presenti nell'i-esimo ambiente)

$$Q_i^{int}(t) = A_i f_{ni} Q_i^*(t)$$

Apporti di potenza termica interni (persone, illuminazione, ...)

$$Q_i^{cc}(t) = \sum_{j=-1}^N A_{i,j} U_{i,j} (T_i(t) - T_j(t))$$

Scambi termici per conduzione e convezione con gli ambienti adiacenti

$$Q_i^v(t) = (1 - \beta) c_a \rho q_i (T_i(t) - T_0(t))$$

Perdite per ventilazione

Dinamica termica della **camera da letto** (ambiente #1)

1 finestra ad anta singola (nella parete esposta ad ovest)

1 porta interna

Confinante con il bagno (ambiente #2) e con l'ingresso (ambiente #5)

$$\begin{aligned}
 \rho V_1 c_a \frac{dT_1(t)}{dt} &= Q_1^{in}(t) - Q_1^{out}(t) \\
 &= Q_1^h(t) + Q_1^{sol}(t) + Q_1^{int}(t) - Q_1^{cc}(t) - Q_1^v(t) \\
 &= u_1(t) + g^* SCA_{fs} \Phi_W(t) + A_i f_{n1} Q_1^*(t) - A_{1,2} U_{1,2} (T_1(t) - T_2(t)) \\
 &\quad - A_{1,5} U_{1,5} (T_1(t) - T_5(t)) - A_{1,0} U_{1,0} (T_1(t) - T_0(t)) \\
 &\quad - A_{1,-1} U_{1,-1} (T_1(t) - T_{-1}(t)) - (1 - \beta) c_a \rho q_1 (T_1(t) - T_0(t))
 \end{aligned}$$

Modello complessivo e sua riscrittura in forma VdS

$$\rho c_a V \frac{dT}{dt} = \mathbf{M}_s \mathbf{T}(t) + \mathbf{u}_m(t) + \mathbf{B}_0 T_0(t) + \mathbf{B}_{-1} T_{-1}(t) + \mathbf{Q}^{int}(t) + \mathbf{E} \Phi^{sol}(t)$$



$$\frac{dT}{dt} = \mathbf{A}_{TC} \mathbf{T}(t) + \mathbf{B}_{TC} \mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{T}(t)$$

$$\mathbf{A}_{TC} = \frac{1}{\rho c_a} \mathbf{V}^{-1} \mathbf{M}_s$$

$$\mathbf{B}_{TC} = \frac{1}{\rho c_a} \mathbf{V}^{-1} [\mathbf{I}_5 \quad \mathbf{B}_0 \quad \mathbf{B}_{-1} \quad \mathbf{I}_5 \quad \mathbf{E}]$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}_5$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{0}_{5,16}$$

$$\mathbf{T}(t) = \begin{bmatrix} T_1(t) \\ T_2(t) \\ T_3(t) \\ T_4(t) \\ T_5(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_m(t) \\ T_0(t) \\ T_{-1}(t) \\ \mathbf{Q}^{int}(t) \\ \Phi^{sol}(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{16}$$

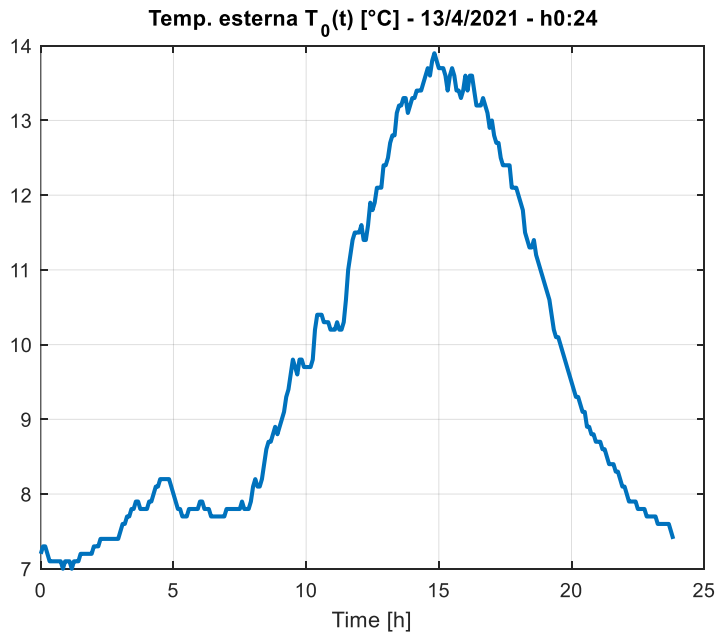
$$\mathbf{u}_m(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}^{int}(t) = \begin{bmatrix} Q_1^{int}(t) \\ Q_2^{int}(t) \\ Q_3^{int}(t) \\ Q_4^{int}(t) \\ Q_5^{int}(t) \end{bmatrix}$$

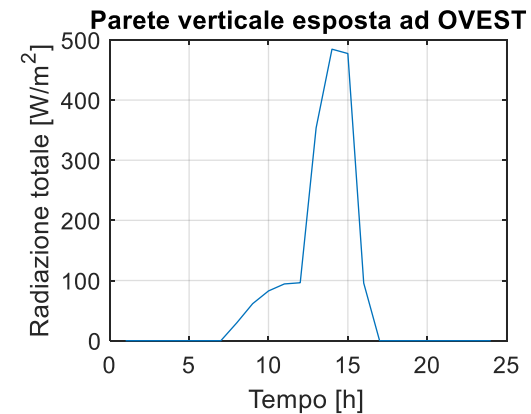
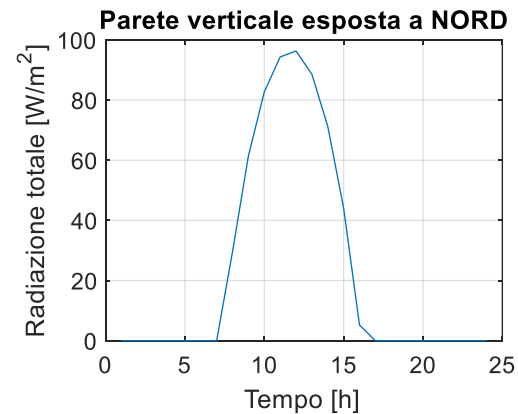
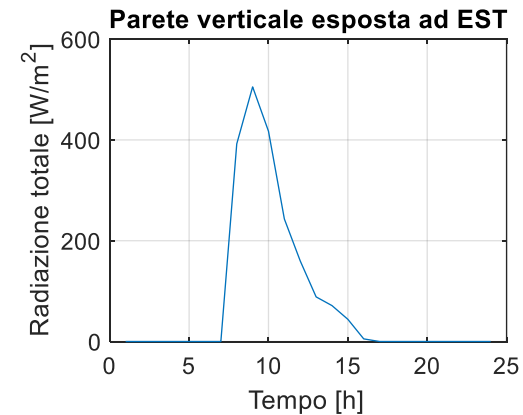
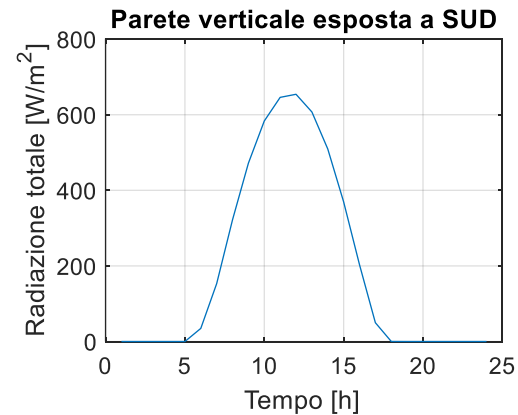
$$\Phi^{sol}(t) = \begin{bmatrix} \Phi_N(t) \\ \Phi_E(t) \\ \Phi_S(t) \\ \Phi_W(t) \end{bmatrix}$$

Nello script «`dati_edificio.m`» vengono determinate le matrici del modello in variabili di stato e gli ingressi esterni

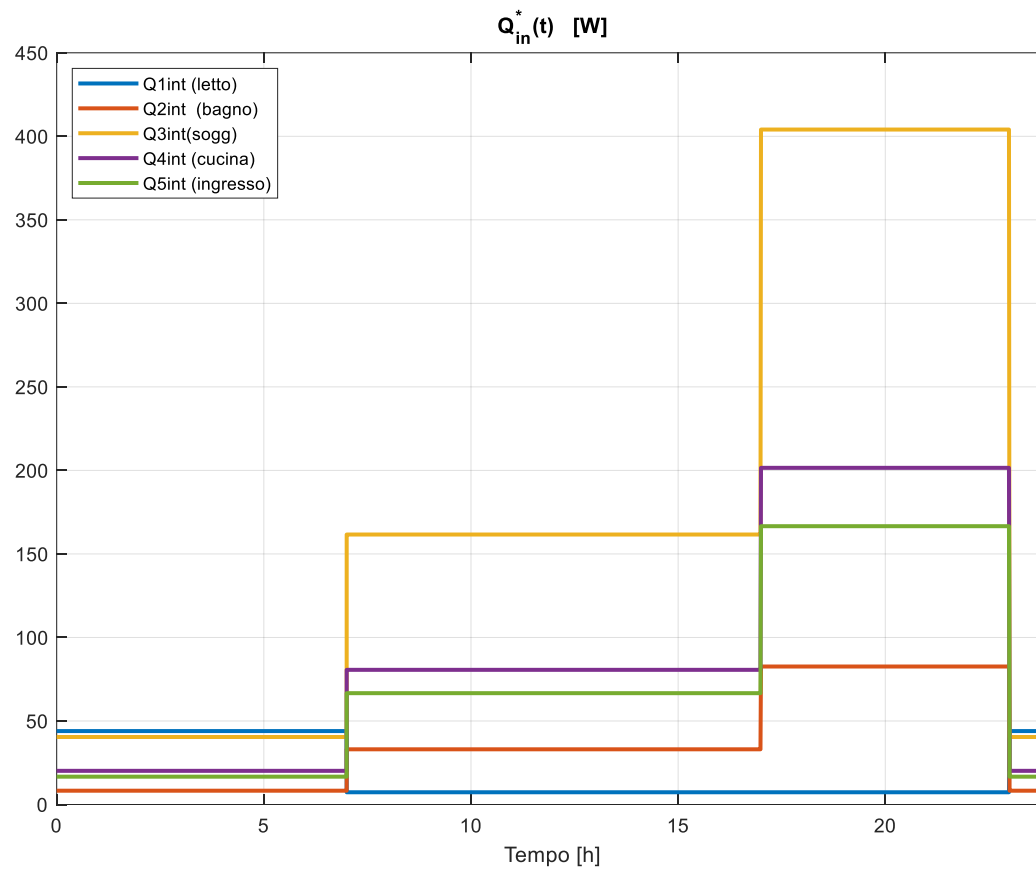
$T_0(t)$ Temperatura esterna



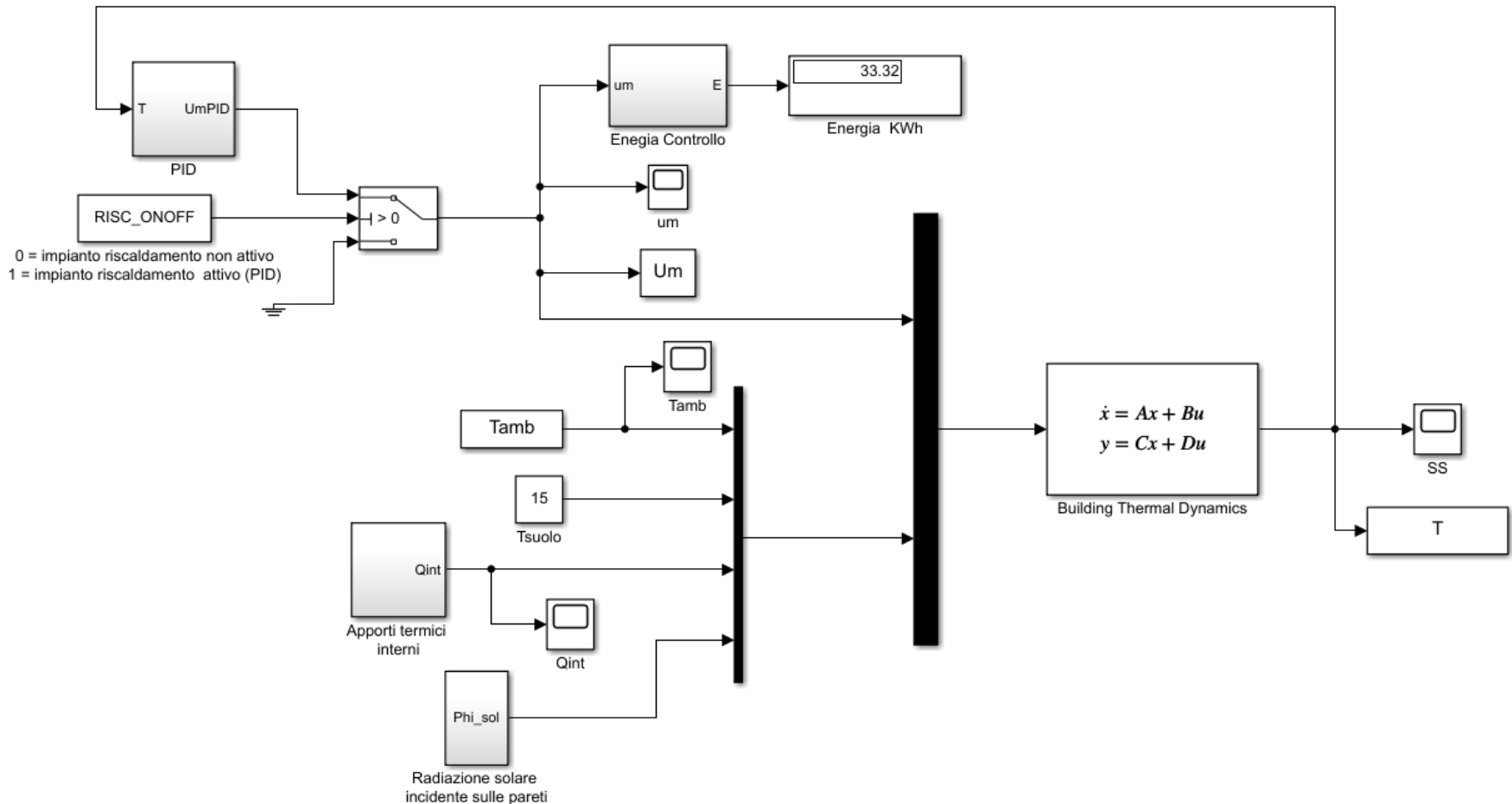
Radiazione solare incidente su parete verticale esposta a S-E-N-W.



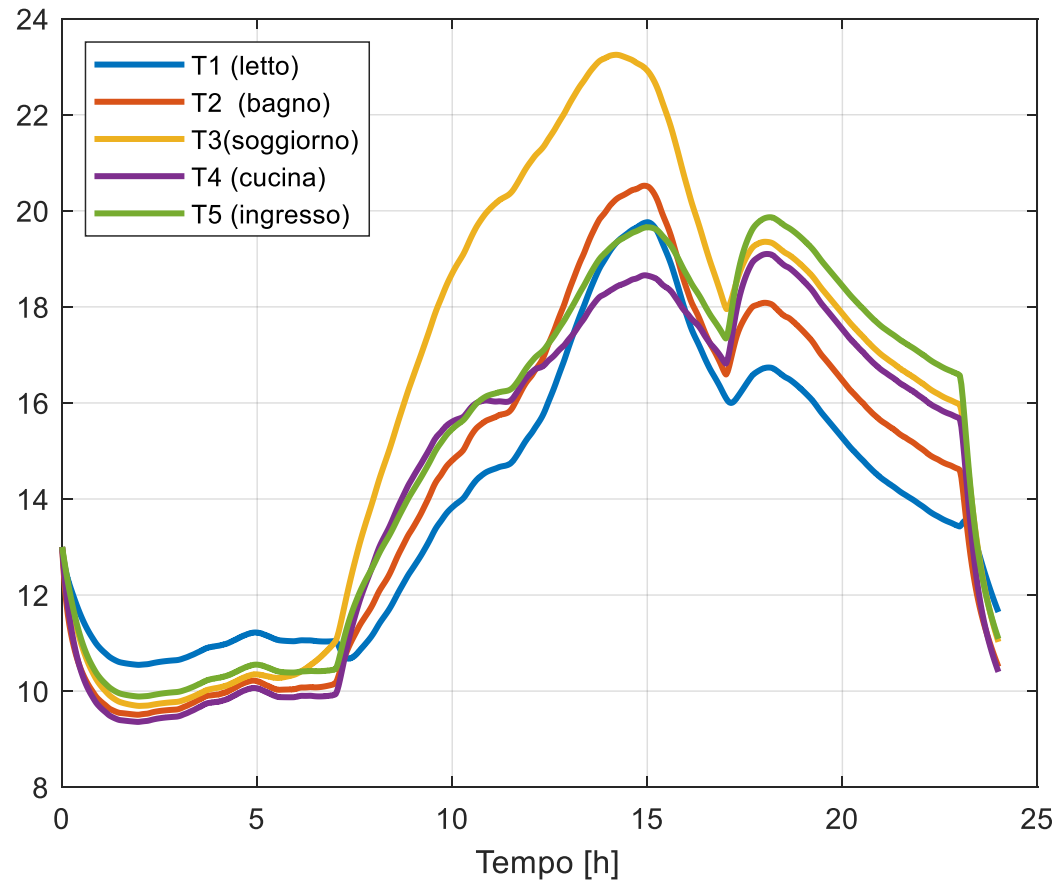
$Q_i^{int}(t)$ - Apporti termici interni



Il modello Simulink «Edificio_modelloPID.slx» offre la possibilità di simulare l'edificio con impianto di riscaldamento disattivato ($u_m(t) = 0$) e con impianto di riscaldamento attivo e regolato mediante controllori PI

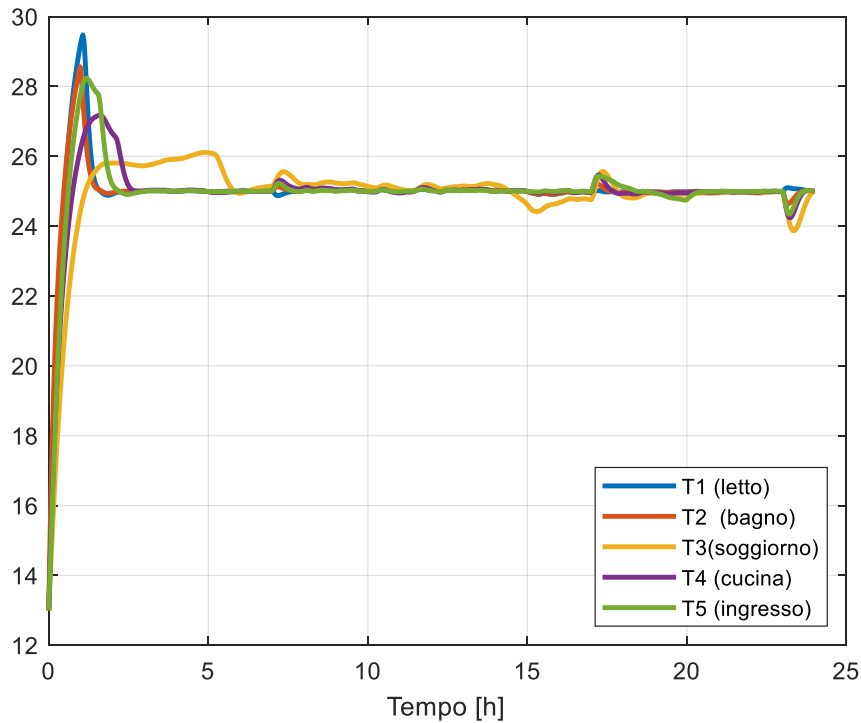


Temperature delle stanze con impianto di riscaldamento OFF

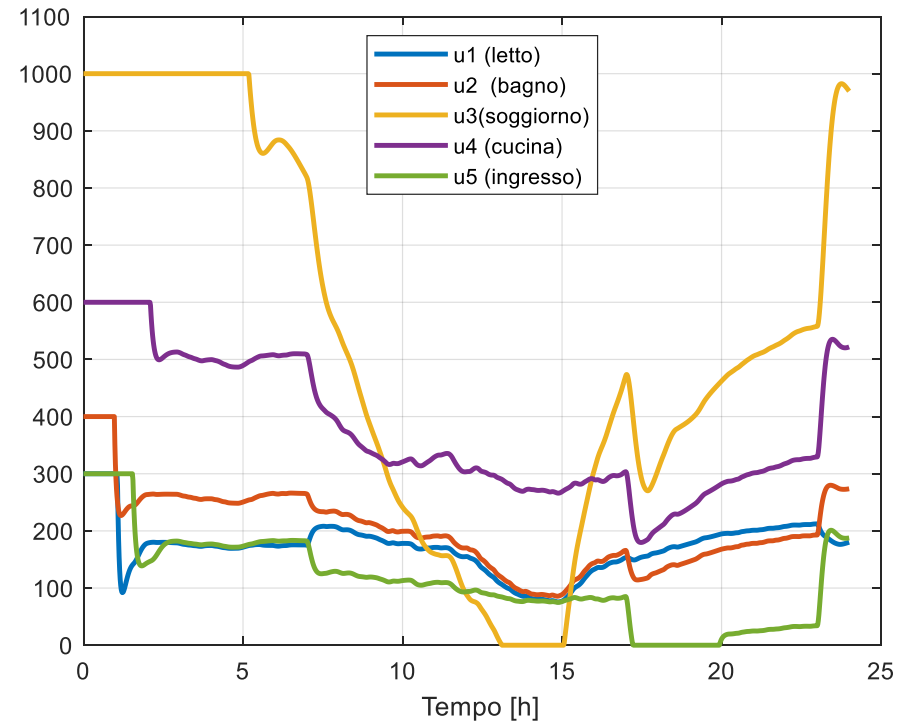


Temperature delle stanze con impianto di riscaldamento ON (con regolazione PI)

Temperature delle stanze [°C]
(set-point 25°C)



Potenze termiche di controllo [W]



File: EdificioPID_script.m

Lo script parametrizza il modello Simulink e ne gestisce l'avvio e la creazione di grafici

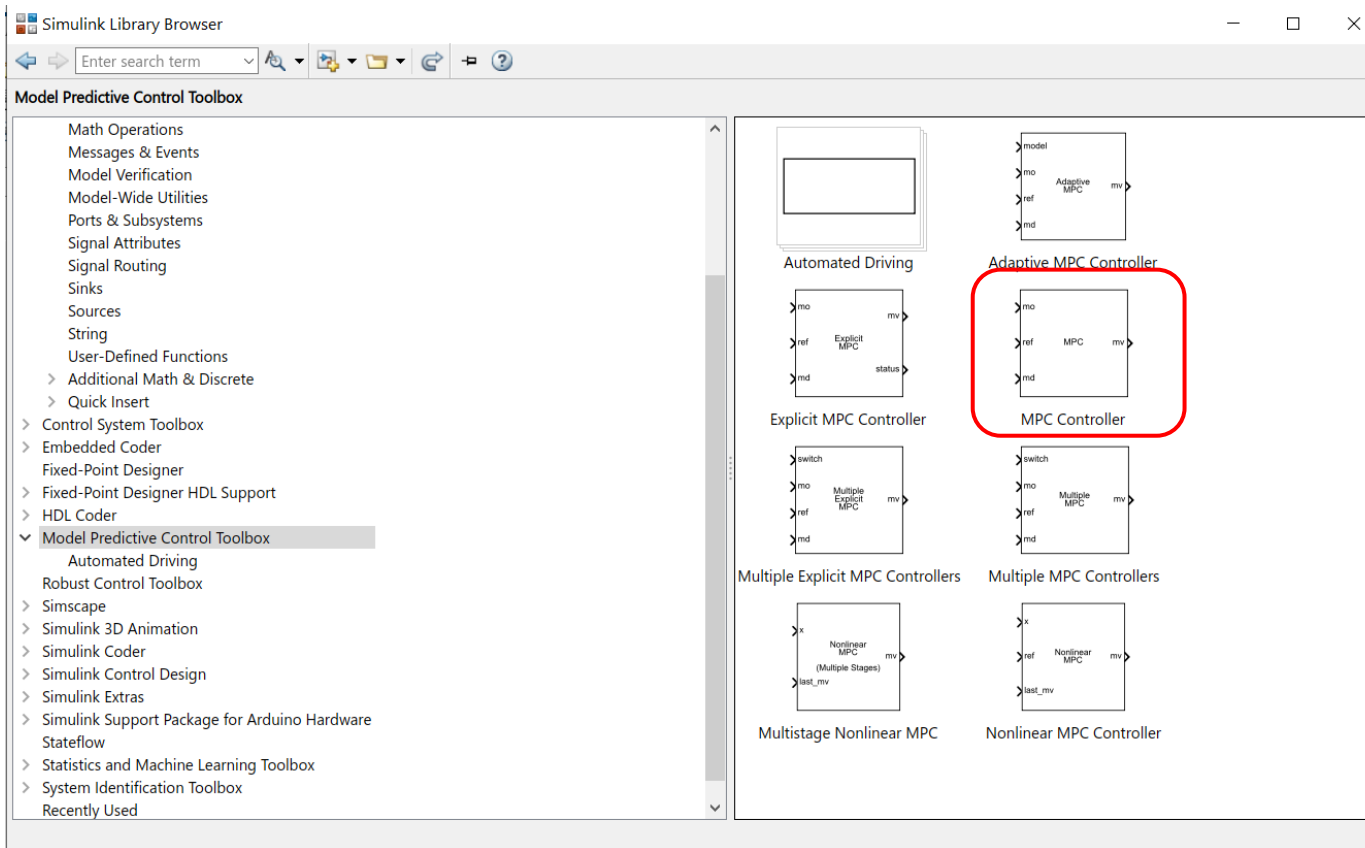
Modifichiamo il modello Simulink «Edificio_modelloPID.slx» **inserendo la regolazione MPC.**

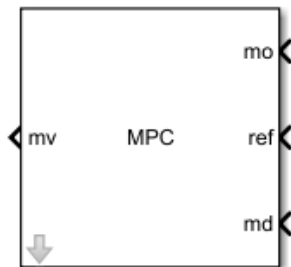
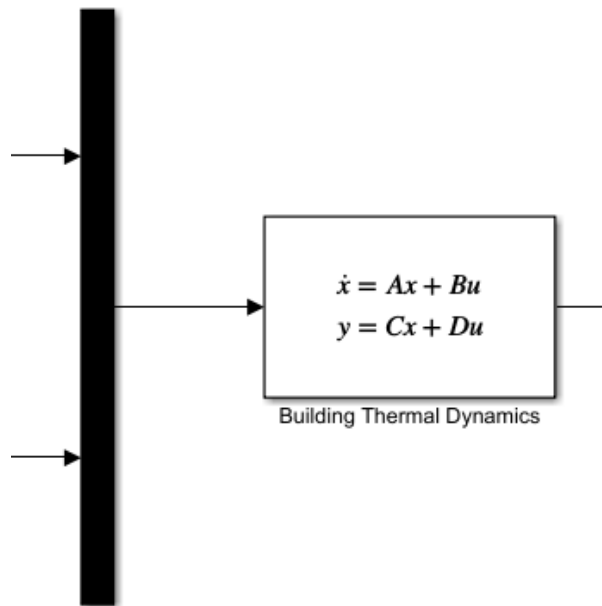
Iniziamo dalla regolazione MPC più semplice, che presuppone

Variabili di stato completamente accessibili per misura

Ingressi esterni (disturbi) completamente accessibili

Dalla libreria «Model Predictive Control Toolbox» inserire nella pagina di lavoro del modello Simulink il blocco «MPC Controller»





Il blocco «MPC Controller» contiene di default tre terminali di ingresso:

mo (measurable outputs)

ref (set-point per le variabili di uscita)

md (measurable disturbances)

ed un terminale di uscita:

mv (manipulated variable)

Inseriamo un nome («MPC_edificio») per il controllore MPC

Block Parameters: MPC Controller

MPC (mask) (link)

The MPC Controller block lets you design and simulate a model predictive controller defined in the Model Predictive Control Toolbox.

Parameters

MPC Controller Design

Initial Controller State Review

Block Options

General Online Features Default Conditions Others

Additional Inports

- Measured disturbance (md)
- External manipulated variable (ext.mv)
- Targets for manipulated variables (mv.target)

Additional Outports

- Optimal cost (cost)
- Optimal control sequence (mv.seq)
- Optimization status (qp.status)
- Optimal state sequence (x.seq)
- Estimated controller states (est.state)
- Optimal output sequence (y.seq)

State Estimation

- Use custom state estimation instead of using the built-in Kalman filter (x[k|k])

OK Cancel Help Apply

```
%% controllo MPC
```

Creazione modello VdS a tempo discreto

```
ModelloTC=ss(A_tc,B_tc,C,D)  
Ts = 60; % sampling time per la determinazione del modello a tempo discreto  
ModelloTD = c2d(ModelloTC,Ts)
```

Identifichiamo le prime 5 componenti del vettore $\mathbf{u}(t)$ come ingressi manipolabili, e le restanti 11 componenti come disturbi misurabili

```
ModelloTD = setmpcsignals(ModelloTD, 'MV', 1:5, 'MD', 6:16); % specifica dei segnali
```

```
p=20; %prediction horizon  
m=10; %control horizon
```

Scelta dell'orizzonte di predizione (20 passi di campionamento) e dell'orizzonte di controllo

```
MPC_edificio = mpc(ModelloTD,Ts,p,m);
```

Creazione controllore MPC

Impostazione valori massimi e minimi per gli ingressi manipolabili

```
U1max=300;U2max=400; U3max=1000;U4max=600; U5max=300;  
MVmax=[U1max U2max U3max U4max U5max];  
MVmin=[0 0 0 0 0];
```

```
for i=1:5  
MPC_edificio.MV(i).Min=MVmin(i);  
end  
for i=1:5  
MPC_edificio.MV(i).Max=MVmax(i);  
end
```

Annullamento dei pesi per il rate di variazione delle variabili manipolabili (il loro valore di default è 0.1)

```
MPC_edificio.W.ManipulatedVariablesRate=[0 0 0 0 0];
```

```
MPC_edificio
```

MPC object

```
-----
Sampling time:      60 (seconds)
Prediction Horizon: 20
Control Horizon:   10
```

Plant Model:

```
-----
  5 manipulated variable(s)  -->|  5 states  |
                               |           |-->  5 measured output(s)
11 measured disturbance(s)  -->| 16 inputs  |
                               |           |-->  0 unmeasured output(s)
  0 unmeasured disturbance(s) -->|  5 outputs |
-----
```

Indices:

```
(input vector)  Manipulated variables: [1 2 3 4 5 ]
                Measured disturbances: [6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 ]
(output vector) Measured outputs: [1 2 3 4 5 ]
```

Disturbance and Noise Models:

```
Output disturbance model: default (type "getoutdist(MPC_edificio)" for details)
Measurement noise model: default (unity gain after scaling)
```

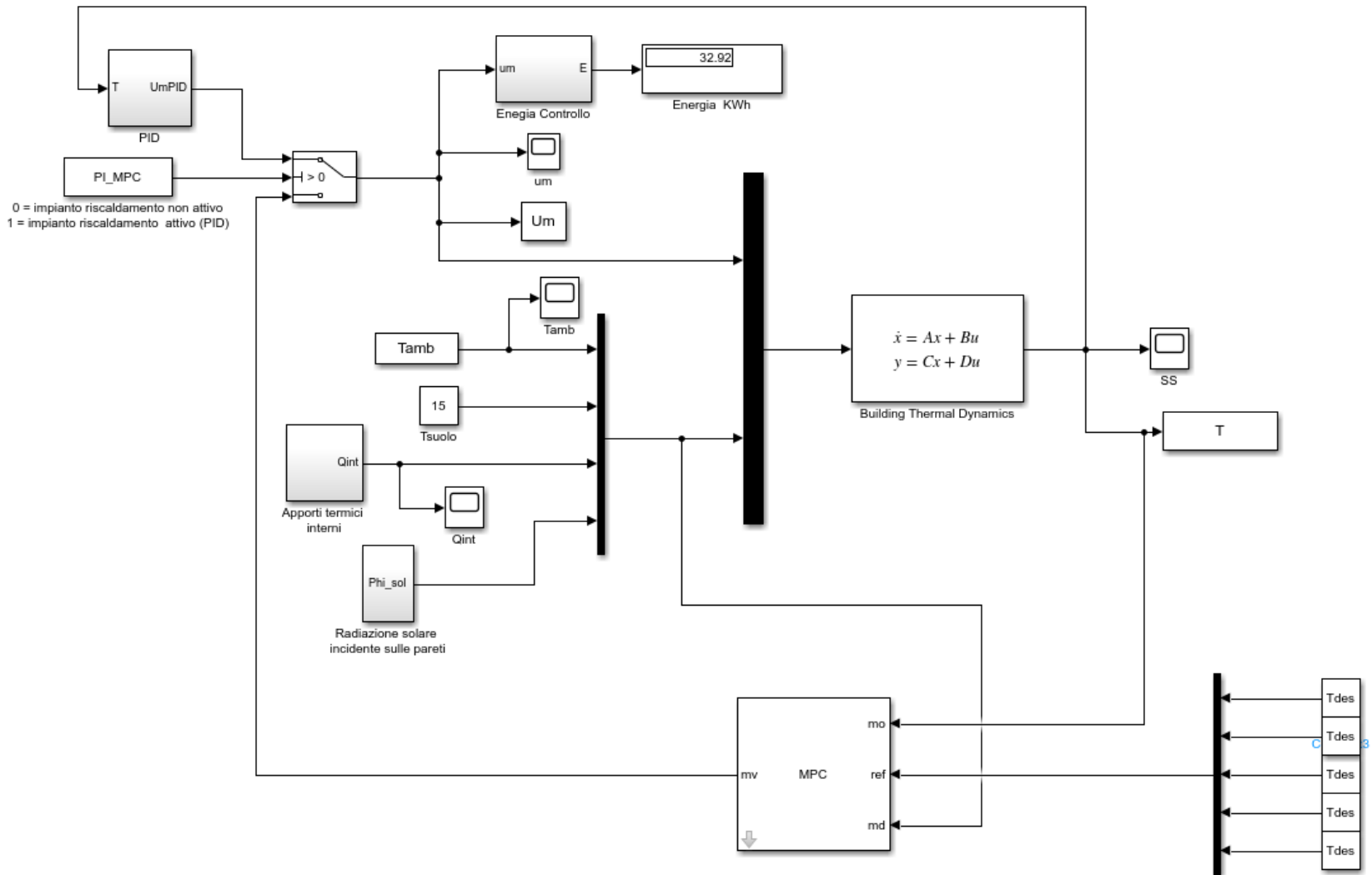
Weights:

```
ManipulatedVariables: [0 0 0 0 0]
ManipulatedVariablesRate: [0 0 0 0 0]
OutputVariables: [1 1 1 1 1]
ECR: 100000
```

```
State Estimation: Default Kalman Filter (type "getEstimator(MPC_edificio)" for details)
```

Constraints:

```
0 <= MV1 <= 300, MV1/rate is unconstrained, MO1 is unconstrained
0 <= MV2 <= 400, MV2/rate is unconstrained, MO2 is unconstrained
0 <= MV3 <= 1000, MV3/rate is unconstrained, MO3 is unconstrained
.....
0 <= MV5 <= 300, MV5/rate is unconstrained, MO5 is unconstrained
```

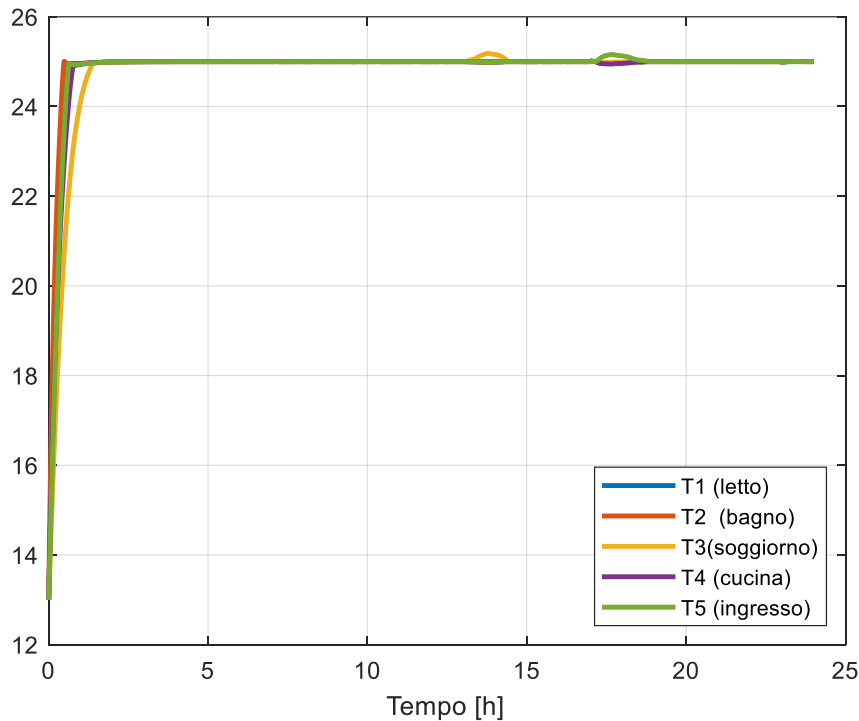
**Files:**

EdificioMPCv1_script.m

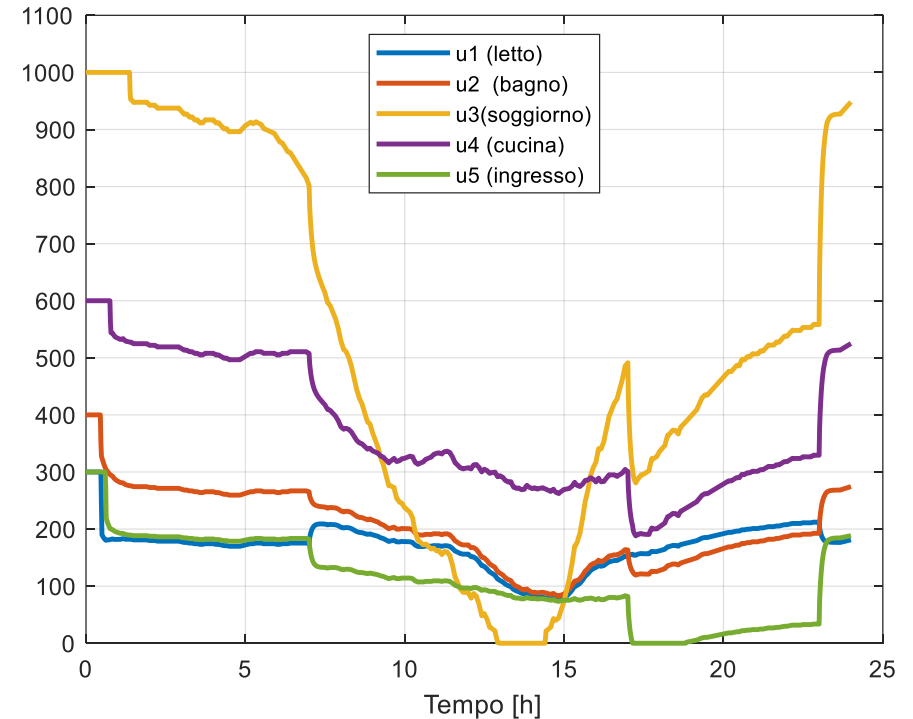
EdificioModelloMPCv1.slx

Temperature delle stanze con regolazione MPC

Temperature delle stanze [°C]



Potenze termiche di controllo [W]



Files:

EdificioMPCv1_script.m

EdificioModelloMPCv1.slx

All'interno dello script sono incluse porzioni di codice che impostano dei vincoli sul rate di variazione degli ingressi manipolabili (MV) e sulle variabili di uscita (OV)

```
% IMPOSTAZIONE DI VINCOLI SUL RATE DI VARIAZIONE DELLE MV
```

```
MVRatemax=[5 5 5 5 5];
```

```
MVRatemin=-[5 5 5 5 5];
```

```
for i=1:5
```

```
MPC_edificio.MV(i).RateMin=MVRatemin(i);
```

```
end
```

```
for i=1:5
```

```
MPC_edificio.MV(i).RateMax=MVRatemax(i);
```

```
end
```

```
% IMPOSTAZIONE DI VINCOLI SULLE OV
```

```
OVmax=[25.1 25.1 25.1 25.1 25.1];
```

```
OVmin=[0 0 0 0 0];
```

```
for i=1:5
```

```
MPC_edificio.OV(i).Min=OVmin(i);
```

```
end
```

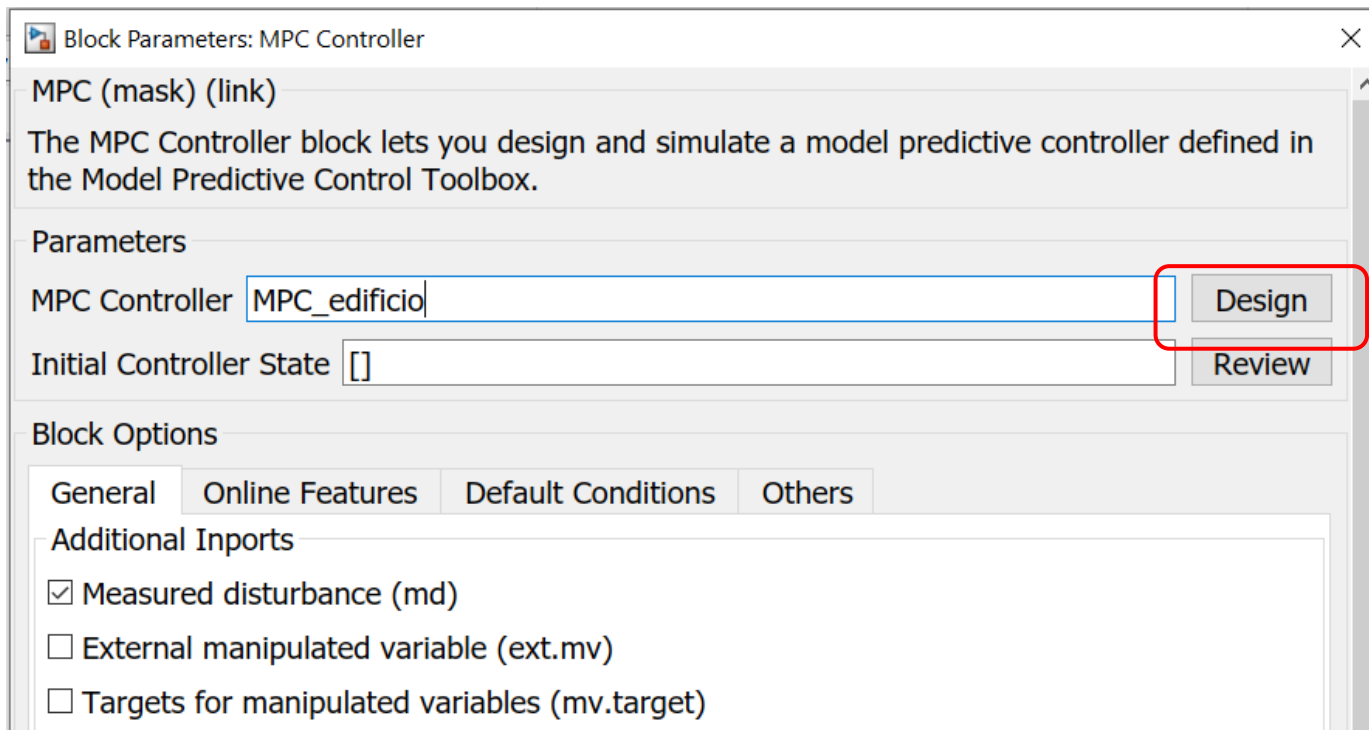
```
for i=1:5
```

```
MPC_edificio.OV(i).Max=OVmax(i);
```

```
end
```

Rimuovere i commenti da tali porzioni di codice e verificare i risultati

I parametri del controllore MPC possono essere modificati anche all'interno di una finestra dedicata alla quale si accede facendo doppio click sul blocco MPC Controller e poi selezionando «Design»



The screenshot displays the MPC Designer software interface. The title bar reads "MPC Designer (EdificioModelloMPCv1/MPC Controller)". The main menu bar includes "MPC DESIGNER", "TUNING", and "VIEW". The "TUNING" tab is active and highlighted with a red box. Below the menu bar, the interface is divided into several sections:

- CONTROLLER:** MPC Controller: MPC_e... (dropdown), Internal Plant: MPC_e... (dropdown).
- HORIZON:** Sample time: 60, Prediction horizon: 20, Control horizon: 10.
- DESIGN:** Constraints (icon), Weights (icon), Estimation Models (fx icon).
- PERFORMANCE TUNING:** Slower (Robust) to Faster (Aggressive) slider for Closed-Loop Performance, and Slower (State Estimation) to Faster (Faster) slider for State Estimation.
- ANALYSIS:** Review Design (checkmark icon), Store Controller (document icon), Export Controller (export icon).

A "Data Browser" pane is visible on the left, showing a tree structure under "Plants" with the entry "MPC_edificio_plant".

Esplorare i menu «Constraint» e «Weights»


Ora rimuoviamo l'ipotesi di accessibilità per misure di tutte e 5 le temperature delle stanze.

Analizziamo l'osservabilità nello scenario in cui sia **accessibile per misure la sola temperatura T3**.

```
C3=[0 0 1 0 0]
M=obsv(A_tc,C3)
rank(M)
```

```
M =
      0      0  1.0000      0      0
      0  0.0001 -0.0007  0.0001  0.0001
  0.0000 -0.0000  0.0000 -0.0000 -0.0000
 -0.0000  0.0000 -0.0000  0.0000  0.0000
  0.0000 -0.0000  0.0000 -0.0000 -0.0000

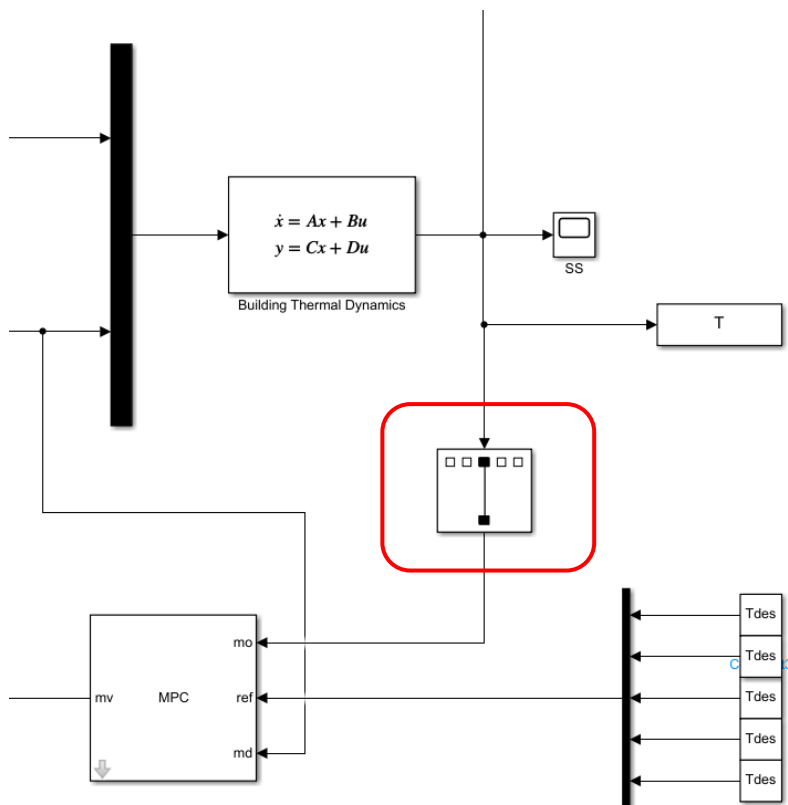
ans =
      5
```



Le modifiche da apportare allo script ed al modello Simulink precedentemente realizzati sono minime

1. Nella istruzione di specifica dei segnali, definiamo la prima, seconda, quarta e quinta uscita come «**UO**»=unmeasurable outputs

```
ModelloTD = setmpcsignals(ModelloTD, 'MV', 1:5, 'MD', 6:16, 'UO', [1 2 4 5]);
```

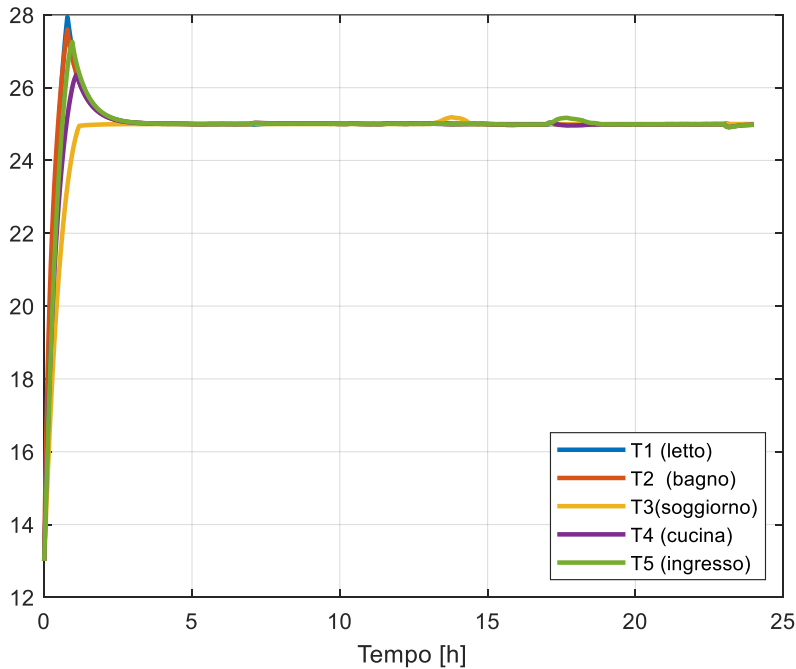


2. Nel modello Simulink, si deve applicare nel terminale «mo» del controllore MPC la sola temperatura T3. Lo facciamo estraendo dal vettore T la terza componente (blocco «Selector»)

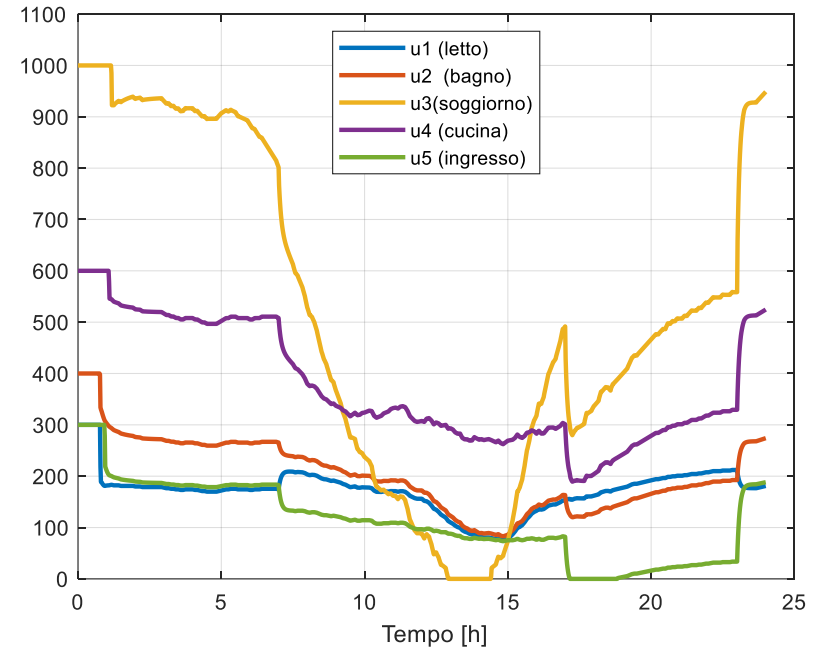
Lo stato viene stimato di default mediante un Filtro di Kalman, **creato in automatico**.

Risultati

Temperature delle stanze [°C]



Potenze termiche di controllo [W]

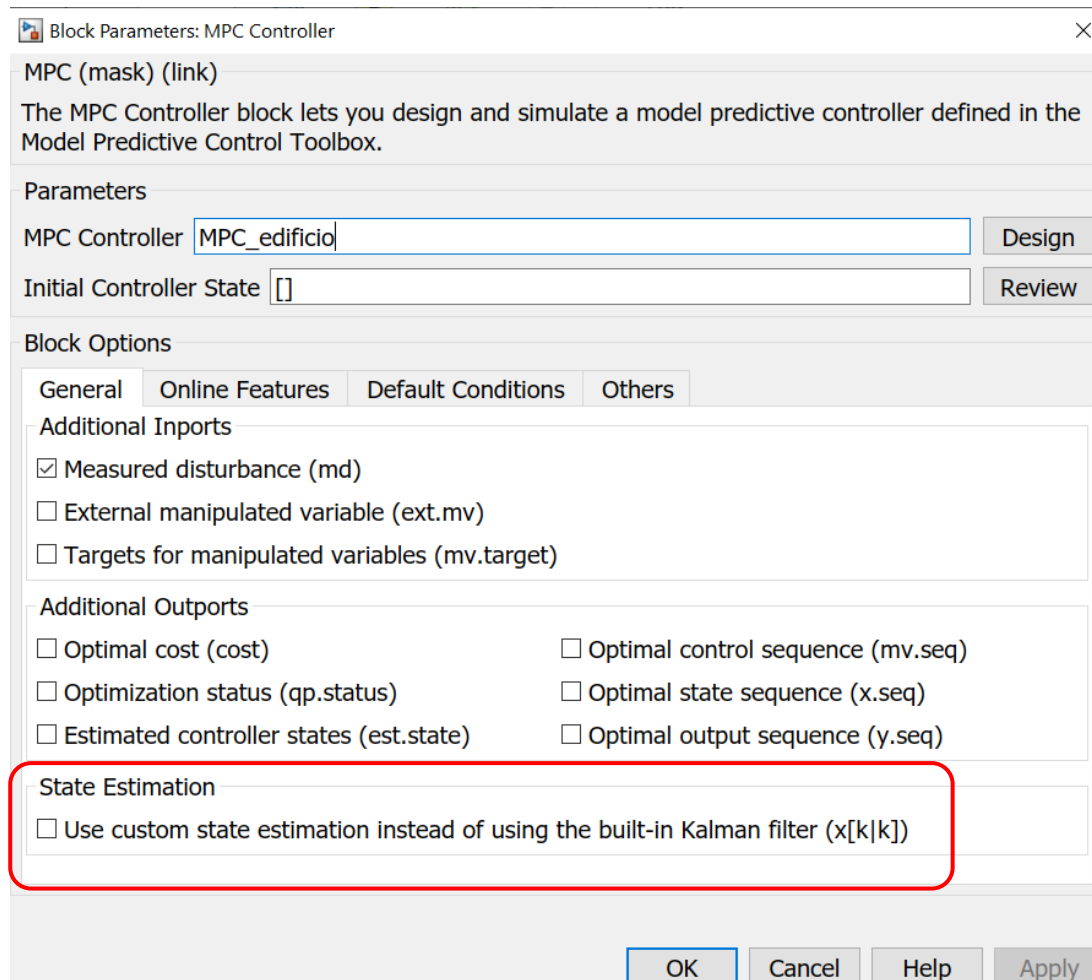


Files:

EdificioMPCv2_script.m

EdificioModelloMPCv2.slx

Si ha possibilità di fornire al controllore MPC la stima dello stato costruita con un osservatore differente arbitrario, da costruirsi da parte dell'utente



Ora **rimuoviamo l'ipotesi di perfetta conoscenza degli apporti termici interni**, che risulta essere poco plausibile da un punto di vista pratico. Indaghiamo la possibilità di ricostruirli impiegando un **osservatore dei disturbi** che impieghi tutte e 5 le misure di temperatura.

E' necessario individuare un sistema di ordine aumentato in cui il vettore di stato contiene sia le 5 temperature delle stanze che i 5 apporti termici interni

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}(t) \\ \mathbf{Q}^{int}(t) \end{bmatrix} \in R^{10}$$

e si impiega come equazione dinamica per il disturbo non misurabile $\mathbf{Q}^{int}(t)$ quella associata a un segnale costante

$$\dot{\mathbf{Q}}^{int}(t) = 0$$

Sistema di ordine aumentato

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{Tc} & \frac{1}{\rho c_a} \mathbf{V}^{-1} \\ \mathbf{0}_{5,5} & \mathbf{0}_{5,5} \end{bmatrix} z(t) + \mathbf{B}_0 T_0(t) + \mathbf{B}_{-1} T_{-1}(t) + \mathbf{E} \Phi^{sol}(t)$$

$$y(t) = \mathbf{T}(t) = [\mathbf{I}_5 \quad \mathbf{0}_{5,5}] z(t)$$

Verifica di osservabilità per il sistema di ordine aumentato

```
Amod=[A_tc 1/(rho*ca)*inv(V);
      zeros(5,10)];
Cmod=[C zeros(5,5)];

Mo=obsv(Amod,Cmod);
rank(Mo)
```

```
rangoMo =
10
```



Anche stavolta, le modifiche da apportare allo script `EdificioMPCv1_script.m` ed al modello Simulink `EdificioModelloMPCv1.slx` precedentemente realizzati per adeguarli al nuovo scenario sono minime.

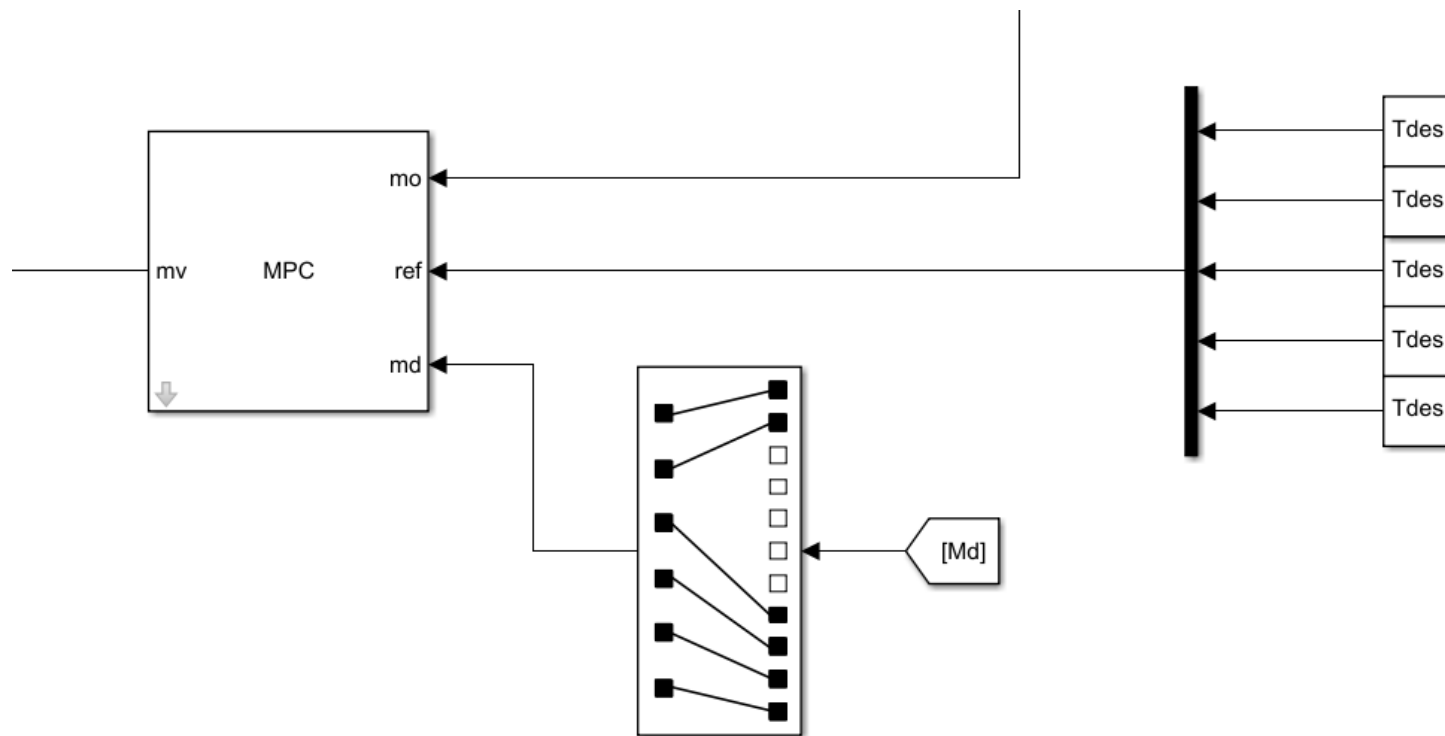
1. Nella istruzione di specifica dei segnali, definiamo come «**MD**»=measurable disturbances le componenti del vettore degli ingressi aventi indici 6, 7, 13, 14, 15 e 16, e come «**UD**»=unmeasurable disturbances quelle aventi indici da 8 a 12

```
ModelloTD = setmpcsignals(ModelloTD, 'MV', 1:5, 'MD', [6 7 13:16], 'UD', 8:12);
```

Ricordiamo infatti come il vettore degli ingressi abbia la seguente struttura

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_m(t) \\ T_0(t) \\ T_{-1}(t) \\ \mathbf{Q}^{int}(t) \\ \Phi^{sol}(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{16} \quad \mathbf{u}_m(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q}^{int}(t) = \begin{bmatrix} Q_1^{int}(t) \\ Q_2^{int}(t) \\ Q_3^{int}(t) \\ Q_4^{int}(t) \\ Q_5^{int}(t) \end{bmatrix} \quad \Phi^{sol}(t) = \begin{bmatrix} \Phi_N(t) \\ \Phi_E(t) \\ \Phi_S(t) \\ \Phi_W(t) \end{bmatrix}$$

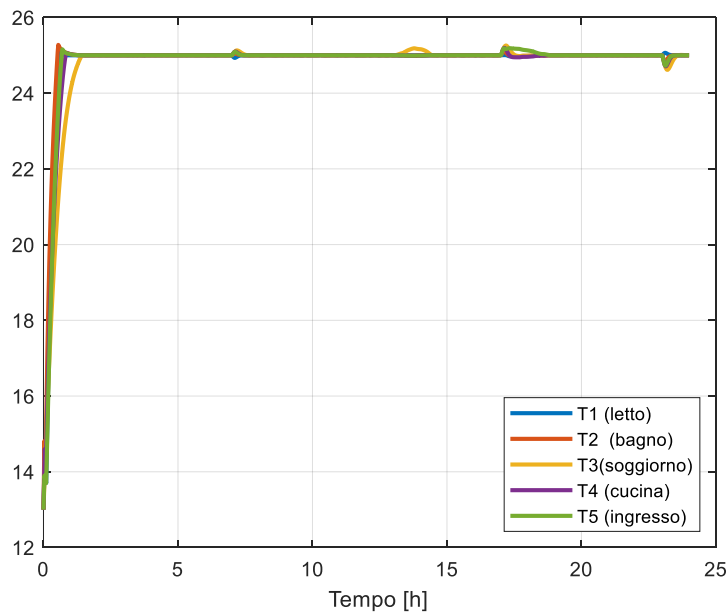
2. Nel modello Simulink, si deve applicare nel terminale «md» del controllore MPC il solo sottoinsieme dei disturbi misurabili.



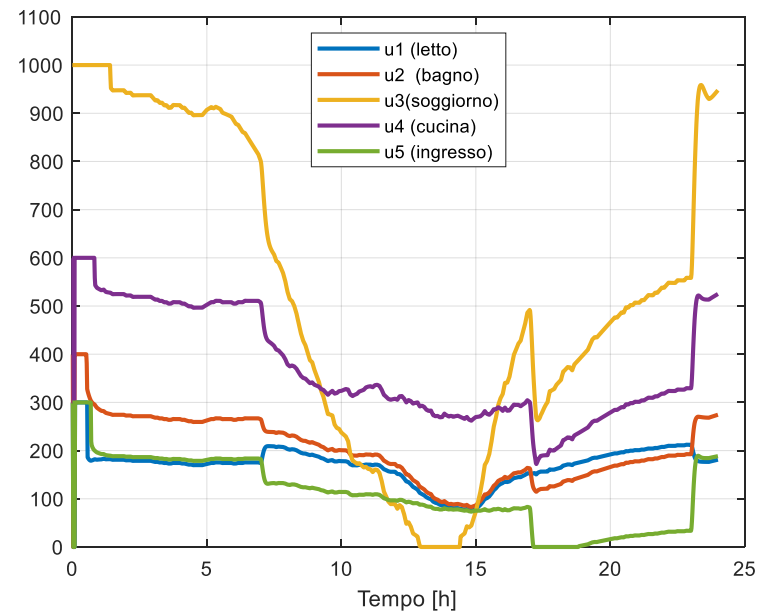
I disturbi non misurabili vengono stimati di default mediante un Filtro di Kalman, creato in automatico. La regolazione fornisce risultati eccellenti.

Risultati

Temperature delle stanze [°C]



Potenze termiche di controllo [W]



Files:

EdificioMPCv3_script.m

EdificioModelloMPCv3.slx