Problema 1.

Siano A, B e C insiemi. Si provi che $A \setminus B = A \setminus C$ se e solo se $A \cap B = A \cap C$.

Problema 2.

Dimostrare la seguente affermazione: una funzione $f : X \to Y$ è suriettiva se e solo se $\forall\, T \subseteq X$ si ha che $Y \setminus f(T) \subseteq f(X \setminus T)$.

Problema 3.

Usando il principio di induzione mostrare che un insieme X con n elementi ha 2^n sottoinsiemi.

Problema 4.

Dato il numero complesso $z = e^{i\pi/3} + e^{i\pi}$

(a) esprimere z in forma cartesiana e in forma esponenziale;

(b) calcolare le radici quarte di z e rappresentarle nel piano di Gauss.

Problema 5.

Sia $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 17, 30, 60\}$ con la relazione d'ordine $a \leq b$ se e solo se $a \mid b$. Siano $S = \{3, 6, 30\}$ e $T = \{3, 5, 6\}$.

(a) Verificare se D è un reticolo, cioè se per ogni $a, b \in D$, l'insieme $\{a, b\}$ ammette sup e inf.

(b) Determinare, se esistono, $\inf(S),\ \sup(S), \max(S), \min(S)$.

(c) Determinare, se esistono, $\inf(T),\ \sup(T), \max(T), \min(T)$.

Problema 6.

Siano $a, b, n \in \mathbb{Z}$ con a ed n interi positivi e $(a, n) = 1$. Mostrare che se $x \in \mathbb{Z}$ è la soluzione della congruenza:

$$ax \equiv_n b$$

allora x è anche soluzione della congruenza:

$$rx \equiv_n -bq$$

dove $n = aq + r$ con $q, r \in \mathbb{Z}$ e $0 < r < a$.