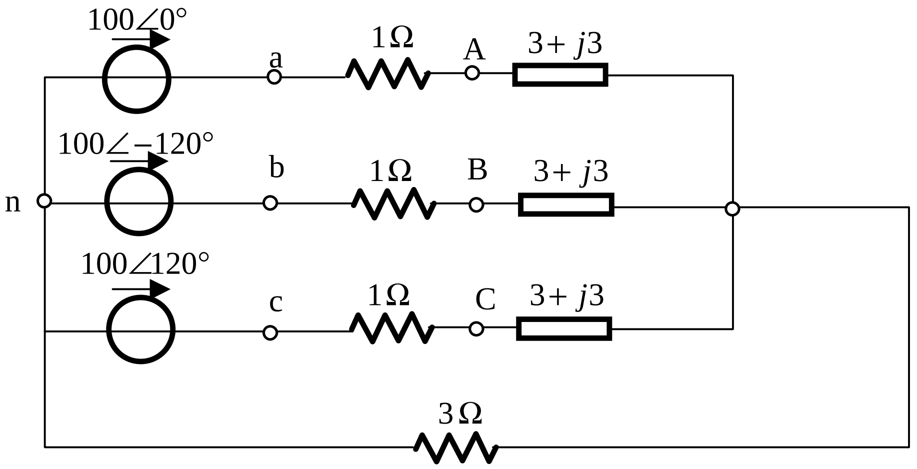
Esercizi sui sistemi trifase

ESERCIZIO 1



Trovare le correnti di linea.

Risoluzione

Per ogni linea l'impedenza è :

$\dot{z}_p = 1 + 3 + j3 = 4 + j3 = 5\angle 36.9°\ \Omega$

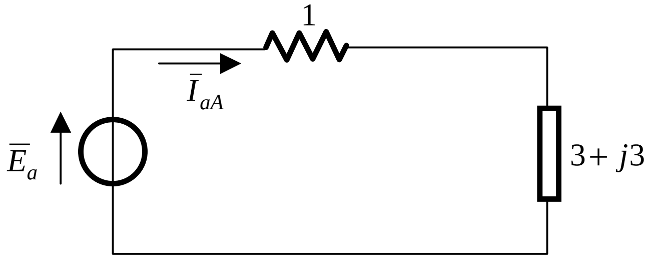
Quindi le correnti di linea sono :

$I_{aA} = \dfrac{100\angle 0°}{5\angle 36.9°} = 20\angle -36.9°$

$I_{bB} = 20\angle -156.9°$

$I_{cC} = 20\angle -276.9°$

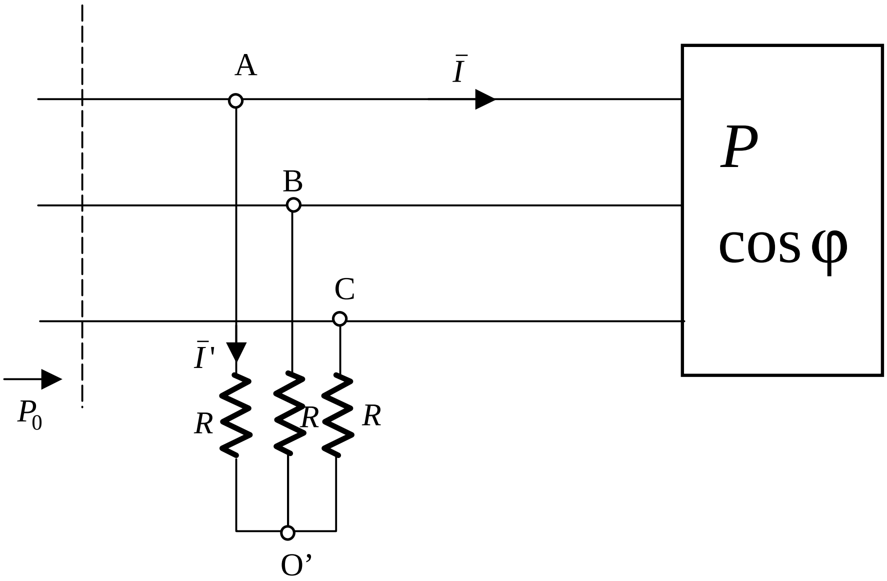
Infatti il circuito può essere riportato ad un circuito monofase equivalente :



Trovata $\bar{I}_{aA}$ le altre due correnti sono uguali in modulo e sfasate rispettivamente di -120° e -240°.

La corrente nel filo neutro è nulla, quindi il filo neutro è come se non ci fosse.

ESERCIZIO 2



$P_0 = 18\ \text{kW}$
$R = 10\ \Omega$
$U = \sqrt{3}\cdot 200\ \text{V}$
$I = \sqrt{2}\cdot 10\ \text{A}$

Ricavare I', P, $\cos\varphi$

Risoluzione

Tra A, B, C ed O' abbiamo la tensione stellata:

$$E = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{200\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 200\ \text{V}$$

Inoltre è:

$$\bar{E} = R\bar{I}' \quad \Rightarrow \quad E = RI' \quad \Rightarrow \quad I' = \frac{E}{R} = \frac{200}{10} = 20\ \text{A}$$

Per il teorema di Boucherot è:

$$P_0 = P + P_R$$

dove:

$$P_R = 3\cdot R\cdot I'^2 = 3\cdot 10\cdot 20^2 = 12000\ \text{W}$$
$$P = P_0 - P_R = 18000 - 12000 = 6000\ \text{W}$$

Siccome è:

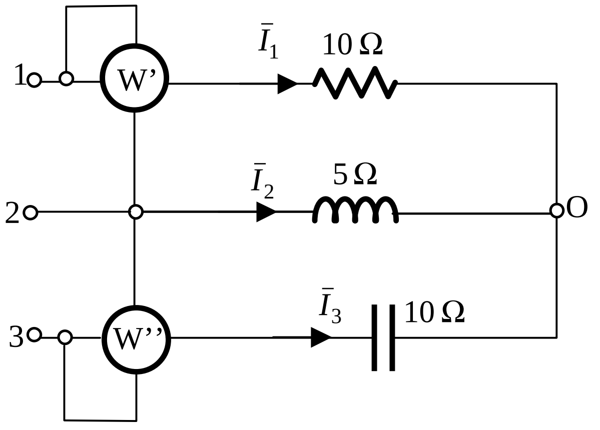
$$P = \sqrt{3}\cdot U\cdot I\cdot\cos\varphi$$

allora:

$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}\cdot U\cdot I} = \frac{6000}{\sqrt{3}\cdot 200\sqrt{3}\cdot 10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\varphi = \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = 45° = \frac{\pi}{4}\ \text{rad}$$

ESERCIZIO 3

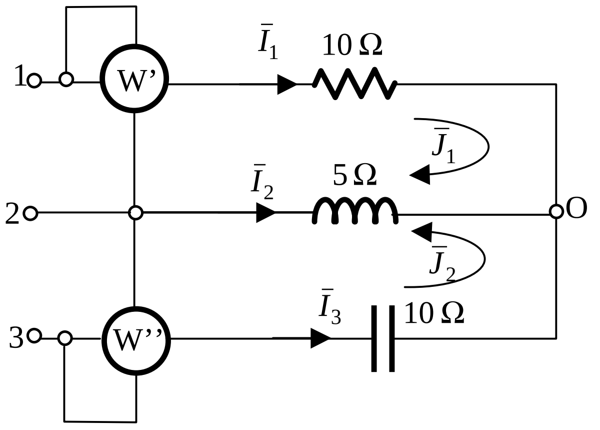


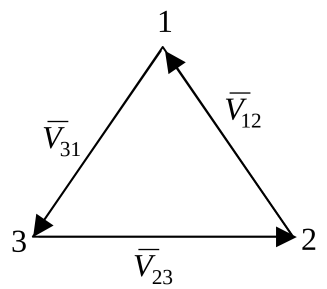
Il sistema è alimentato da una terna simmetrica diretta di tensioni concatenate di 173 V ai morsetti 1, 2, 3.

Si determinino le correnti di linea e le indicazioni dei due wattmetri.

Risoluzione

Applichiamo il metodo delle correnti cicliche. Introduciamo le correnti $\bar{J}_1$ e $\bar{J}_2$.
Rappresentiamo anche la terna di tensioni concatenate.





Abbiamo:

$$\begin{vmatrix} 10+j5 & j5 \\ j5 & -j5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \bar{J}_1 \\ \bar{J}_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{V}_{12} \\ \bar{V}_{32} \end{vmatrix}$$

$$\bar{V}_{12} = 173 \cdot e^{j120}$$
$$\bar{V}_{32} = -173$$

$$\bar{J}_1=\bar{I}_1=\frac{\begin{vmatrix}173\cdot e^{j120} & j5\\ -173 & -j5\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}10+j5 & j5\\ j5 & -j5\end{vmatrix}}=\frac{173\cdot e^{j120}\cdot 5\cdot e^{-j90}+5\cdot e^{j90}\cdot 173}{-j50+25+25}=\frac{865\cdot\left(e^{j30}+e^{j90}\right)}{50-j50}=$$

$$=\frac{865\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+j0.5+j1\right)}{50\cdot(1-j)}=\frac{865\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+j1.5\right)}{50\cdot\sqrt{2}\cdot e^{-j45}}=\frac{865\cdot 1.73\cdot e^{j60}}{70.71\cdot e^{-j45}}=\frac{1496.45\cdot e^{j60}}{70.71\cdot e^{-j45}}=21.18\cdot e^{j105}=21.18\angle 105°$$

$$\bar{J}_2=\bar{I}_3=\frac{\begin{vmatrix}10+j5 & 173\cdot e^{j120}\\ j5 & -173\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}10+j5 & j5\\ j5 & -j5\end{vmatrix}}=\frac{-173\cdot(10+j5)-173\cdot 5\cdot e^{j120}}{70.71\cdot e^{-j45}}=\frac{-173\cdot(10+j5-4.33-j2.5)}{70.71\cdot e^{-j45}}=$$

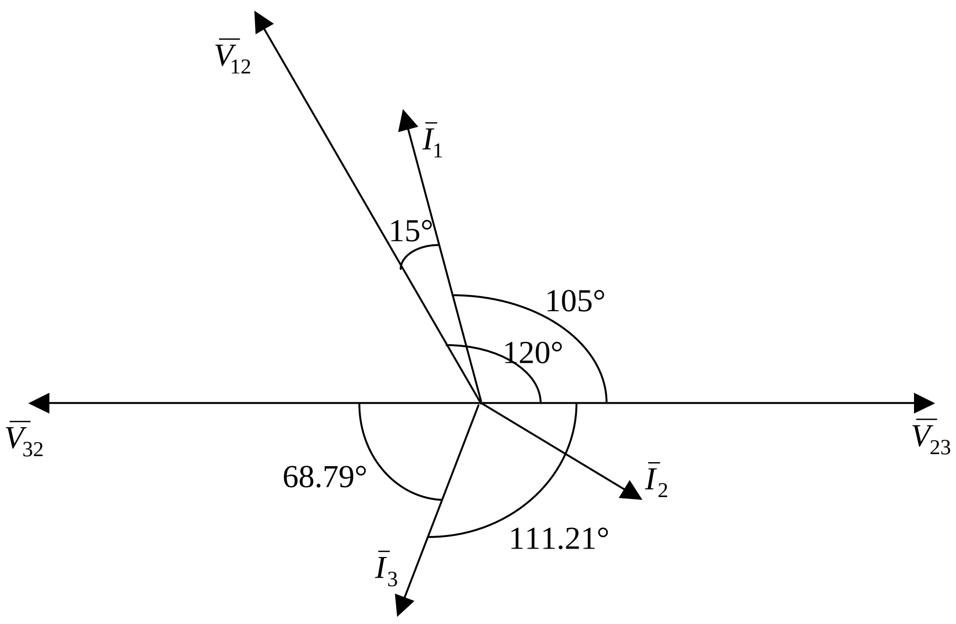
$$=\frac{-173\cdot(5.67+j2.5)}{70.71\cdot e^{-j45}}=\frac{-173\cdot 6.2\cdot e^{j23.79}}{70.71\cdot e^{-j45}}=\frac{-1072.6\cdot e^{j23.79}}{70.71\cdot e^{-j45}}=-15.17\cdot e^{j68.79}=15.17\cdot e^{j248.79}=$$

$$=15.17\cdot e^{-j111.21}=15.17\angle -111.21°$$

$$\bar{I}_2=-\bar{J}_1-\bar{J}_2=-(21.18\angle 105°+15.17\angle -111.21°)=-(-5.48+j20.46-5.49-j14.14)=$$

$$=-(-10.97+j6.32)=10.97-j6.32=12.66\angle -29.94°$$

Tracciamo il diagramma fasoriale:



Per quanto riguarda le letture dei due wattmetri, avremo che:

$$P' = V_{12} I_1 \cdot \cos\left(\widehat{\overline{V}_{12}\overline{I}_1}\right) = 173 \cdot 21.18 \cdot \cos(15°) = 3539.28\ \mathrm{W}$$

$$P'' = V_{32} I_3 \cdot \cos\left(\widehat{\overline{V}_{32}\overline{I}_3}\right) = 173 \cdot 15.17 \cdot \cos(68.79°) = 949.48\ \mathrm{W}$$

$$P = P' + P'' = 4488.76\ \mathrm{W}$$

Per verifica, siccome la potenza attiva viene dissipata solo dalla resistenza, abbiamo:

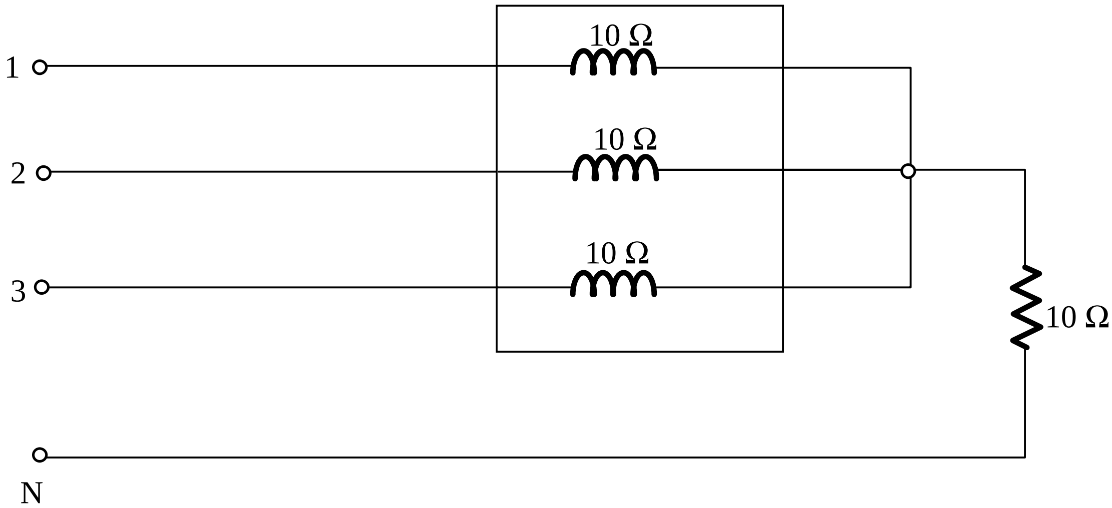
$$P = R \cdot I_1^2 = 10 \cdot (21.18)^2 = 4488.76\ \mathrm{W}$$

ESERCIZIO 4

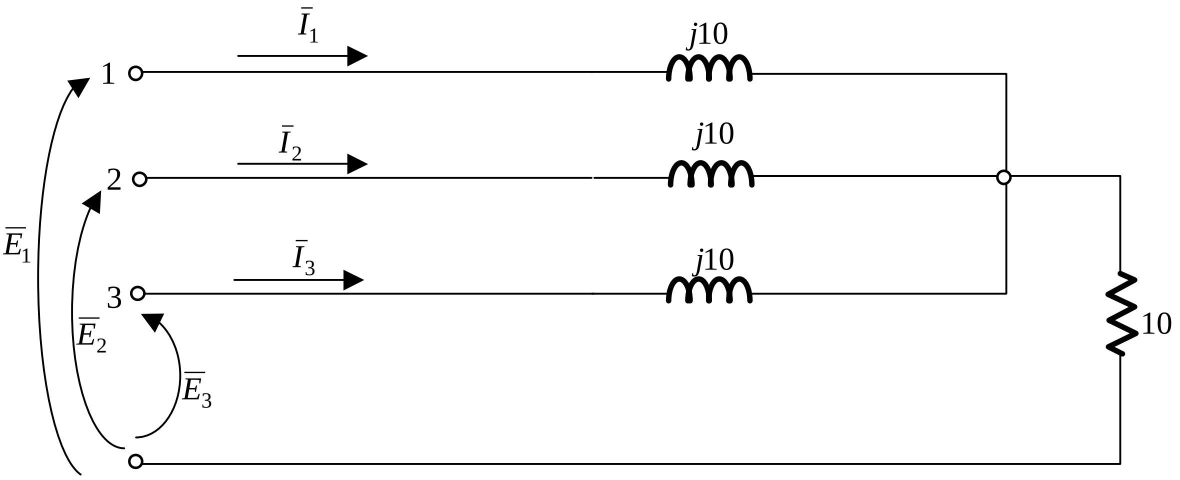
Determinare le correnti di linea nel circuito trifase di figura, sottoposto alle seguenti tensioni stellate:

a) $\overline{E}_1 = 100$; $\overline{E}_2 = \alpha^2 \cdot \overline{E}_1$; $\overline{E}_3 = \alpha \cdot \overline{E}_1$

b) $\overline{E}_1 = 15$; $\overline{E}_2 = -j\overline{E}_1$; $\overline{E}_3 = j\overline{E}$



Risoluzione



a) La prima è una terna simmetrica diretta, carico equilibrato, allora il neutro non è attraversato da corrente:

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{E}_1}{j10} = -j10$$

$$\overline{I}_2 = \alpha^2 \cdot \overline{I}_1 = 10 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} = 10\cos 150° + j10\,\mathrm{sen}\,150° = -8.7 + j5$$

$$\overline{I}_3 = \alpha \cdot \overline{I}_1 = 10 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} = 10\cos 30° + j10\,\mathrm{sen}\,30° = 8.7 + j5$$

b) La seconda è una terna dissimetrica. Si può affrontare lo studio in termini di terne di sequenza :

$$\overline{E}_o = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3\right) = \frac{15 - j\overline{E}_1 + j\overline{E}_1}{\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 8.7$$

$$\overline{E}_d = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\overline{E}_1 + \alpha \cdot \overline{E}_2 + \alpha^2 \cdot \overline{E}_3\right) = \frac{15}{\sqrt{3}} \cdot \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} e^{-j\frac{\pi}{2}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} e^{j\frac{\pi}{2}}\right) = \frac{15}{\sqrt{3}} \cdot \left(1 + e^{j\frac{\pi}{6}} + e^{-j\frac{\pi}{6}}\right) =$$

$$= \frac{15}{\sqrt{3}} \cdot (1 + 0.87 + j0.5 + 0.87 - j0.5) = \frac{41.1}{\sqrt{3}} = 23.73$$

$$\overline{E}_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\overline{E}_1 + \alpha^2 \cdot \overline{E}_2 + \alpha \cdot \overline{E}_3\right) = \frac{15}{\sqrt{3}} \cdot \left(1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} e^{-j\frac{\pi}{2}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} e^{j\frac{\pi}{2}}\right) = \frac{15}{\sqrt{3}} \cdot \left(1 + e^{j\frac{5\pi}{6}} + e^{-j\frac{5\pi}{6}}\right) =$$

$$= \frac{15}{\sqrt{3}} \cdot (1 - 0.87 + j0.5 - 0.87 - j0.5) = -\frac{11.1}{\sqrt{3}} = -6.41$$

La matrice di impedenza del carico è :

$$\overline{E}_1 = j10\overline{I}_1 + 10\overline{I}_1 + 10\overline{I}_2 + 10\overline{I}_3$$

$$\overline{E}_2 = 10\overline{I}_1 + j10\overline{I}_2 + 10\overline{I}_2 + 10\overline{I}_3$$

$$\overline{E}_3 = 10\overline{I}_1 + 10\overline{I}_2 + 10\overline{I}_3 + j10\overline{I}_3$$

quindi :

$$\dot{Z} = \begin{vmatrix} 10 + j10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 + j10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 + j10 \end{vmatrix}$$

è ciclosimmetrica.

Da tale matrice ricaviamo i valori dell'impedenza omopolare, diretta e inversa;

$$\dot{z}_o = \dot{z}_{11} + \dot{z}_{12} + \dot{z}_{13} = 10 + j10 + 10 + 10 = 30 + j10$$

$$\dot{z}_d = \dot{z}_{11} + \alpha^2 \cdot \dot{z}_{12} + \alpha \cdot \dot{z}_{13} = 10 + j10 + 10 \cdot \left(\cos\frac{4\pi}{3} + j\,\mathrm{sen}\frac{4\pi}{3}\right) + 10 \cdot \left(\cos\frac{2\pi}{3} + j\,\mathrm{sen}\frac{2\pi}{3}\right) =$$

$$= 10 + j10 - 10 = j10$$

$$\dot{z}_i = \dot{z}_{11} + \alpha \cdot \dot{z}_{12} + \alpha^2 \cdot \dot{z}_{13} = 10 + j10 + 10 \cdot \left(\cos\frac{2\pi}{3} + j\,\mathrm{sen}\frac{2\pi}{3}\right) + 10 \cdot \left(\cos\frac{4\pi}{3} + j\,\mathrm{sen}\frac{4\pi}{3}\right) =$$

$$= 10 + j10 - 10 = j10$$

Quindi le correnti di sequenza omopolare, diretta e inversa sono :

$$\overline{I}_o = \frac{\overline{E}_o}{\dot{z}_o} = \frac{15}{\sqrt{3} \cdot (30 + j10)} = 0.26 - j0.087$$

$$\overline{I}_d = \frac{\overline{E}_d}{\dot{z}_d} = \frac{41.1}{\sqrt{3} \cdot j10} = -j2.36$$

$$\overline{I}_i = \frac{\overline{E}_i}{\dot{z}_i} = -\frac{11.1}{\sqrt{3} \cdot j10} = j0.63$$

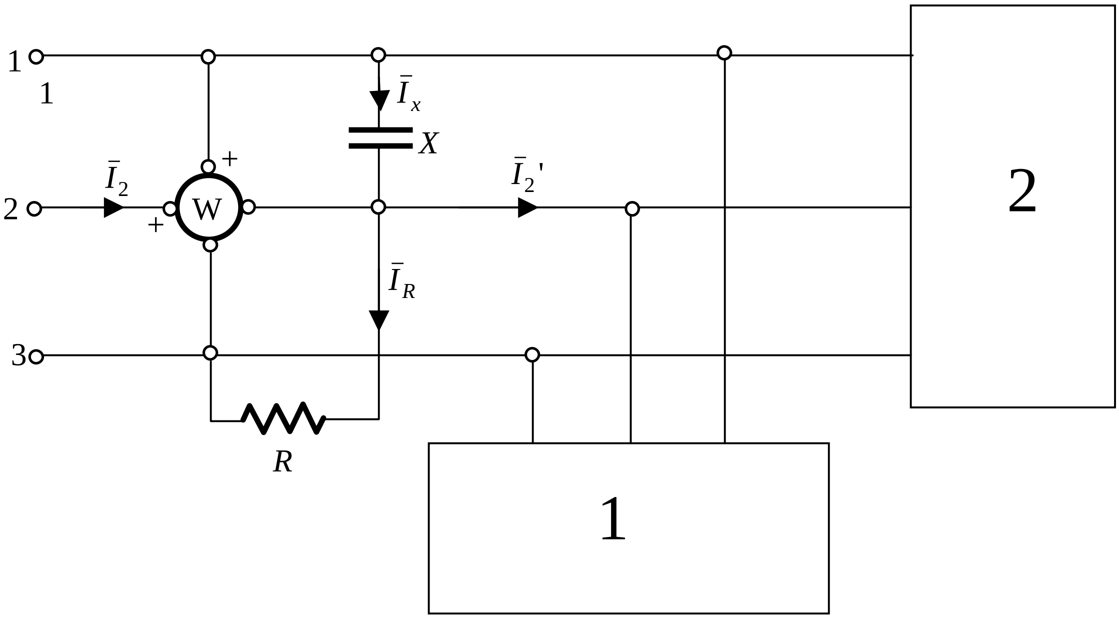
Infine le correnti di linea sono :

$$\bar{I}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\bar{I}_o + \bar{I}_d + \bar{I}_i\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(0.26 - j1.82\right) = 0.15 - j1.05$$

$$\bar{I}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\bar{I}_o + \alpha^2 \cdot \bar{I}_d + \alpha \cdot \bar{I}_i\right) = -1.35 + j0.45$$

$$\bar{I}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\bar{I}_o + \alpha \cdot \bar{I}_d + \alpha^2 \cdot \bar{I}_i\right) = 1.65 + j0.45$$

ESERCIZIO 5



$Q_1 = -5\ \text{kVAR}$

$\cos\varphi_1 = 0$

$P_2 = 10\ \text{kW}$

$Q_2 = 10\ \text{kVAR}$

$R = 20\ \Omega$

$X = 10\ \Omega$

Si calcoli l'indicazione del wattmetro nella rete trifase di figura, alimentata da una terna simmetrica diretta di tensioni concatenate di valore efficace pari a 380 V.
(I carichi 1 e 2 sono equilibrati).

Risoluzione

Il parallelo dei due carichi 1 e 2 costituisce un carico equivalente equilibrato che assorbe una potenza attiva P_p e una potenza reattiva Q_p pari a :

$P_p = P_1 + P_2 = 10\ \text{kW}$

$Q_p = Q_1 + Q_2 = 5\ \text{kVAR}$

e la potenza apparente è :

$$S_p = \sqrt{P_p^2 + Q_p^2} = \sqrt{(10000)^2 + (5000)^2} = 11180.34\ \text{VA}$$

$$\cos\varphi_p = \cos\left(\tan^{-1}\frac{5}{10}\right) = \cos\left(\tan^{-1}0.5\right) = \cos(26.57°) = 0.894$$

Assumiamo

$\bar{U}_{12} = 380$

$\bar{U}_{23} = 380 \cdot e^{-j120}$

$\bar{U}_{31} = 380 \cdot e^{-j240}$

Allora

$\overline{U}_{13} = \overline{U}_{31} = -380 \cdot e^{-j240} = 380 \cdot e^{-j60}$

$\overline{E}_2 = \dfrac{380}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j150} = 220 \cdot e^{-j150}$

La corrente di linea $\bar{I}_2'$ relativa ai due carichi sarà ricavabile tenendo conto che :

$S_p = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$

$\left|\bar{I}_2'\right| = \dfrac{S}{\sqrt{3} \cdot U} = \dfrac{11180.34}{\sqrt{3} \cdot 380} = 16.987 \text{ A}$

$\varphi_{\bar{I}_2'} = -(150 + \varphi_p) = -(150 + 26.57) = -176.6°$

$\bar{I}_2' = 16.987 \cdot e^{-j176.6}$

La corrente che attraversa il capacitore è :

$\bar{I}_X = \dfrac{\overline{U}_{12}}{-jX} = \dfrac{380}{-j10} = j38 = 38 \cdot e^{j90}$

La corrente che attraversa il resistore è :

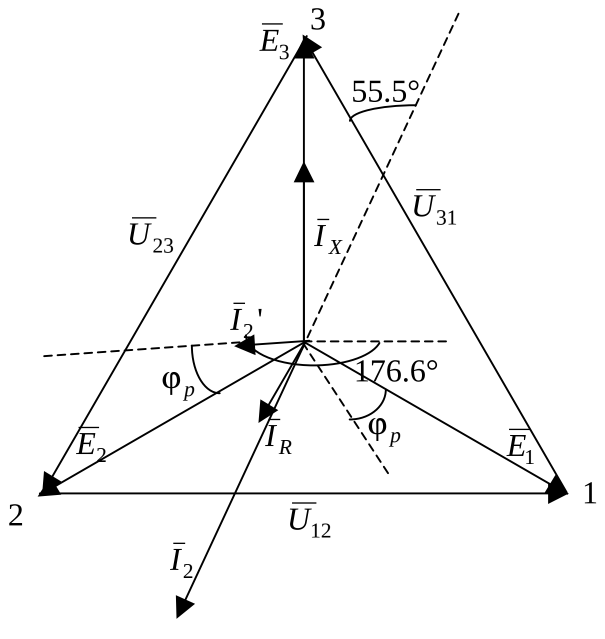
$\bar{I}_R = \dfrac{\overline{U}_{23}}{R} = \dfrac{380 \cdot e^{-j120}}{20} = 19 \cdot e^{-j120}$

La totale corrente $\bar{I}_2$ nell'amperometrica del wattmetro è :

$\bar{I}_2 = \bar{I}_2' + \bar{I}_R - \bar{I}_X = 16.987 \cdot e^{-j176.6} + 19 \cdot e^{-j120} - 38 \cdot e^{j90} = -16.96 - j1.01 - 9.5 - j16.45 - j32 =$

$= -26.46 - j55.47 = 61.45 \cdot e^{-j115.5}$

Il diagramma fasoriale è:



Il wattmetro misura il prodotto :

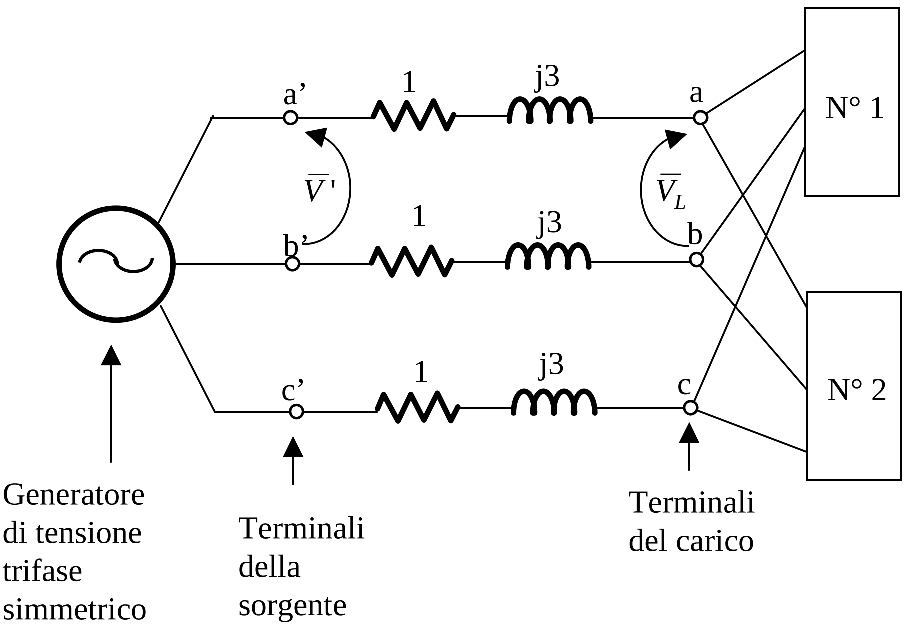
$P_W = U_{13} \cdot I_2 \cdot \cos\left(\widehat{\overline{U}_{13} \cdot \bar{I}_2}\right) = 380 \cdot 61.45 \cdot \cos(55.5°) = 13226 \text{ W}$

ESERCIZIO 6

Due carichi trifase equilibrati sono connessi in parallelo. Il carico n° 1 richiede una potenza di 20 kW con fattore di potenza 0.85; il carico n° 2 richiede 15 kW con fattore di potenza 0.5. La tensione concatenata è pari a 440 V. I terminali del carico sono connessi ai terminali di un generatore trifase simmetrico attraverso linee di impedenza (1+j3) Ω ciascuna. Calcolare:

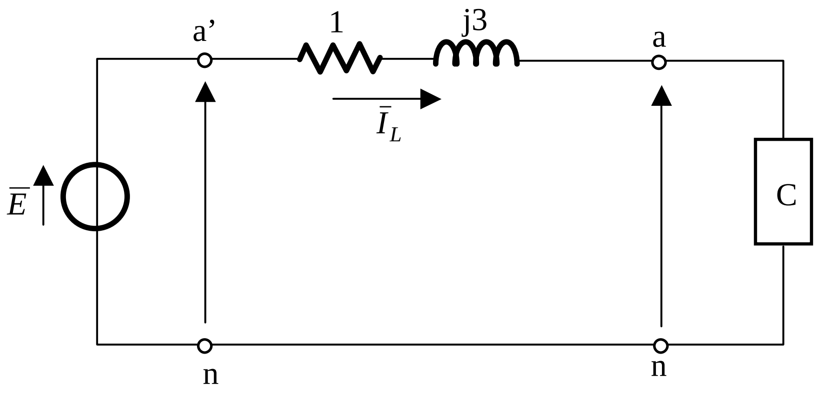
a) la corrente di linea;
b) la tensione ai capi dei terminali della sorgente;
c) il fattore di potenza ai terminali del carico ed ai terminali della sorgente.

Tracciare il diagramma fasoriale.



Risoluzione

Poiché il sistema è trifase simmetrico ed equilibrato possiamo riferirci al circuito monofase equivalente.



a) La corrente di linea può essere ricavata immediatamente dall'equazione $S = V \cdot I$.

La potenza attiva P è pari alla somma delle potenze attive P_1 e P_2 :

$$P = P_1 + P_2 = 20 + 15 = 35\ \text{kW}$$

Per quanto riguarda le potenze reattive sarà :

$$Q_1 = P_1 \cdot \tan(\arccos \varphi_1) = 20 \cdot \tan(\arccos 0.85) = 20 \cdot \tan 31.8° = 12.39\ \text{kVAR}$$

$$Q_2 = P_2 \cdot \tan(\arccos \varphi_2) = 15 \cdot \tan(\arccos 0.5) = 15 \cdot \tan 60° = 25.98\ \text{kVAR}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 12.39 + 25.98 = 38.37\ \text{kVAR}$$

Nella rappresentazione monofase il carico C assorbirà una potenza attiva ed una reattiva pari ad $1/3$ dell'intero ammontare:

$$P_p = \frac{P}{3} = 11.67\ \text{kW}$$

$$Q_p = \frac{Q}{3} = 12.79\ \text{kVAR}$$

$$S_p = \sqrt{\left(\frac{P}{3}\right)^2 + \left(\frac{Q}{3}\right)^2} = 17.31\ \text{kVA}$$

La tensione stellata ai capi del carico è :

$$V_{an} = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{440}{\sqrt{3}} = 254.03\ \text{V}$$

Quindi la corrente di linea è :

$$I_L = \frac{S}{V_{an}} = \frac{17310}{254.03} = 68.14\ \text{A}$$

b) Applicando Kirchhoff al circuito monofase si ottiene :

$$\bar{V}_{a'n} = \bar{V}_{an} + \bar{V}_{a'a}$$

Assumiamo la corrente di linea come riferimento :

$$\bar{I}_L = 68.14\angle 0°\ \text{A}$$

$\bar{V}_{an}$ sarà sfasata di un angolo φ determinato a partire dal fattore di potenza del carico C, combinazione dei due carichi :

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{Q_p}{P_p}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{12.79}{11.67}\right) = 47.62°$$

$$\bar{V}_{an} = 254.03\angle 47.62° = 171.22 + j187.65$$

La tensione $\bar{V}_{a'a}$ sarà pari alla caduta di tensione nella linea :

$$\bar{V}_{a'a} = (1 + j3) \cdot \bar{I}_L = 68.14 \cdot (1 + j3) = 68.14 + j204.42$$

$$\bar{V}_{a'n} = \bar{V}_{an} + \bar{V}_{a'a} = 171.22 + j187.65 + 68.14 + j204.42 = 239.36 + j392.07 = 459.36\angle 58.5958°$$

La tensione ai capi della sorgente è :

$$V' = \sqrt{3} \cdot V_{a'n} = 795.63\ \text{V}$$

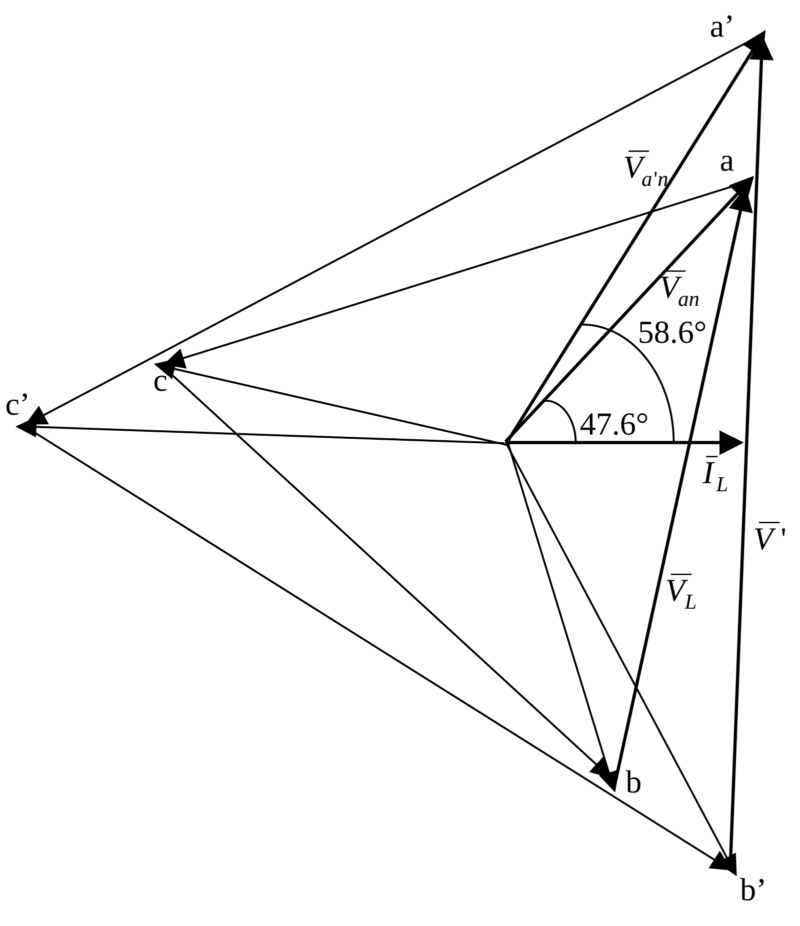
c) Il fattore di potenza ai capi del carico è

$\cos\varphi = \cos 47.62° = 0.674$

Ai capi della sorgente è l'angolo tra $\bar{I}_L$ e $\bar{V}_{a'n}$ cioè $58.5958°$

$\cos\varphi' = \cos 58.5958° = 0.521$

Tracciamo il diagramma fasoriale:

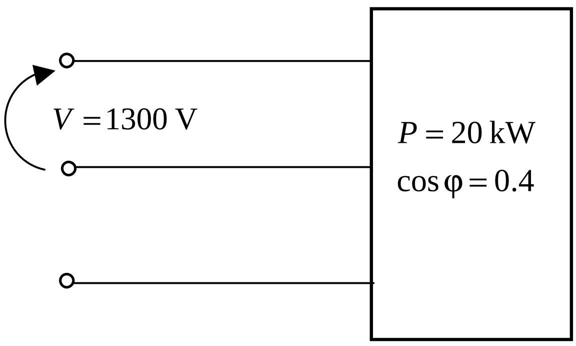


ESERCIZIO 7

Un carico trifase richiede 20 kW con fattore di potenza 0.4 in ritardo. La frequenza è 60 Hz. Calcolare la totale potenza reattiva di 3 capacitori che, quando collegati a stella o a triangolo in parallelo al carico, porterebbe il fattore di potenza a 0.9 in ritardo. Se la tensione concatenata è 1300 V, calcolare il valore di ciascun capacitore per connessione a triangolo ed a stella.

Risoluzione

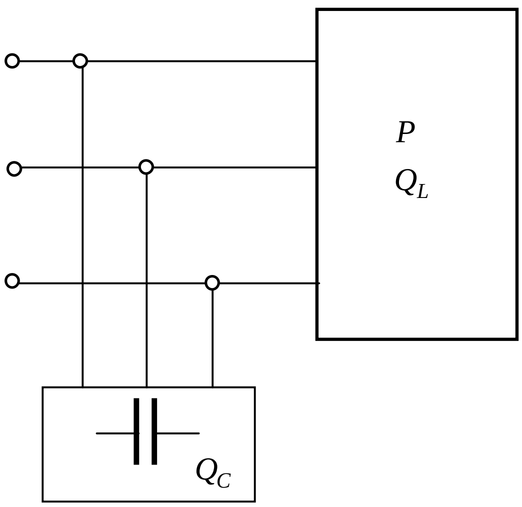
Abbiamo la seguente situazione:

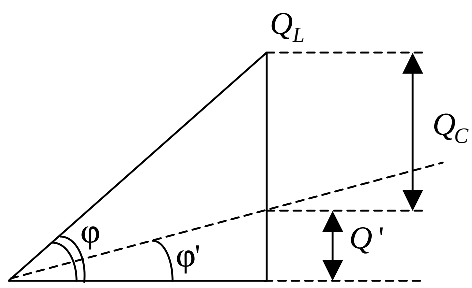


$\cos\varphi = 0.4 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 66.4°$

$Q_L = P \cdot \tan\varphi = 20 \cdot \tan 66.4° = 45.83$ kVAR induttivi

Vengono inseriti 3 condensatori per rifasare il carico:





Il fattore di potenza deve essere portato ad un valore $\cos\varphi' = 0.9 \;\Rightarrow\; \varphi' = 25.84°$.

Con tale $\cos\varphi'$ la potenza reattiva sarà :

$Q' = P \cdot \tan\varphi' = 20 \cdot \tan 25.84° = 9.686$ kVAR induttivi

quindi i condensatori devono assorbire una potenza reattiva pari a :

$Q_C = Q_L - Q' = 45.83 - 9.686 = 36.14$ kVAR capacitivi

Per ciascun capacitore sarà :

$$Q_C' = \frac{Q_C}{3} = 12.05 \text{ kVAR capacitivi}$$

Se i capacitori sono connessi a triangolo sarà :

$$I_C = \frac{Q_C'}{V} = \frac{12050}{1300} = 9.27 \text{ A}$$

e la reattanza di ciascun capacitore è :

$$\frac{1}{\omega C_\Delta} = \frac{V}{I_C} \quad \Rightarrow \quad C_\Delta = \frac{I_C}{\omega V} = \frac{9.27}{2\pi \cdot 60 \cdot 1300} = 18.91\,\mu\text{F}$$

Se i capacitori sono connessi a stella sarà :

$C_{⅄} = 3 \cdot C_{\cong} = 56.73\,\mu$F (dalla trasformazione $\cong \rightarrow$ ⅄)

Infatti, la tensione stellata è:

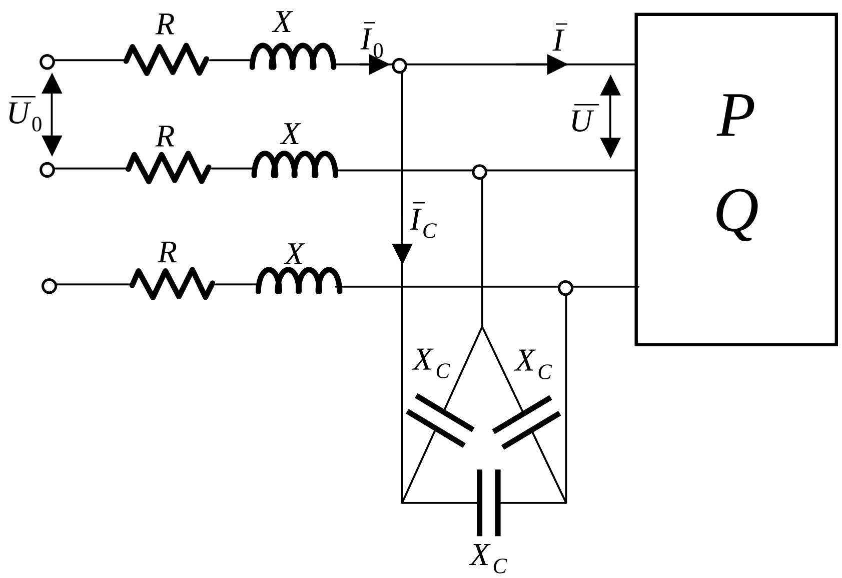
$$E = \frac{V}{\sqrt{3}} = 750.6 \text{ V}$$

$$I_C' = \frac{Q}{E} = 16.05 \text{ A}$$

$$\frac{1}{\omega C_{⅄}} = \frac{E}{I_C'} \quad \Rightarrow \quad C_{⅄} = \frac{I_C'}{\omega E} = 56.73\,\mu F$$

ESERCIZIO 8

Linea trifase con tensioni simmetriche e carico equilibrato.



$P = 12$ kW
$Q = 12$ kVAR
$I = \sqrt{2} \cdot 40$ A
$I_C = 40$ A
$P_0 = 18$ kW
$Q_0 = 6$ kVAR

Determinare i valori di U, X_C, R e X.

Risoluzione

Determiniamo U :

La potenza apparente assorbita dal carico è :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 12000 \cdot \sqrt{2} \text{ VA}$$

Dalla $S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$ abbiamo che :

$$U = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U \cdot I} = \frac{12000 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot 40} = \frac{300}{\sqrt{3}} = 100 \cdot \sqrt{3} \text{ V}$$

Per quanto riguarda X_C abbiamo che :

$$U = X_C \cdot \left(\frac{I_C}{\sqrt{3}} \right)$$ dove $\frac{I_C}{\sqrt{3}}$ è la corrente che scorre lungo ciascun capacitore

quindi :

$$X_C = \sqrt{3} \cdot \frac{U}{I_C} = \sqrt{3} \cdot \frac{100 \cdot \sqrt{3}}{40} = 7.5 \, \Omega$$

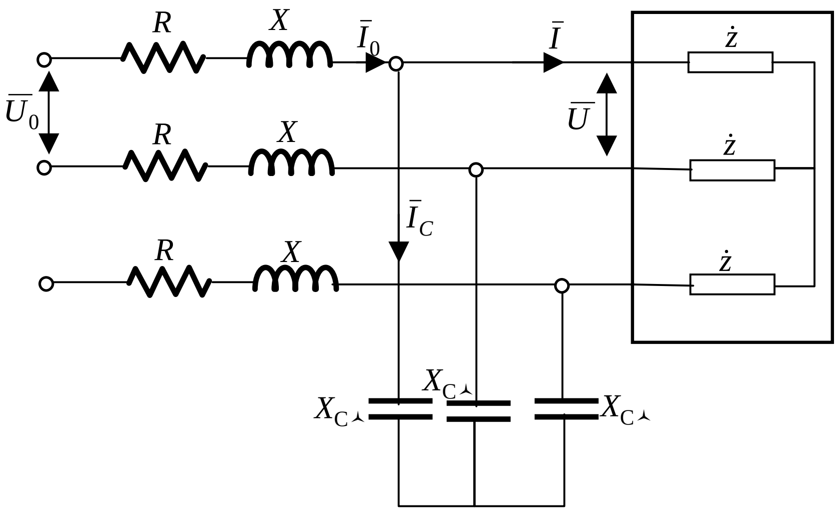
Per ricavare X sfruttiamo la relazione data dal teorema di Boucherot per le potenze reattive :

$$Q_0 = Q_X - Q_C + Q \qquad (*)$$

ed essendo :

$$Q_X = 3 \cdot X \cdot I_0^2$$

bisogna determinare I_0. Semplificando le cose supponiamo che i capacitori siano collegati a stella



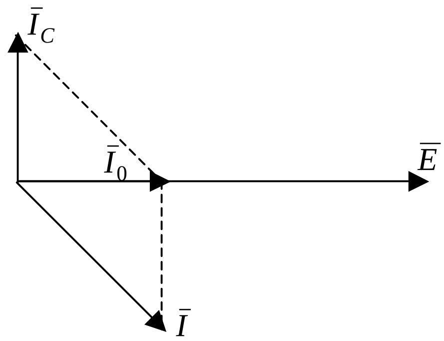
Ai capi di ciascuna impedenza $\dot{z}$ e di ciascun capacitore vi è la stessa tensione stellata E.

$\bar{I}$ è sfasata in ritardo rispetto ad $\bar{E}$ di un angolo dato da :

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right) = \tan^{-1} 1 = 45°$$

$\bar{I}_C$ è sfasata di 90° in anticipo rispetto ad $\bar{E}$.

Avremo :



Quindi $I_0 = 40$ A e $Q_X = 3 \cdot X \cdot I_0^2 = 3 \cdot 40^2 \cdot X$

Inoltre :

$$Q_C = 3 \cdot \frac{U^2}{X_C} = 3 \cdot \frac{3 \cdot 100^2}{7.5} = 12000 \text{ VAR}$$

$Q = 12000$ VAR

$Q_0 = 6000$ VAR

quindi dalla (*) si ottiene :

$$6000 = 3 \cdot 40^2 \cdot X - 12000 + 12000$$

$$X = \frac{6000}{4800} = 1.25\,\Omega$$

Per quanto riguarda la R, sfruttando il teorema di Boucherot per le potenze attive:

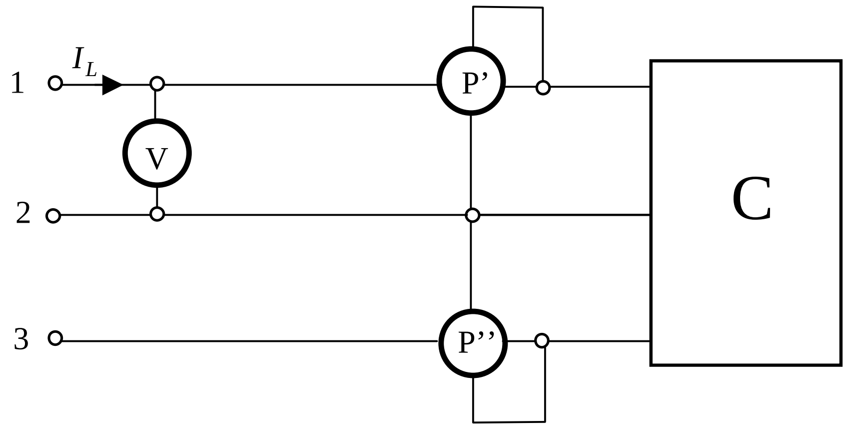
$$P_0 = 3 \cdot R \cdot I_0^2 + P$$

$$18000 = 3 \cdot 40^2 \cdot I_0^2 + 12000$$

$$R = \frac{18000 - 12000}{3 \cdot 1600} = 1.25\,\Omega$$

ESERCIZIO 9 (II esercizio del II compitino 1997/98)

Due wattmetri in inserzione Aron su un carico trifase equilibrato segnano rispettivamente: P'=200 W; P''=350 W. Il voltmetro segna 220 V. Ricavare la potenza attiva, reattiva, il fattore di potenza, la corrente di linea. Si determini inoltre quale nuovo carico simmetrico si debba derivare sulla linea perché le letture dei due wattmetri diventino uguali, e determinarne il valore.



Risoluzione

Dalle letture dei due wattmetri possiamo ricavare la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico:

$$P = P' + P'' = 550 \text{ W}$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot (P'' - P') = \sqrt{3} \cdot (350 - 200) = 259.8 \text{ VAR}$$

quindi il fattore di potenza:

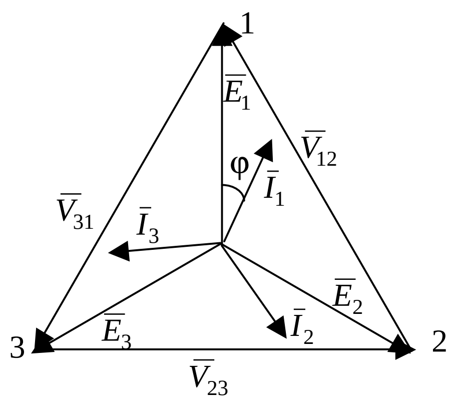
$$\cos\varphi = \cos\left(\text{arctg}\frac{Q}{P}\right) = \cos\left(\text{arctg}\frac{259.8}{550}\right) = 0.904 \quad \Rightarrow \quad \varphi \cong 25°$$

La corrente di linea é:

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos\varphi} = \frac{550}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0.904} = 1.507 \text{ A}$$

Il carico è ohmico-induttivo ($Q > 0$).

Abbiamo il seguente diagramma fasoriale:



Per far sì che i wattmetri diano la stessa lettura, occorre che :

$P' = P'' \quad \Rightarrow \quad Q = \sqrt{3} \cdot (P'' - P') = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0$

cioè occorre fare un rifasamento totale del carico con 3 condensatori. Siccome siamo in bassa tensione, viene privilegiato il risparmio dato dal collegamento a triangolo dei capacitori (hanno un valore di capacitanza inferiore a quello dato dal collegamento a stella).

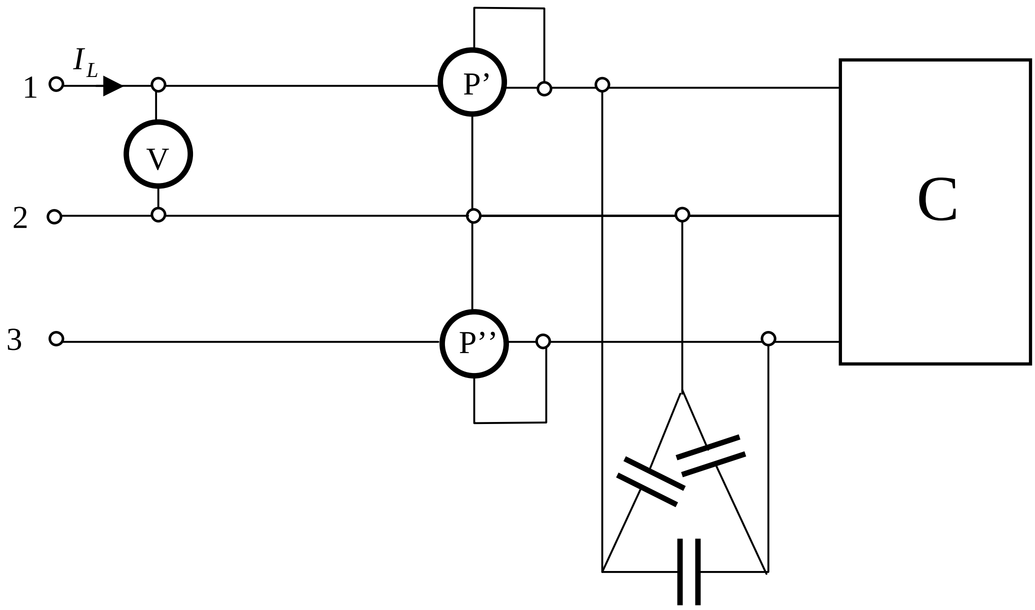
Ciascun condensatore preleva una potenza reattiva pari a :

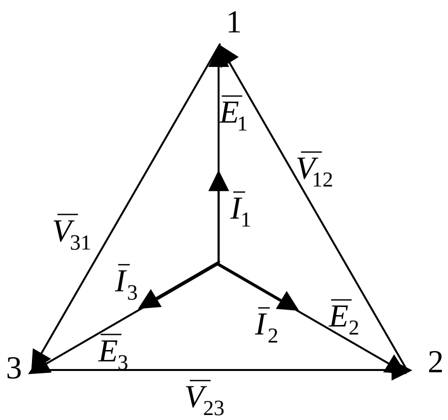
$$Q_C = \frac{Q}{3} = \frac{259.8}{3} = 86.6 \text{ VAR}$$

Sarà :

$$Q_C = \frac{V^2}{X_C} \quad \Rightarrow \quad X_C = \frac{V^2}{Q_C} = \frac{220^2}{86.6} = 558.9\,\Omega$$

Alla frequenza di 50 Hz sarà $X_C = \dfrac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow \quad C = \dfrac{1}{\omega X_C} = \dfrac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot X_C} \cong 6\,\mu\text{F}$





In questa situazione, la corrente di linea sarà :

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot V} = 1.443 \text{ A}$$

Calcoliamo le potenze attive lette dai wattmetri :

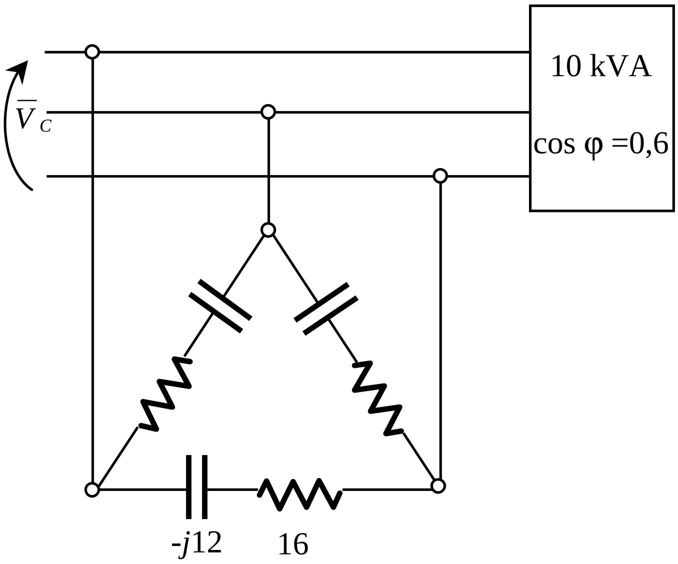
$P' = V_{12} I_1 \cos\left(\widehat{\overline{V}_{12}\overline{I}_1}\right) = 220 \cdot 1.443 \cdot \cos 30° = 275 \text{ W}$

$P'' = P' = 275 \text{ W}$

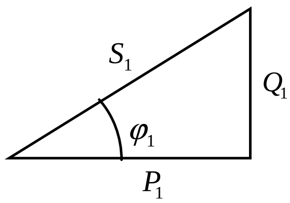
ESERCIZIO 10
(Marzo 93)

Un motore trifase richiede una potenza apparente di 10 kVA, con un fattore di potenza 0,6, ad una sorgente con tensione stellata pari a 220 V. E’ in parallelo con un carico equilibrato collegato a triangolo di resistenze 16 Ω e reattanze -*j* 12 Ω in serie in ciascuna fase. Trovare la totale potenza apparente, la totale potenza attiva, la corrente di linea ed il fattore di potenza complessivo.

Risoluzione



Per il motore:

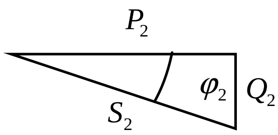


$$\varphi_1 = 53{,}13°$$
$$P_1 = S_1 \cdot \cos\varphi_1 = 6 \text{ kW}$$
$$Q_1 = S_1 \cdot \text{sen}\,\varphi_1 = 8 \text{ kVAR}$$

Per il carico: $V = 220$ V

$\dot{z} = 16 - j12$

$$\overline{V}_C = \sqrt{3} \cdot 220 = 381{,}1 \text{ V}$$
$$\bar{I} = \frac{381{,}1}{\sqrt{16^2 + 12^2}} = 19{,}05 \text{ A}$$
$$\varphi_2 = \tan^{-1}\left(\frac{-12}{16}\right) = -36{,}87°$$
$$P_2 = R \cdot \bar{I}^2 = 5{,}81 \text{ kW}$$
$$Q_2 = X \cdot \bar{I}^2 = -4{,}35 \text{ kVAR}$$
$$S_2 = \sqrt{5{,}81^2 + 4{,}35^2} = 7{,}25 \text{ kVA}$$



e complessivamente:

$$P_T = 11{,}81\ \mathrm{kW}$$
$$\mathrm{Q_T} = 3{,}65\ \mathrm{kVAR}$$
$$\mathrm{S_T} = \sqrt{11{,}81^2 + 3{,}65^2} = 12{,}36\ \mathrm{kVA}$$
$$\varphi_\mathrm{T} = \tan^{-1}\left(\frac{3{,}65}{11{,}81}\right) = 17{,}22°$$
$$\cos\varphi = \frac{\mathrm{S_T}}{\mathrm{Q_T}} = 0{,}955$$
$$P_t = \sqrt{3} UI \cos\varphi = 3EI\cos\varphi$$
$$I = \frac{P_T}{3 \cdot 220 \cdot \cos\varphi} = \frac{11{,}81}{3 \cdot 220 \cdot 0{,}955} = 18{,}74\ \mathrm{A}$$