

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Docente: Claudia Anedda

Analisi Superiore 1 - Analisi complessa (03/02/2022)

1. Esercizio.

Calcolare:

i) l'integrale

$$\oint_{\gamma} \frac{1}{(z-2)^2(2z+5i)} dz$$

dove γ è il quadrato di vertici $(0, -2)$, $(4, -2)$, $(4, 2)$, $(0, 2)$ (**5 punti**);

ii) l'integrale $\oint_{\gamma} \bar{z}^2 dz$ lungo la circonferenza γ di centro O e raggio 2 (**4 punti**);

iii) l'integrale $\oint_{\gamma} f(z) dz$, dove γ è la circonferenza di centro $(-2, 2)$ e

raggio 1 e $f(z) = \frac{e^{\frac{2}{z-5}}}{(z+6)^2} \sin \frac{1}{z-3i}$ (**3 punti**).

2. Domande:

i) Dare la definizione di funzione olomorfa (**2 punti**);

ii) nella pratica, come si può verificare se una funzione è olomorfa? (**2 punti**)

iii) verificare che la funzione $f(z) = z^3$ è intera e calcolare la sua derivata in tre modi diversi (**4 punti**);

iv) data una funzione $f = u + iv$ olomorfa in un dominio, cosa si può affermare sapendo che u , oppure v oppure $|f|$ è costante? E se f è costante? Dimostrarlo (**5 punti**);

v) le funzioni $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$ e $|z|$ sono derivabili in senso complesso? Perché? (**3 punti**)

vi) fare qualche esempio di funzione intera; se una funzione intera è limitata, si ha qualche altra informazione su di essa? (**2 punti**)