

Problema 1.

Siano X, Y, Z tre insiemi. Si provi che

$$(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$$

Problema 2.

Dimostrare la seguente affermazione: una funzione $f : X \rightarrow Y$ è iniettiva se e solo se $\forall T \subseteq X$ si ha che $f(X \setminus T) \subseteq Y \setminus f(T)$.

Problema 3.

Dimostrare per induzione su n che

$$\sum_{i=0}^n \frac{1}{2^i} = 2 - \frac{1}{2^n}$$

Problema 4.

Dato il numero complesso $z = e^{i\pi/6} + e^{i\pi/2}$

- (a) esprimere z in forma cartesiana e in forma esponenziale;
- (b) calcolare le radici cubiche di z .

Problema 5.

Sia L una partizione di un insieme X . Si definisca una relazione $R \subset X \times X$ nel modo seguente: per $x, y \in X$, $(x, y) \in R$ se e solo se esiste $A \in L$ tale che $x, y \in A$.

Dimostrare che R è una relazione di equivalenza.

Problema 6.

Determinare il più piccolo intero positivo k tale che il seguente sistema di congruenze ammetta soluzione

$$\begin{cases} x \equiv_2 7 \\ x \equiv_3 10 \\ x \equiv_6 k \end{cases}$$