



Matematica Discreta

Foglio 5

Esercizio 1. Si dimostrino i seguenti criteri di divisibilità:

1. Un numero intero n è divisibile per 9 se e solo se la somma delle sue cifre in base 10 è divisibile per 9;
2. Un numero intero n è divisibile per 11 se e solo se la somma alternata delle sue cifre in base 10 è zero.

Esercizio 2. Si determinino tutti gli elementi di \mathbb{Z}_{10} , \mathbb{Z}_{11} e \mathbb{Z}_{12} che hanno inversi moltiplicativi. Per ogni tale elemento si trovi il suo inverso.

Esercizio 3. Si determini quali delle seguenti equazioni modulari hanno soluzioni. In caso ci siano soluzioni, si trovino tutte le soluzioni.

1. $3x \equiv_7 1$
2. $3x \equiv_{12} 1$
3. $3x \equiv_{12} 0$
4. $12x \equiv_{11} -4$
5. $90x \equiv_{42} 12$
6. $24x \equiv_{20} -2$
7. $40x \equiv_{25} -5$

(continua sul retro)

Esercizio 4. Per ogni a , si determini il resto r della divisione per n

1. $a = 20^{20}, n = 21$
2. $a = 32^{300}, n = 21$
3. $a = 7^{102}, n = 51$
4. $a = 43^{22}, n = 17$
5. $a = 2020^{2020}, n = 9$
6. $22^{76}, n = 13$
7. $a = 14^{115}, n = 9$

Esercizio 5. Si consideri il cifrario definito dalla seguente permutazione

$(AFZGU)(RPBC)(VZMO)(HEL)$

Si decifri il seguente messaggio

RELBI FRLPLDLRPIBTFP LOLS SFUUI

Esercizio 6. Il mittente M vuole inviare un codice numerico al destinatario D in modo criptato. La chiave pubblica RSA di D è $(N = 35, e = 5)$.

1. Si verifichi che la chiave pubblica di D è valida;
2. M vuole inviare in modo criptato il codice $x = 14$ a D . Si trovi il messaggio criptato che M deve inviare;
3. Se D riceve come messaggio criptato 7 , qual'è il corrispondente messaggio decifrato?