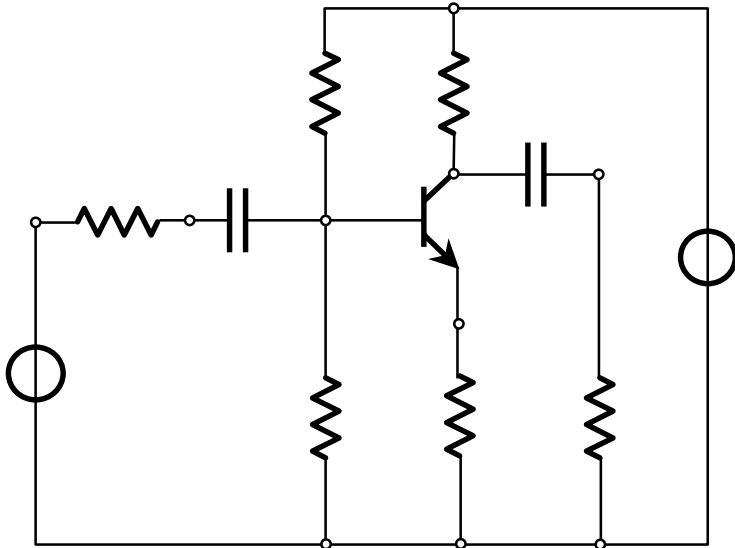


# Esercitazione sulla Teoria dei Grafi

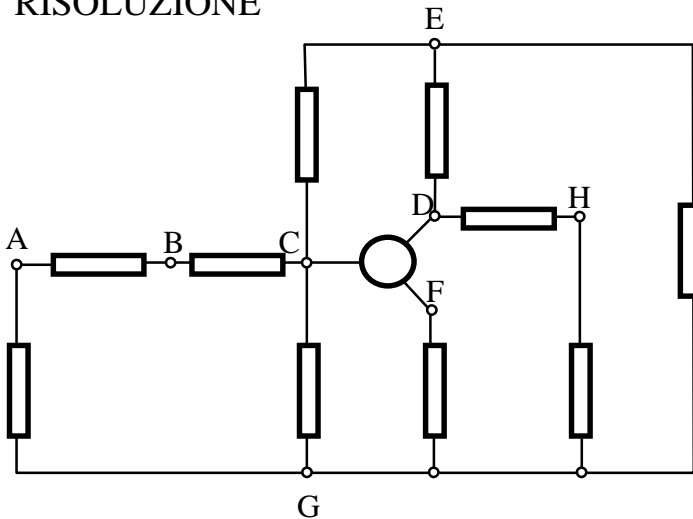
## ESERCIZIO N° 1



Dato il circuito in figura, determinare il numero complessivo di variabili descrittive del circuito, il numero di equazioni topologiche ed il numero di equazioni del componente occorrenti per risolverlo.

(Stadio di amplificazione ad E.C.)

## RISOLUZIONE



Si può riportare il circuito alla forma più "astratta" che evidenzia l'unico aspetto necessario per rispondere al quesito: il circuito contiene **10 bipoli** e **1 tripolo**.

Allora si avranno:

10  $\begin{cases} \text{tensioni} \\ \text{correnti} \end{cases}$

per il complesso dei bipoli

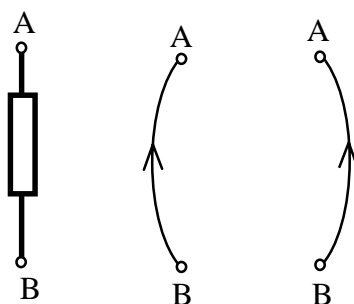
2  $\begin{cases} \text{tensioni} \\ \text{correnti} \end{cases}$

per il tripolo

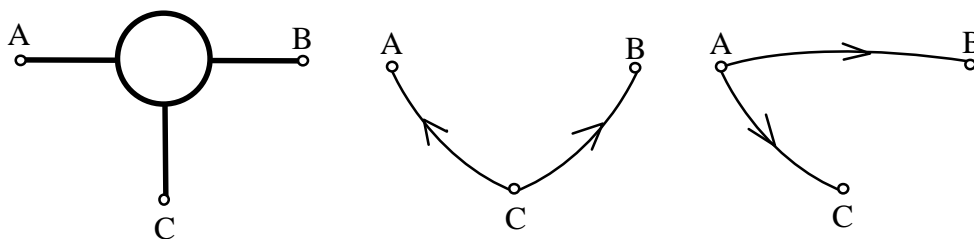
Infatti, in generale, se abbiamo un componente generico con  $n+1$  terminali e abbiamo fissato un morsetto come riferimento, si assumono come **correnti descrittive** quelle in tutti gli altri  $n$  terminali, con orientamento entrante nella superficie limite del componente e, come **tensioni descrittive**, le tensioni fra il **nodo comune** e ciascuno degli altri, orientate secondo le frecce che procedono dal comune al singolo morsetto. Tale convenzione è detta degli **utilizzatori**.

Quindi per i bipoli avremmo una corrente e una tensione descrittiva. Per il tripolo due tensioni e due correnti descrittive.

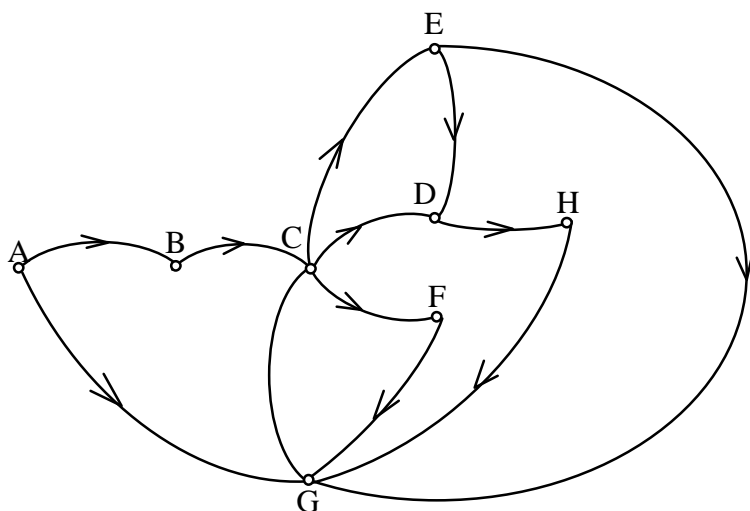
Facciamo, inoltre, riferimento alla teoria dei **grafi** e ricordiamo che, per un componente con due morsetti (bipolo) sono possibili due soli grafi:



mentre, per i componenti con tre morsetti (tripoli) sono possibili diversi grafi. Per esempio:



Possiamo tracciare il grafo corrispondente alla rete in esame:

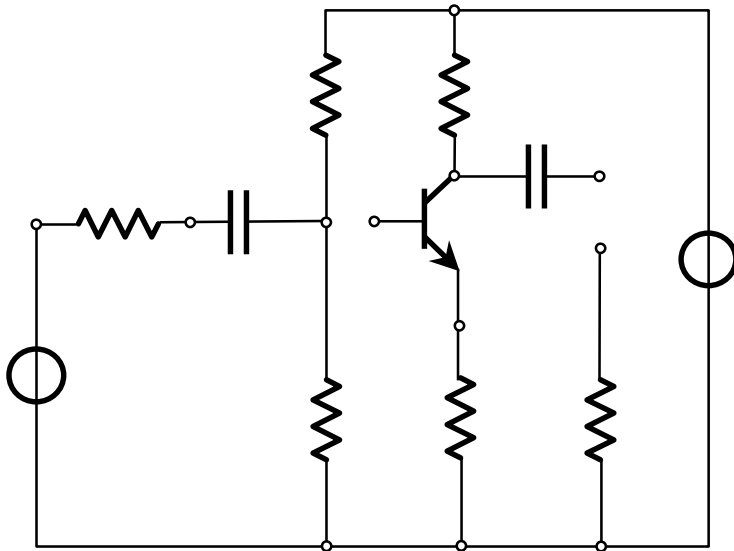


Il grafo contiene  $l = 12$  lati, quindi complessivamente si avranno  $2l = 24$  variabili descrittive. Ne consegue che devono esserci:

**12** equazioni del componente \*  
**12** equazioni topologiche \*\*

\* una per ciascun bipolo e due per il tripolo  
 \*\* da trovare con i principi di Kirchoff

## ESERCIZIO N° 2

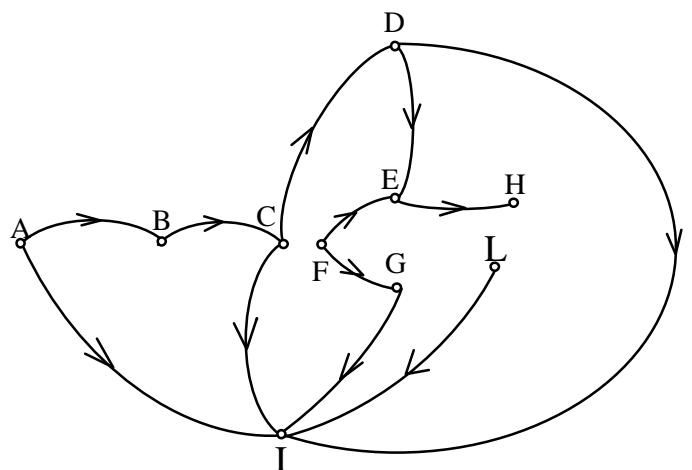
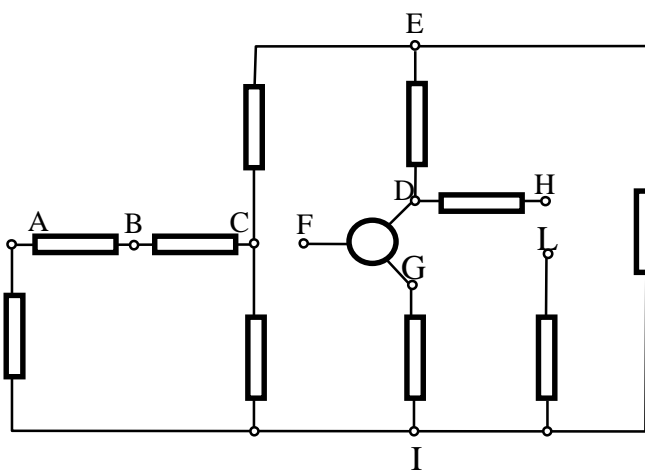


Le risposte al problema precedente sarebbero cambiate alterando le connessioni come indicato nella figura a lato?

## RISOLUZIONE

La risposta è **no**. Il numero di variabili e di equazioni dipende solo dal numero dei componenti e dal numero di terminali posseduto da ciascuno di essi (bipolo, tripolo, etc.).

E' importante osservare, invece, che cambierà la **struttura** delle equazioni topologiche, dato che sono alterati i collegamenti (cioè la **topologia**) rispetto al caso precedente. Le equazioni dei componenti, invece, sono immutate **non solo** per numero, **ma anche** per forma, perché i componenti sono gli stessi.

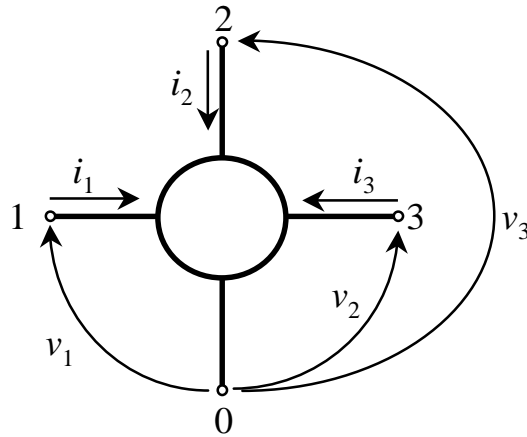


$$l = 12$$

### ESERCIZIO N° 3

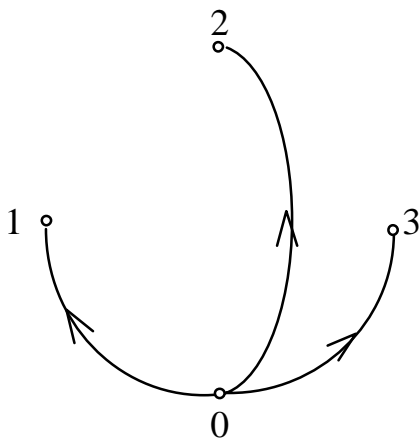
Le variabili descrittive di un componente si possono individuare sostituendo al componente un suo qualunque grafo. Quale grafo corrisponde alle variabili descrittive scelte con la convenzione normale?

Rispondere, per esempio, nel caso del quadripolo seguente:



### RISOLUZIONE

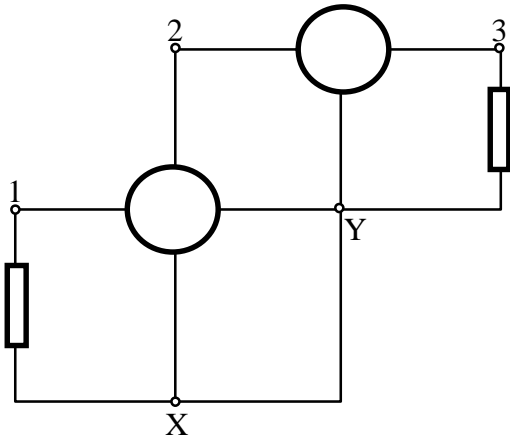
Come già specificato in precedenti esercizi, il grafo di un componente è un qualsiasi albero che ha, come nodi, i morsetti del componente, mentre i lati devono essere esterni alla superficie limite del componente. Nel caso del quadripolo possiamo avere diversi grafi e, nel caso di convenzione normale, il grafo corrispondente è quello detto **a stella**. Nel caso specifico si ha:



Le frecce orientate rappresentano le tensioni. Le correnti sono immediatamente determinabili, quanto a direzione, ricordando la convenzione degli utilizzatori.

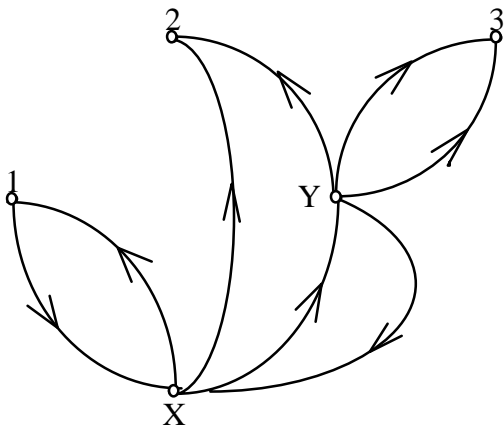
## ESERCIZIO N° 4

Nel circuito che segue si assegni un grafo a stella per ciascuno dei componenti, orientandolo in modo che le variabili descrittive seguano la convenzione degli utilizzatori. Si scelga **X** come comune per il quadripolo e **Y** come comune per il tripolo. Tracciare un possibile grafo del circuito.



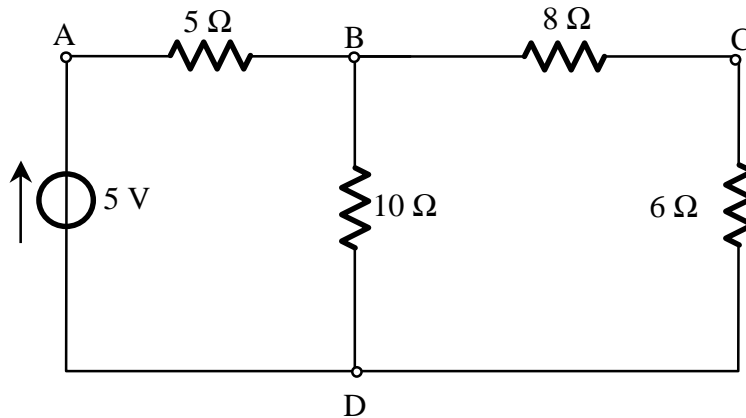
## RISOLUZIONE

Dato il testo dell'esercizio, non vi sono ambiguità sui grafi del tripolo e del quadripolo. I bipoli possono, invece, avere l'arco orientato nei due sensi, in quanto non è stato specificato quale morsetto assumere come comune. Si osservi che anche il corto-circuito fra **X** e **Y** è stato descritto da un grafo (arco), esattamente come ogni altro bipolo: l'informazione sulla natura di tale arco proviene, infatti, dall'equazione del componente, ma **NON RIGUARDA IL GRAFO**.



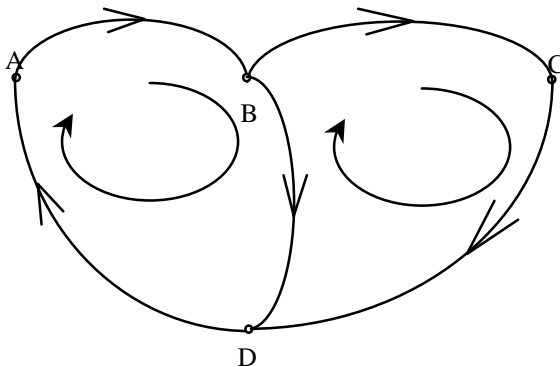
## ESERCIZIO N° 5

Dato il circuito in figura, determinare un grafo del circuito, scrivere le equazioni costitutive dei componenti e le equazioni topologiche del circuito. Verificare infine se il numero di equazioni complessive è sufficiente a determinare l'insieme delle correnti e delle tensioni del circuito.



### RISOLUZIONE

Il circuito in figura consta di soli bipoli, per cui il numero di lati del grafo corrispondente ha tanti lati quanti sono i componenti, cioè **5**. I nodi del grafo sono gli stessi del circuito; ne contiamo **4**.



$l =$	<b>5</b>	lati
$n =$	<b>4</b>	nodi
$2l =$	<b>10</b>	incognite
$n-1 =$	<b>3</b>	equazioni ai nodi
$l-(n-1) =$	<b>2</b>	equazioni alle maglie
$l =$	<b>5</b>	equazioni costitutive

$$\begin{cases} v_{AD} + v_{BA} + v_{DB} = 0 \\ v_{CB} + v_{DC} - v_{DB} = 0 \\ i_{AD} - i_{BA} = 0 \\ i_{BA} - i_{DB} - i_{CB} = 0 \\ i_{CB} - i_{DC} = 0 \end{cases}$$

equazioni topologiche

$$\begin{cases} v_{AD} = 5 \\ v_{BA} = 5 \cdot i_{BA} \\ v_{DB} = 10 \cdot i_{DB} \\ v_{CB} = 8 \cdot i_{CB} \\ v_{DC} = 6 \cdot i_{DC} \end{cases}$$

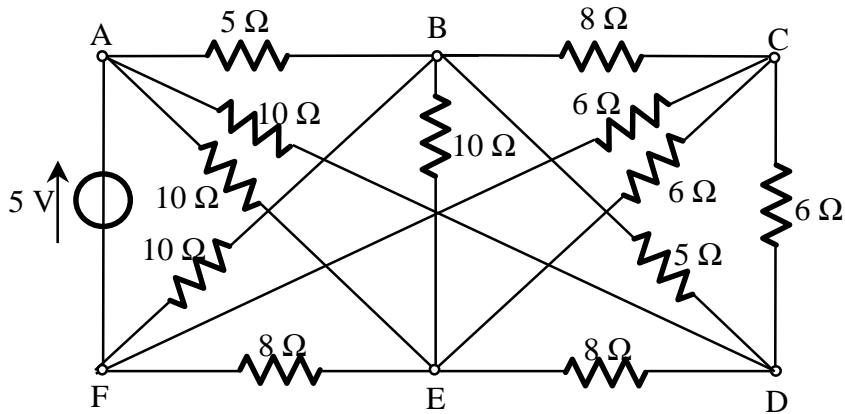
equazioni costitutive

$$10 - (3 + 2 + 5) = 0$$

La soluzione è determinata

## ESERCIZIO N° 6

Dato il circuito in figura, determinare un grafo del circuito, scrivere le equazioni costitutive dei componenti e le equazioni topologiche del circuito. Verificare infine se il numero di equazioni complessive è sufficiente a determinare l'insieme delle correnti e delle tensioni del circuito.



## RISOLUZIONE

Da risolvere alla lavagna