



UNIVERSITÀ DI CAGLIARI
Corso di Studio in INGEGNERIA MECCANICA

Concetti di base sulla turbolenza

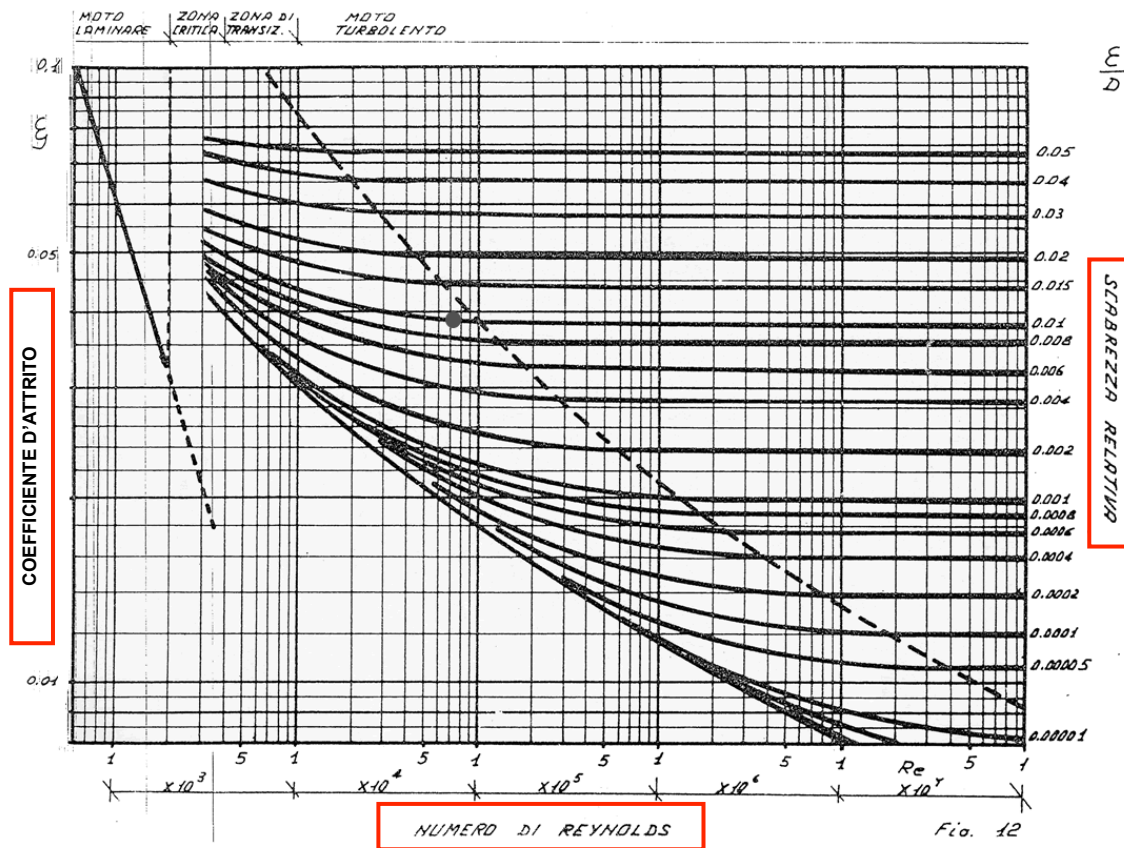


Caratteristiche macroscopiche:

✓ Perdite di carico in un condotto: diagramma di Moody

Darcy-Weisbach

$$\Delta p = f \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho v^2$$



f = coefficiente d'attrito
 L = Lunghezza del condotto
 D = Diametro del condotto
 ρ = Densità del fluido
 v = velocità media del flusso

coefficiente d'attrito

Flusso laminare = $f \frac{64}{Re}$

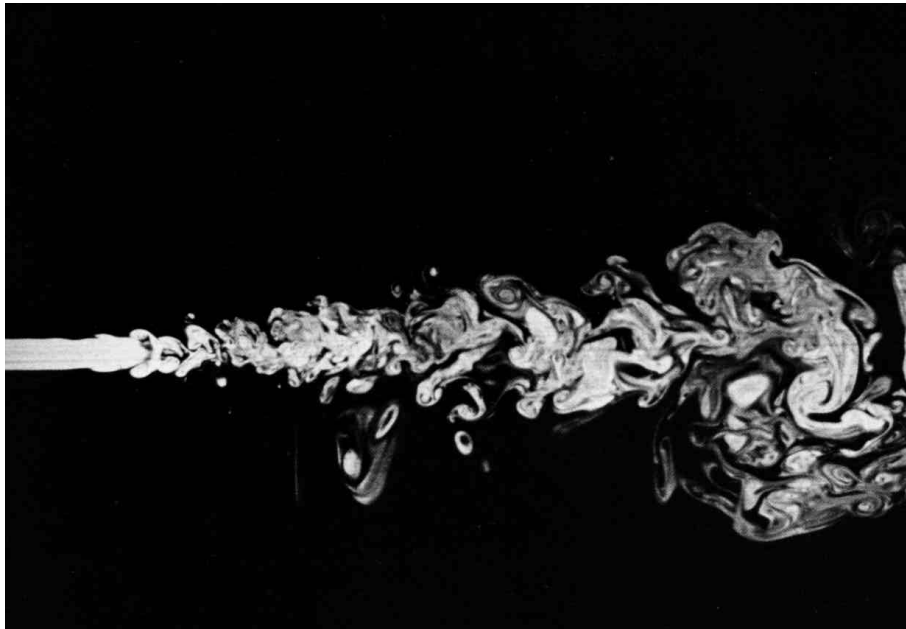
Flusso Turbolento





Flussi turbolenti:

- ✓ Fumo di una sigaretta
- ✓ Miscelamento di liquidi in una tazza
- ✓ Moti atmosferici
- ✓ etc...



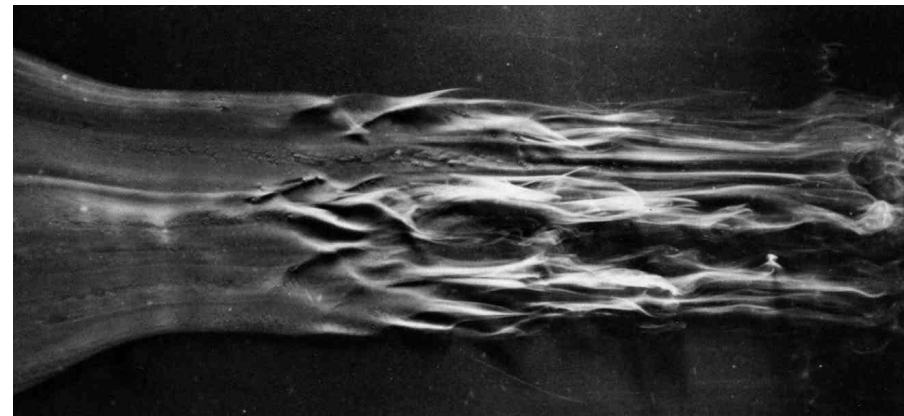
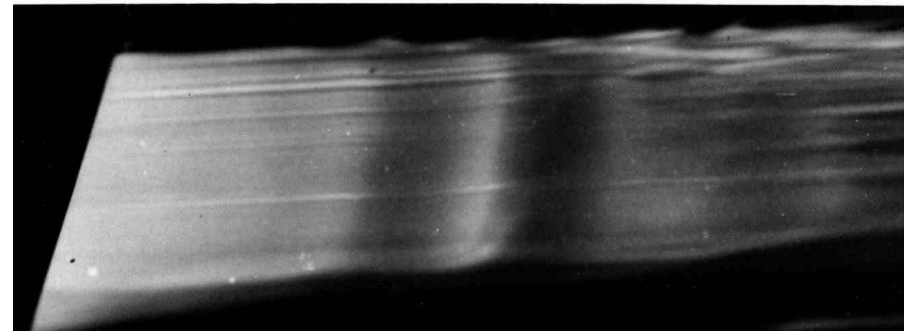
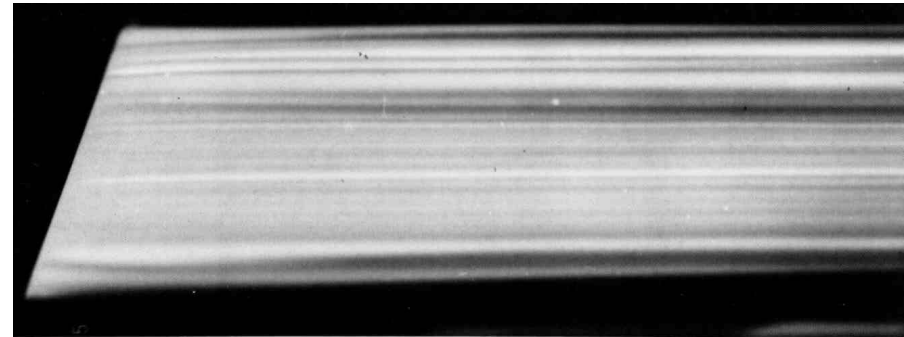
Turbolenza di un getto



Turbolenza atmosferica



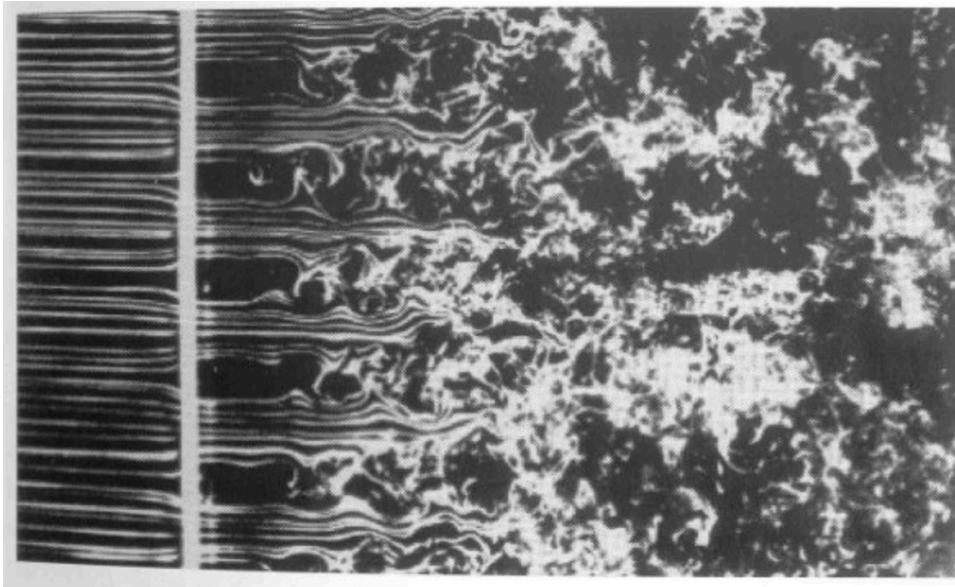
Flusso su lastra piana



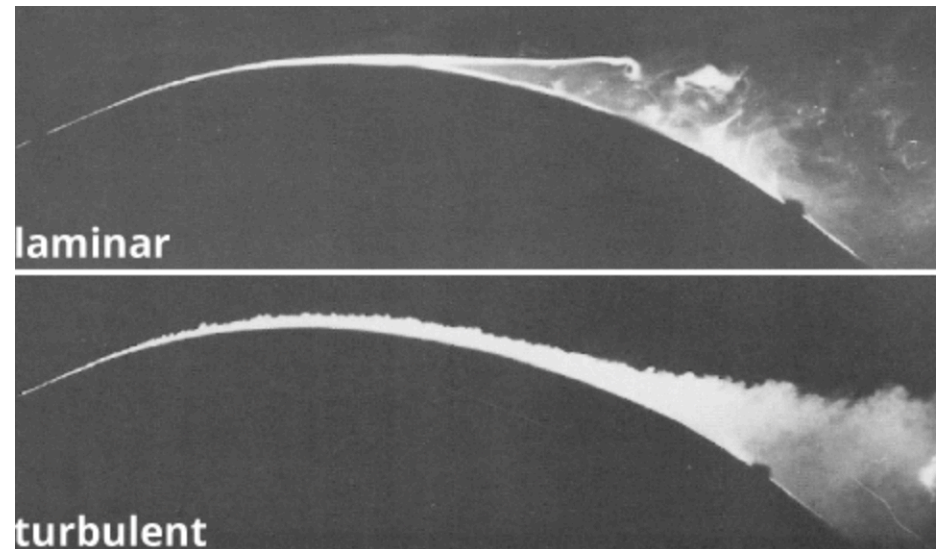


Flussi turbolenti:

- ✓ Fumo di una sigaretta
- ✓ Miscelamento di liquidi in una tazza
- ✓ Moti atmosferici
- ✓ etc...



Ala

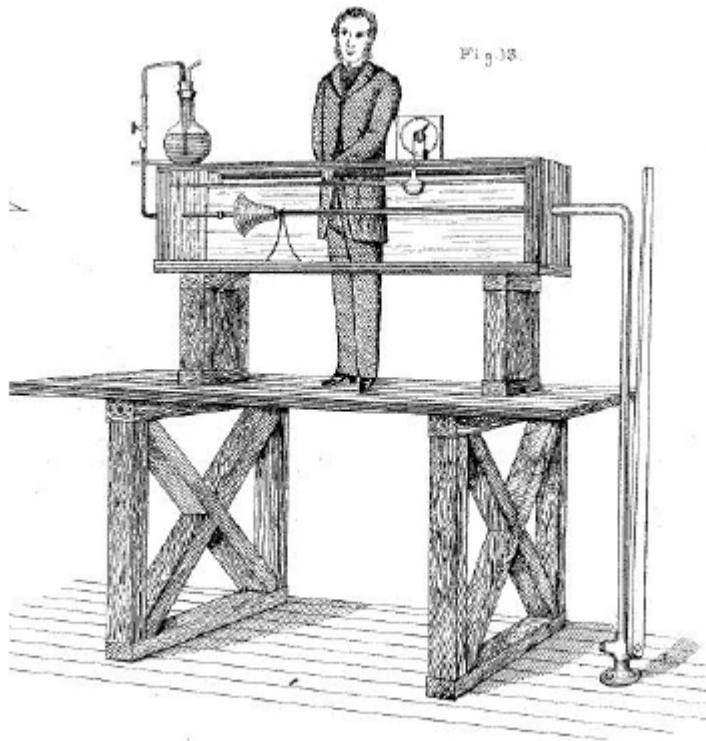


Cilindro

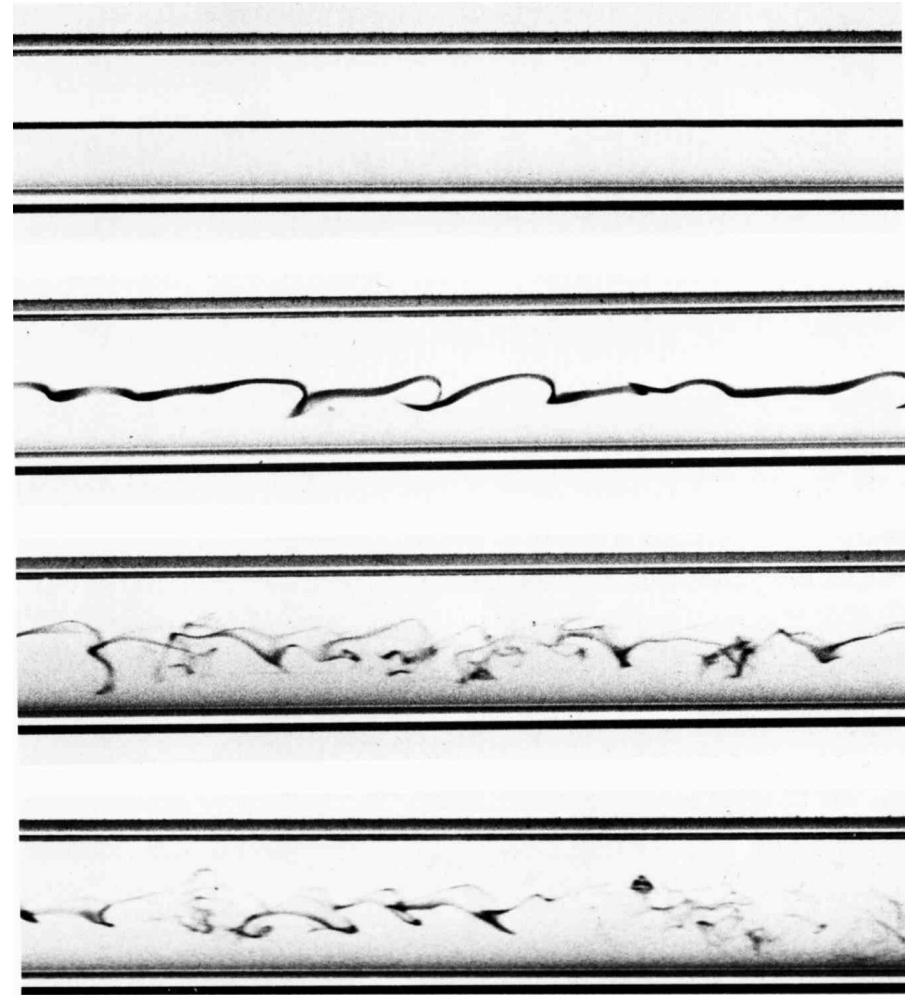


Caratteristiche macroscopiche:

- ✓ Esperienza di Reynolds (Osborne Reynolds, 1842-1912)



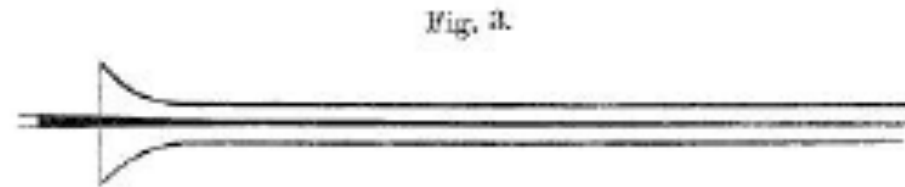
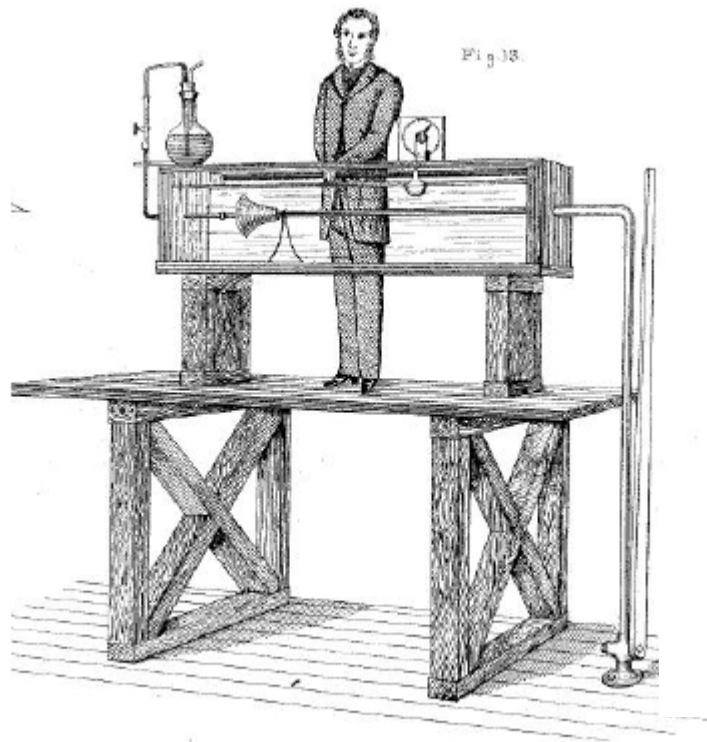
Re



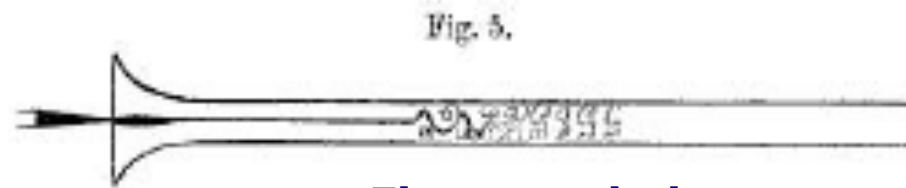


Caratteristiche macroscopiche:

- ✓ Esperienza di Reynolds (Osborne Reynolds, 1842-1912)



Flusso laminare

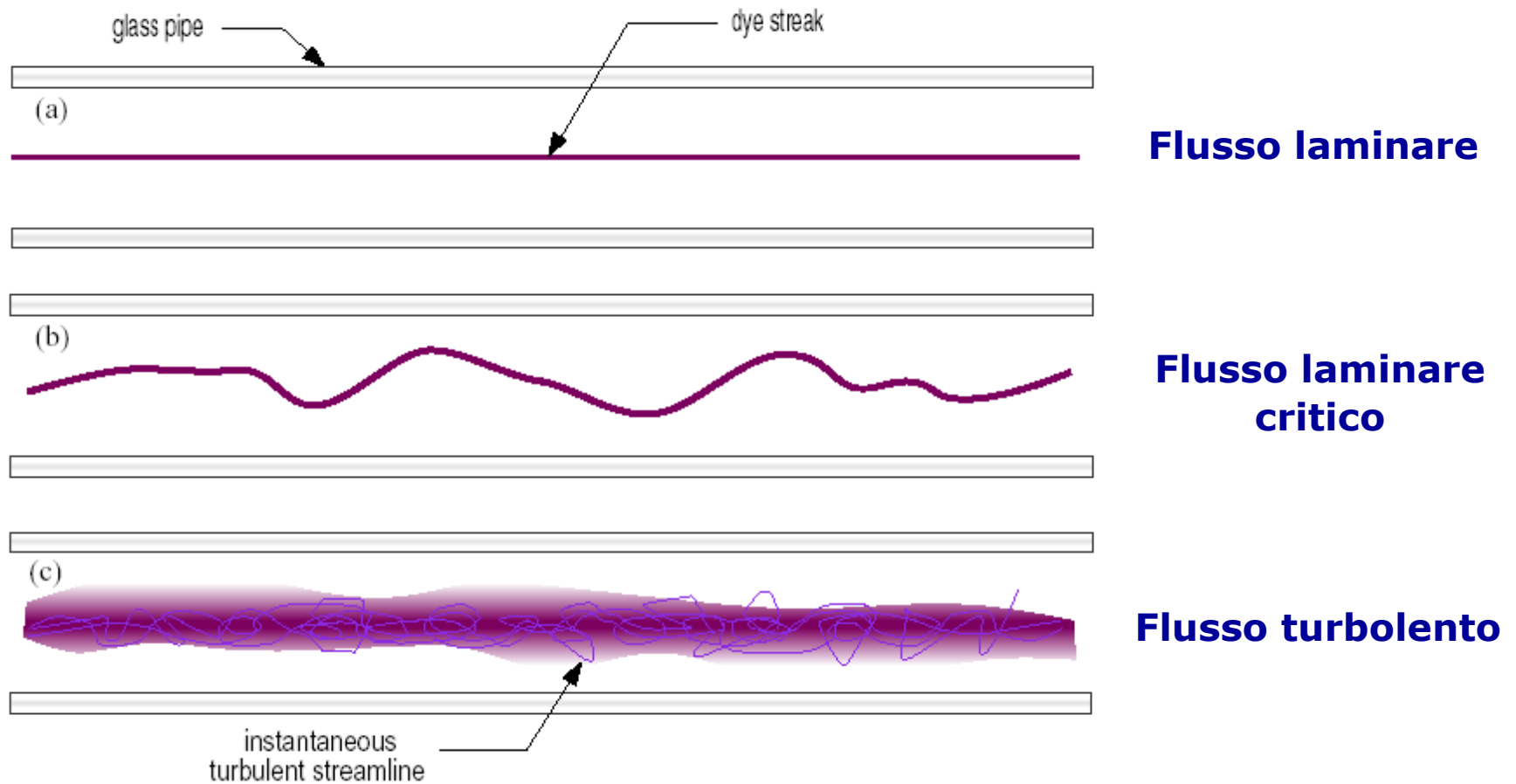


Flusso turbolento



Caratteristiche macroscopiche:

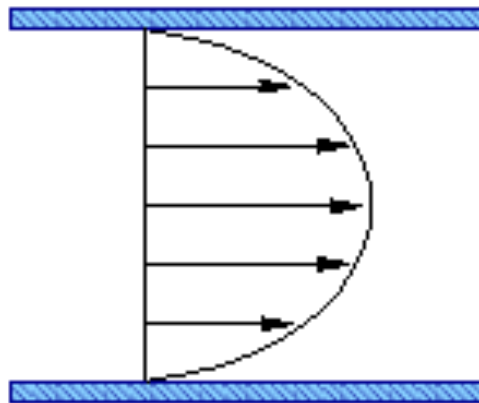
- ✓ Esperienza di Reynolds (Osborne Reynolds, 1842-1912)



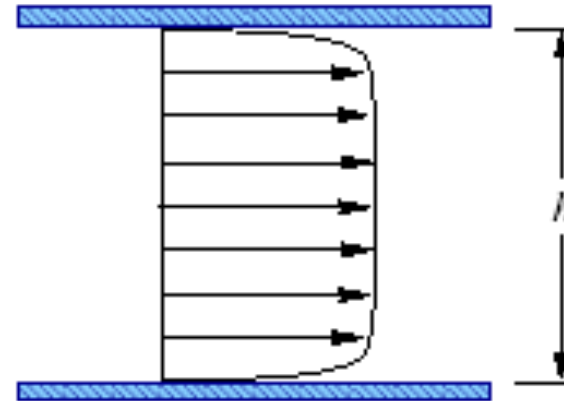


Caratteristiche macroscopiche:

✓ Profili di Velocità



Flusso laminare



Flusso turbolento

- ✓ Nel flusso laminare il profilo di velocità è parabolico
- ✓ Nel flusso turbolento
 - ✓ si presentano elevati gradienti di velocità sulle pareti
 - ✓ attorno all'asse del condotto il profilo è pressoché piatto



Complessità del problema



Turbolenza

**Definizione di
turbolenza ?!**



“ I am an old man now, and when I die and go to Heaven there are two matters on which I hope enlightenment. One is quantum electro-dynamics and the other is turbulence. About the former, I am really rather optimistic ”

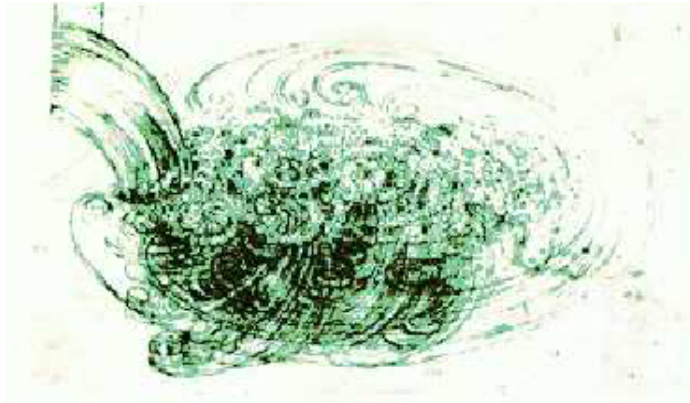
Sir Horace Lamb - 1932

*“Big whirls have little whirls,
which feed on their velocity;
And little whirls have lesser whirls,
And so on to viscosity”*

L. F. Richardson (1881-1953)



Definizione di turbolenza



**Disegno di un flusso turbolento
(L. da Vinci)**

“Turbulence is an irregular motion which in general makes its appearance in fluids, gaseous or liquid, when they flow past solid surfaces or even when neighboring streams of the same fluid flow past or over one another.”

Von Karman – Taylor - 1940

“The smallest eddies are almost numberless, and large things are rotated only by large eddies and not by small ones, and small things are turned by small eddies and large.”

Leonardo – 1500

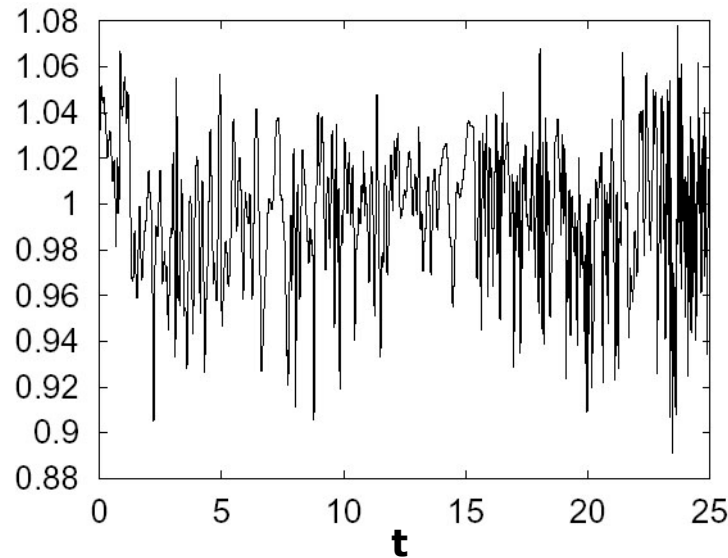
“Turbulent fluid motion is an irregular condition of the flow in which the various quantities show a random variation with time and space coordinates, so that statistically distinct average values can be discerned.”

Hinze – 1960

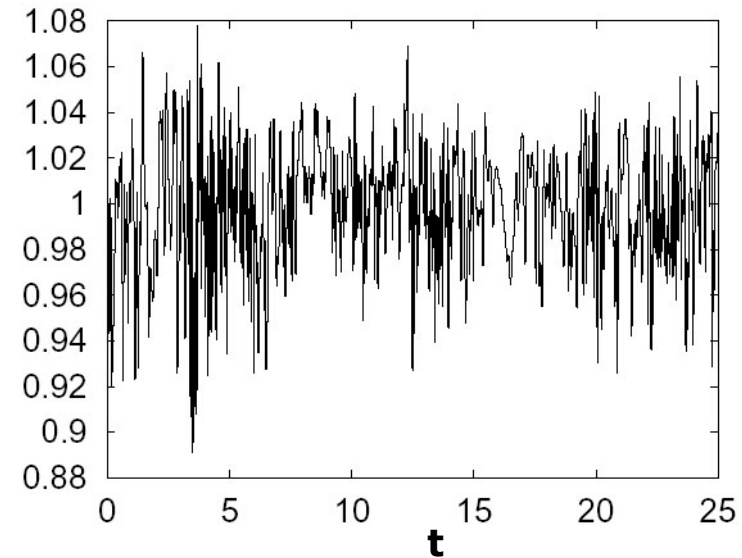


Risultati di un esperimento (flusso turbolento):

Esperimento n°1



Esperimento n°2



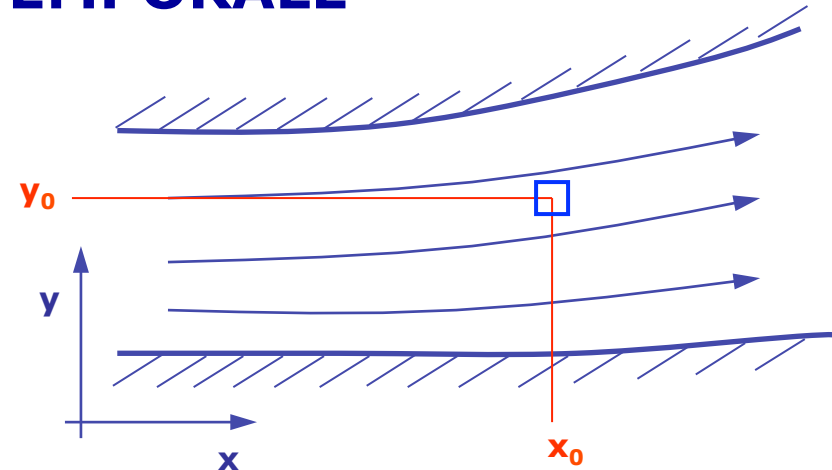
Osservazioni:

- i segnali sono diversi istante per istante
- i segnali hanno un andamento “medi” confrontabili
- le fluttuazioni hanno caratteristiche statistiche confrontabili

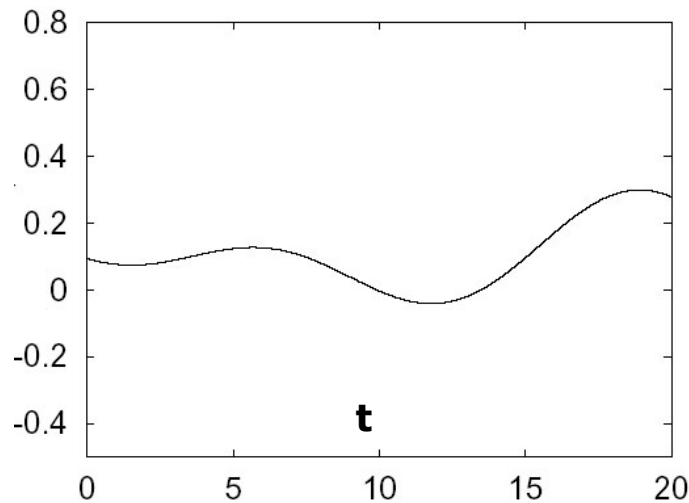


Decomposizione del segnale TEMPORALE

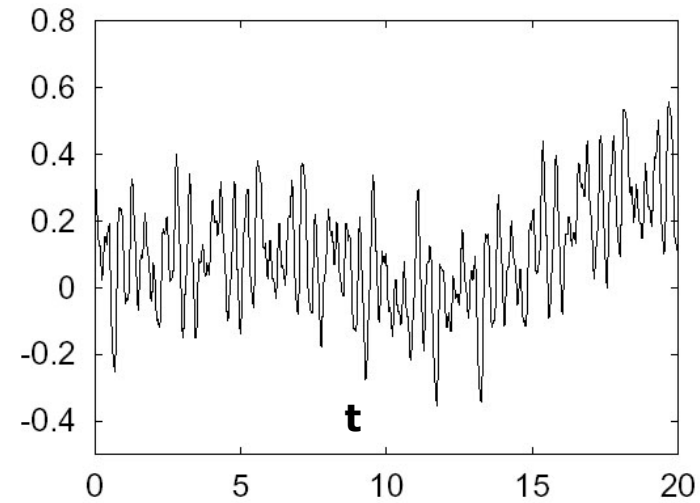
- si consideri un osservatore situato nel punto (x_0, y_0)
- si misuri sperimentalmente una grandezza fluidodinamica



Flusso laminare



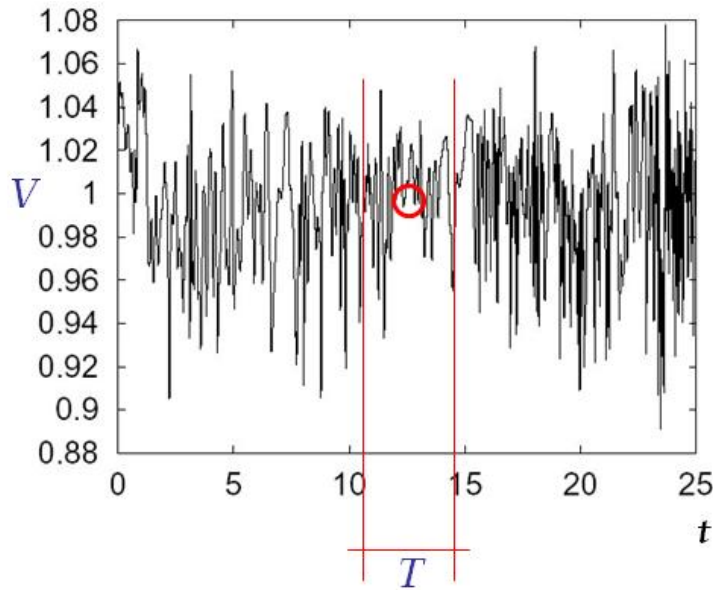
Flusso turbolento





Decomposizione del segnale TEMPORALE

- Si eliminano le fluttuazioni del segnale mediante un processo di media temporale sulla generica componente



$$u(t)$$

$$\bar{u}(t) = \frac{1}{T} \int_T u(t) dt$$

$$u'(t) = u(t) - \bar{u}(t)$$

$$\frac{1}{2} \overline{V'^2} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$$

$$I = \frac{\sqrt{\overline{V'^2}}}{V}$$

Valore attuale

Valore medio

Fluttuazione

Energia Cinetica
Turbolenta, TKE

Intensità di
turbolenza

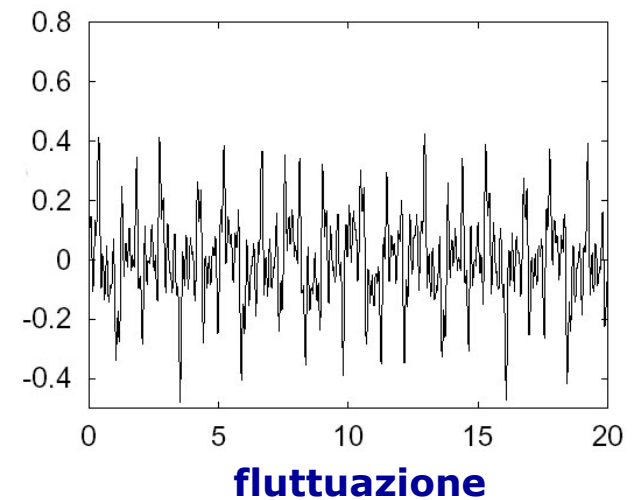
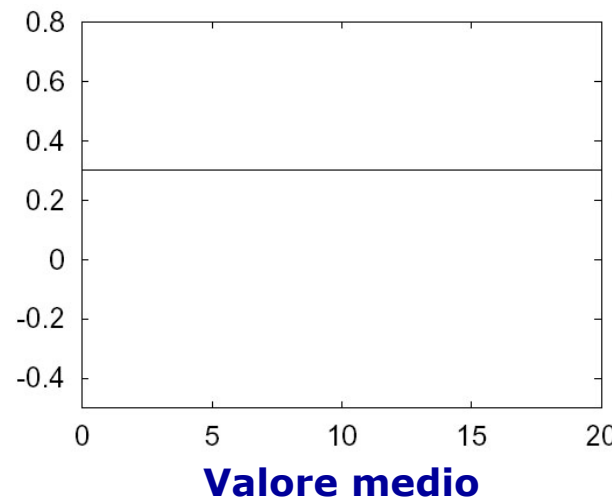
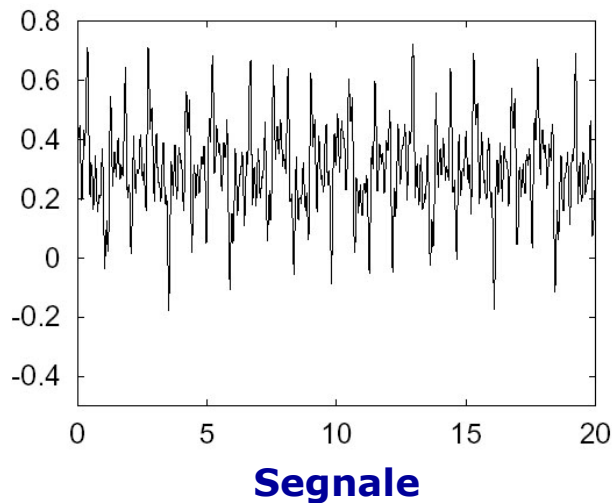


Analisi statistica – dominio del tempo

Decomposizione del segnale TEMPORALE

- decomposizione di Reynolds
- il segnale può essere decomposto in

valore medio + fluttuazione



$$u(t) = \bar{u} + u'(t)$$



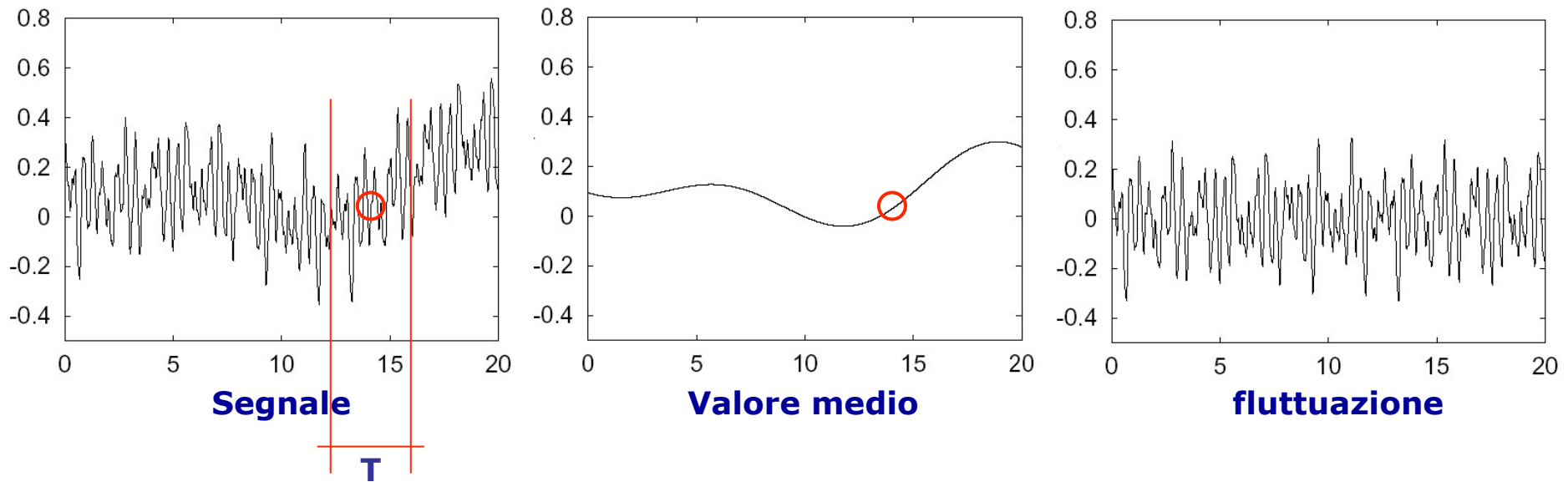
Valore medio **costante** nel tempo
Flusso turbolento **STAZIONARIO**



Decomposizione del segnale TEMPORALE

- decomposizione di Reynolds
- il segnale può essere decomposto in

valore medio + fluttuazione



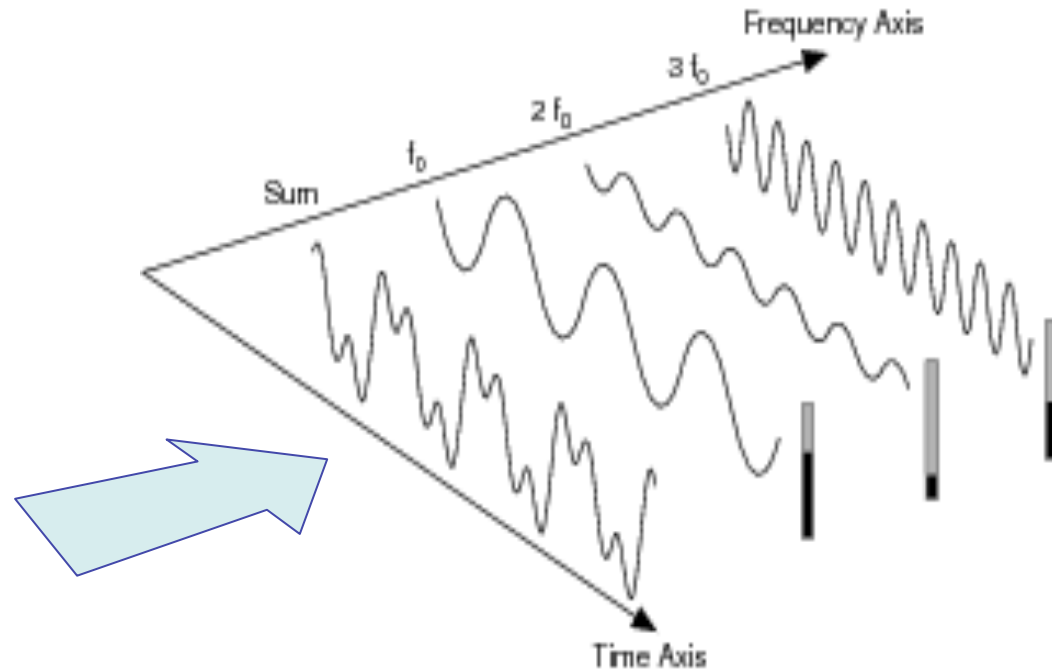
$$u(t) = \bar{u}(t) + u'(t)$$



Valore medio **variabile** nel tempo
Flusso turbolento **NON STAZIONARIO**



Decomposizione del segnale TEMPORALE



Serie di Fourier: decompone un segnale periodico in componenti armoniche discrete

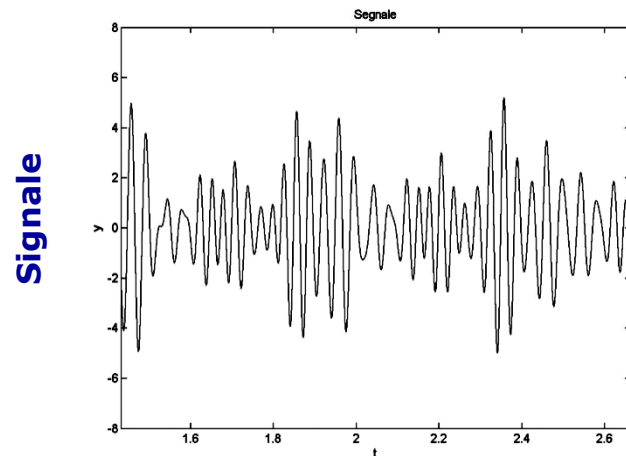
$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n 2\pi f_0 t) + b_n \sin(n 2\pi f_0 t)]$$

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{\omega_0}$$



Decomposizione del segnale TEMPORALE

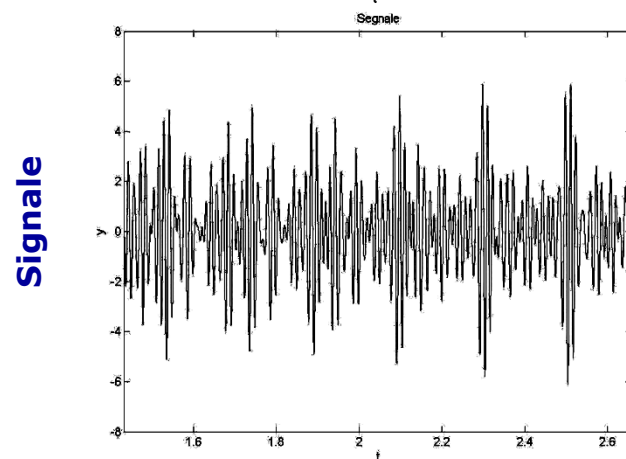
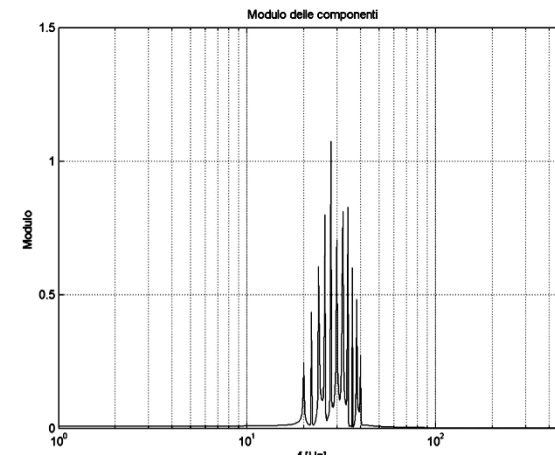
Trasformata di Fourier (analogica) -> Fast Fourier Transform (digitale)



FFT



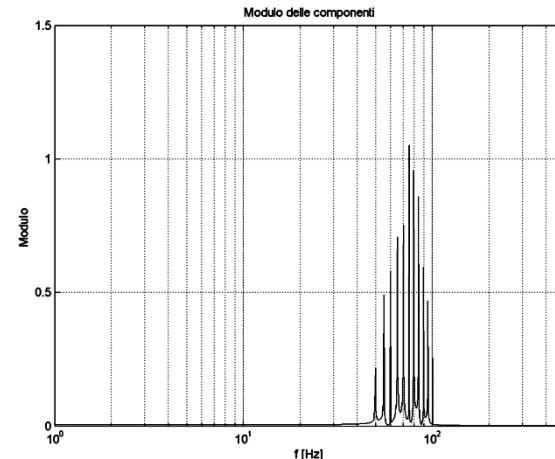
Ampiezza



FFT



Ampiezza



tempo [s]

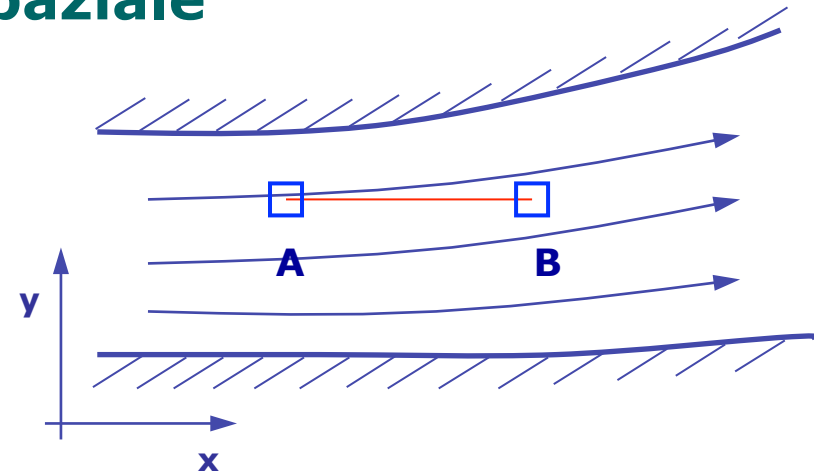
frequenza [Hz]



Analisi statistica – dominio dello spazio

Decomposizione del segnale spaziale

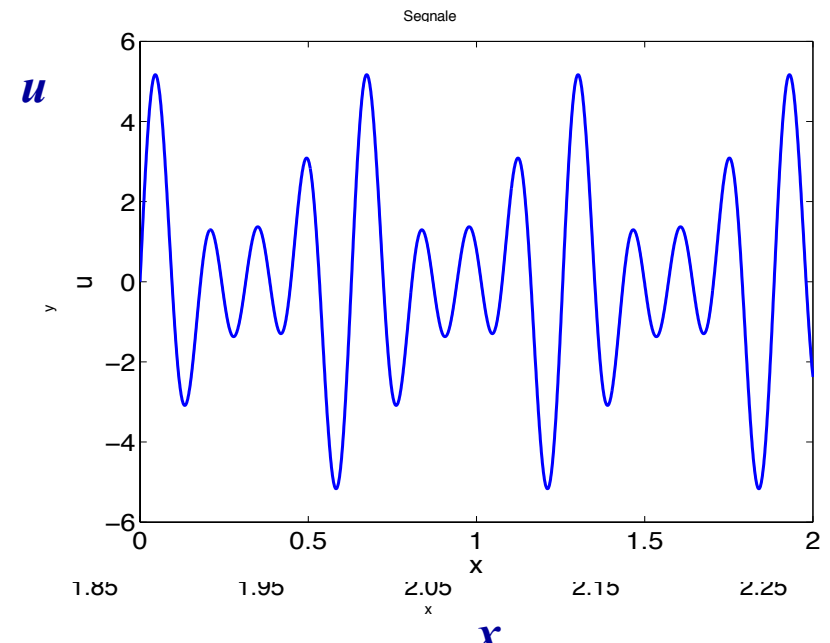
- misura sperimentalmente di una grandezza fluidodinamica,
- istante t , per i punti della retta AB
- il flusso turbolento determina valori casuali della grandezza
- decomposizione in funzione dello spazio
- Serie di Fourier, Trasn. di Fourier)



$$u(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n k_0 x) + b_n \sin(n k_0 x)]$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

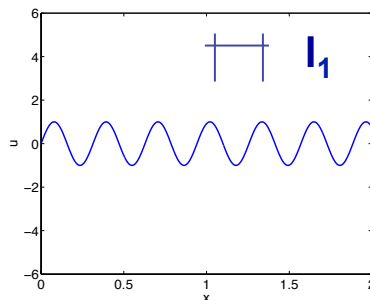
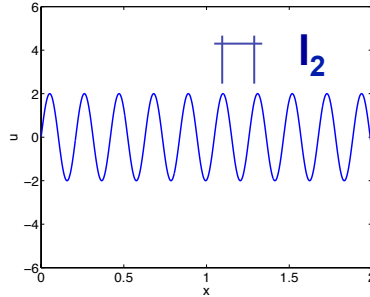
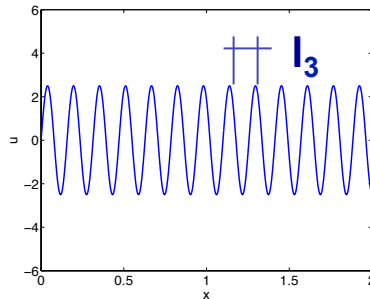
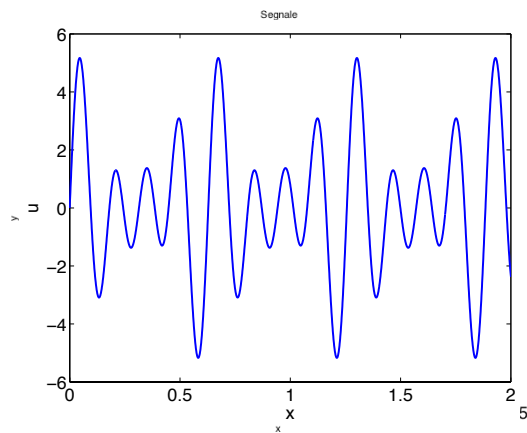
Numero d'onda





Decomposizione del segnale spaziale

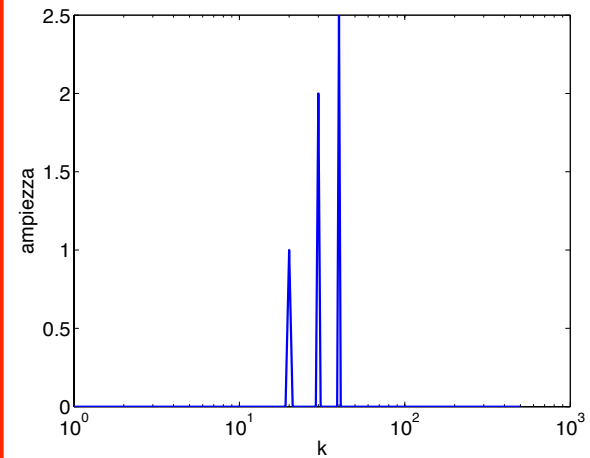
- la turbolenza può essere considerata come composta da vortici di diversa scala



k

Numero d'onda

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} < k_2 < k_3$$



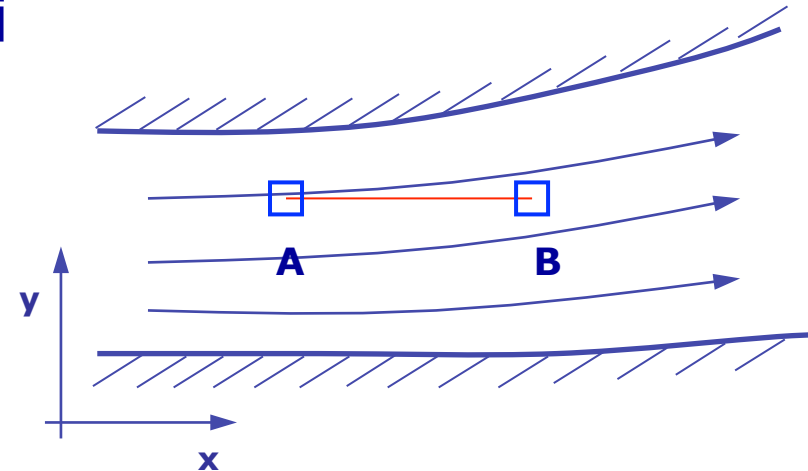


Decomposizioni: parametri

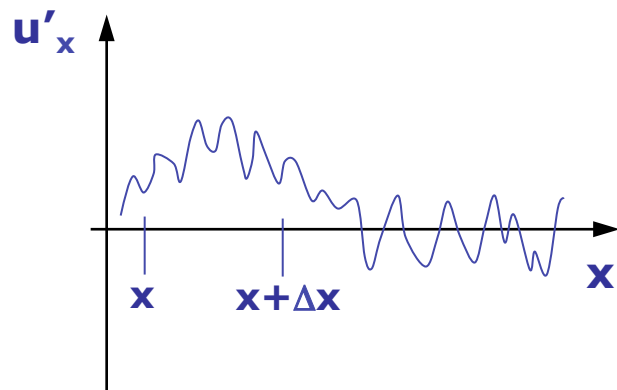
Decomposizione di Reynolds

$$u'(x, t) = u(x, t) - \bar{u}(x, t)$$

$$\bar{u}(x, t) = \frac{1}{T} \int_T u(x, t) dt$$



Funzione di Correlazione: evidenzia eventuali relazioni del segnale in punti diversi, allo stesso istante



$$R_{xx} = \frac{1}{T} \int_T u'(x, t) u'(x + \Delta x, t) dt = \overline{u'(x) u'(x + \Delta x)}$$

o, anche

$$R_{ii} = \overline{u'_i(\mathbf{x}) u'_i(\mathbf{x} + \mathbf{r})}$$

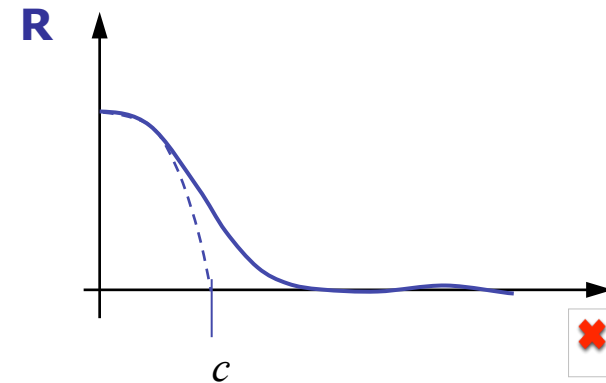
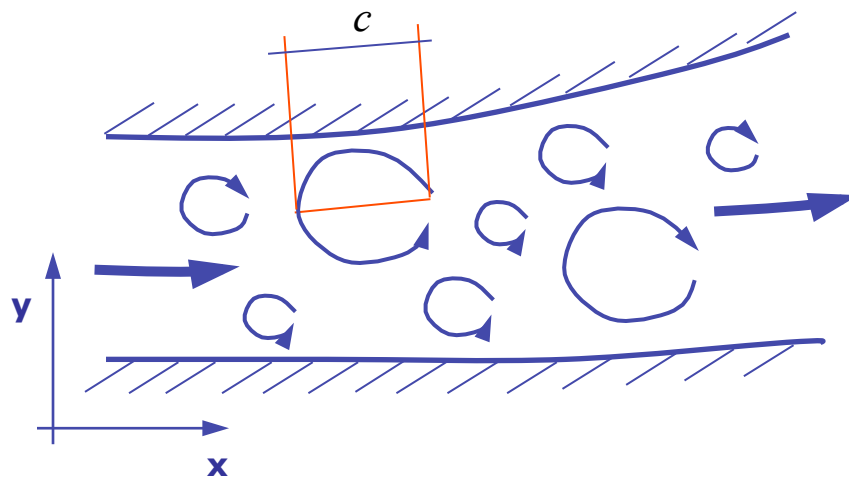
$$\mathbf{r} = 0 \Rightarrow R_{ii} = \overline{u_i'^2(\mathbf{x})} = 2E_i$$

$$\mathbf{r} \rightarrow \infty \Rightarrow R_{ii} = 0$$



Funzione di Correlazione: permette di determinare la presenza di **strutture coerenti** nel flusso

Strutture coerenti: zone fluide (vortici, filamenti, etc) che presentano andamenti correlati delle grandezze fluidodinamiche



La funzione di Correlazione è diversa da zero solo per $l < l_c$



Tensore di Correlazione

- descrive il grado di coerenza del flusso, per le diverse componenti di velocità, nelle diverse direzioni (nove componenti)

$$R_{ij} = \overline{u'_i(\mathbf{x})u'_j(\mathbf{x} + \mathbf{r})} = \frac{1}{T} \int_T u'_i(\mathbf{x}, t) u'_j(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, t) dt \quad \mathbf{x} = [x, y, z]$$

Turbolenza omogenea

il Tensore di Correlazione non dipende dalla posizione spaziale all'interno del dominio fluido

Turbolenza isotropa

il Tensore di Correlazione non dipende dalla direzione \mathbf{r}



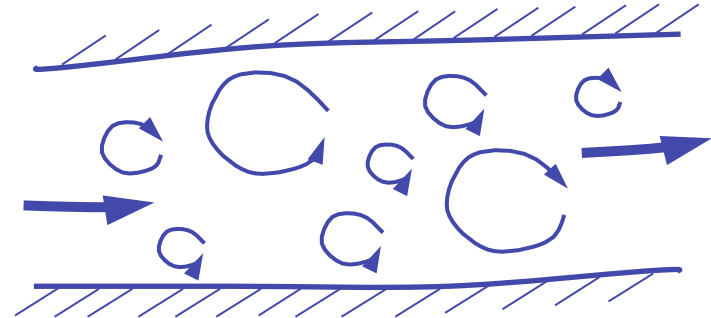
Teoria di Kolmogorov (1941)

Campo di velocità fluttuante

- può essere considerato come costituito da vortici

Vortici di maggiori dimensioni

- dipendono dalle condizioni al contorno
- sono fortemente anisotropi e non omogenei
- Introducono l'energia che genera e mantiene la turbolenza



Vortici di medie dimensioni

- si generano a partire dai vortici più grandi
- dissipano energia in minima parte

Vortici di piccolissime dimensioni

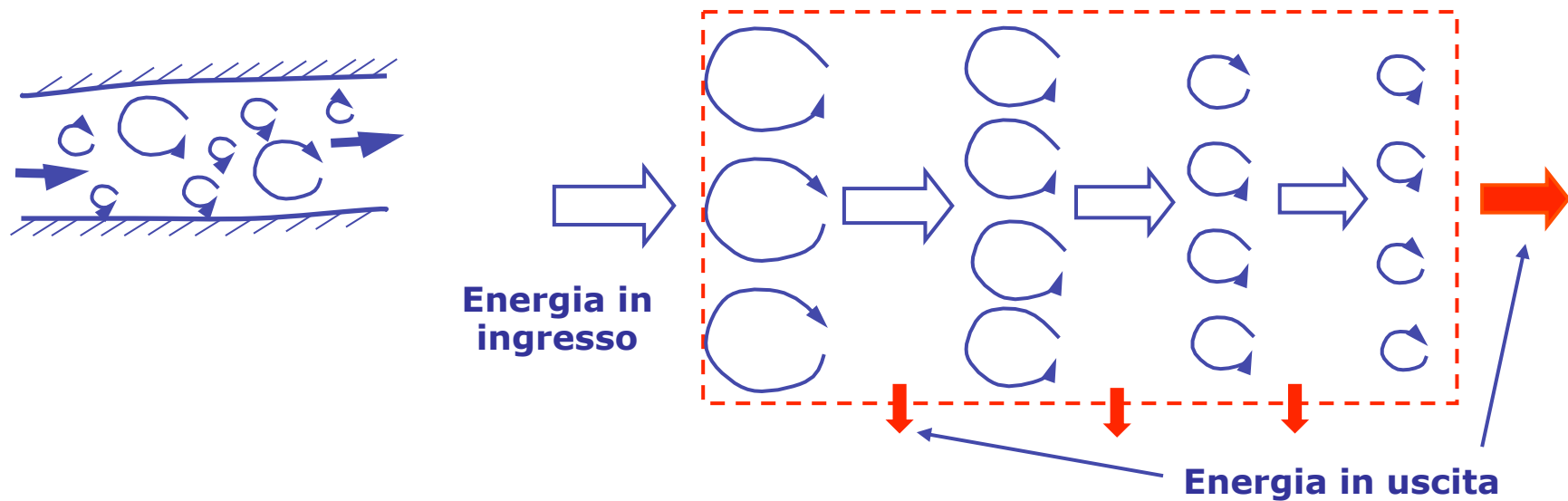
- dissipano completamente in calore la loro energia

CASCATA DIRETTA DI ENERGIA

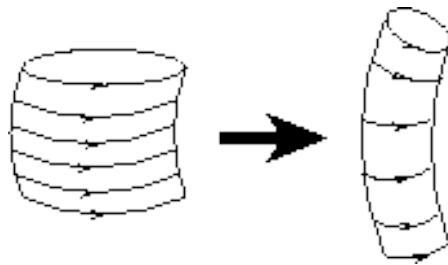


Energia associata alle diverse scale:

- vortici divisi a secondo della loro grandezza



Generazione di vortici di minori dimensioni



Stiramento (*stretching*) dei vortici di dimensioni maggiori per l'allontanamento casuale della particelle fluide



Vortici di grandi dimensioni

- lunghezza di riferimento l_e (il pedice "e" indica "energizzati")
- velocità di riferimento v_e
- numero di Reynolds $\gg 1$ (dissipazione minima)

Vortici di minima dimensione:

- lunghezza di riferimento l_d (scala "dissipativa")
- velocità di riferimento v_d
- numero di Reynolds = 1 (dissipazione massima)

Cascata di energia:

- dissipa tutta l'energia in ingresso
- ε = velocità di dissipazione della energia cinetica turbolenta (TKE) per unità di volume



Per i vortici di dimensioni maggiori:

- l'energia è trasmessa a quelli di dimensioni minori

$$\text{Re}_e = \frac{v_e l_e}{\nu} \gg 1 \quad \Rightarrow \quad v_e l_e \gg \nu$$

Per la scala dissipativa:

- l'energia è dissipata per viscosità
- l'equazione seguente determina un limite minimo per le dimensioni dei vortici

$$\text{Re}_d = \frac{v_d l_d}{\nu} \cong 1 \quad \Rightarrow \quad v_d l_d \cong \nu$$

Per le scale intermedia (*range inerziale*):

- la turbolenza diventa sempre più omogenea e isotropa
- ad ogni scala intermedia l'energia è (quasi) solo trasmessa
- ε , è esprimibile in funzione solo di l e ν
- mediante analisi dimensionale:

$$\varepsilon \approx \frac{\nu^3}{l} \quad \Rightarrow \quad \nu \approx (\varepsilon l)^{1/3} \quad \text{Kolmogorov's scaling law}$$



Relazione tra vortici dissipativi ed energizzati:

$$\varepsilon \approx \frac{v_d^3}{l_d}; \quad v_d \approx \frac{v}{l_d} \qquad \varepsilon \approx \frac{v_e^3}{l_e}; \quad v_e = \frac{Re_e v}{l_e}$$

Si ha

$$\frac{v_e}{v_d} = Re_e \frac{l_d}{l_e}; \quad \frac{v_d^3}{d} = \frac{v_e^3}{e} \rightarrow \frac{e}{d} = \frac{v_e^3}{v_d^3}$$

Da cui

$$\frac{v_e}{v_d} = Re_e \frac{v_d^3}{v_e^3} \rightarrow \frac{v_e}{v_d} \approx Re_e^{1/4}$$

Inoltre

$$\frac{v_e^3}{v_d^3} = Re_e^3 \frac{l_d^3}{l_e^3} \rightarrow \frac{l_e}{l_d} = Re_e^3 \frac{l_d^3}{l_e^3} \rightarrow \frac{l_e}{l_d} \approx Re_e^{3/4}$$



Numeri d'onda

- per i vortici di maggiori dimensioni e per quelli dissipativi si possono definire i rispettivi numeri d'onda caratteristici
- costituiscono i limiti del campo inerziale

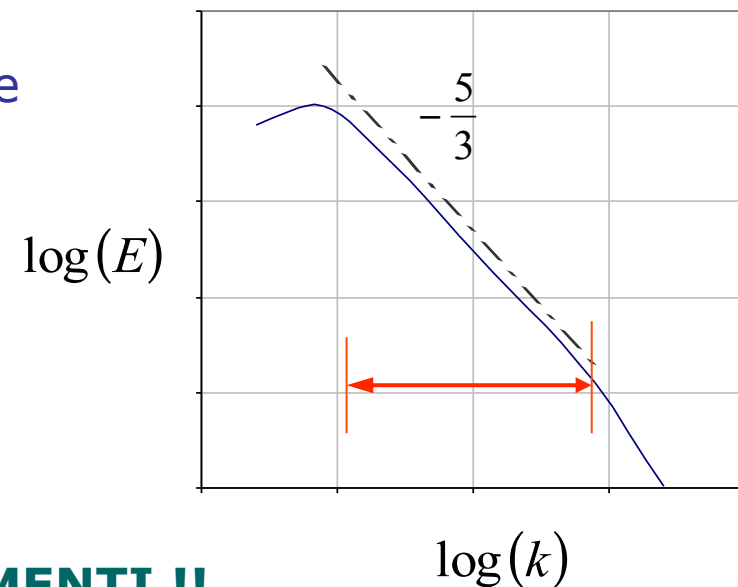
$$k_e \approx \frac{1}{l_e} ; \quad k_d \approx \frac{1}{l_d} ;$$

Spettro di energia

- la funzione E , dentro il campo inerziale è funzione solo di ϵ e k
- l'analisi dimensionale mostra che:

$$E(k) = C \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

**Kolmogorov's
-5/3 law**



DA VERIFICARE MEDIANTE ESPERIMENTI !!



Caratteristiche di un flusso turbolento

- Variazioni casuali delle grandezze fluidodinamiche (processo stocastico)
- Possibilità di caratterizzazione mediante metodi statistici

Domanda

- E' possibile descrivere un fenomeno stocastico con delle equazioni (deterministiche) ?
- Ovvero, le equazioni di Navier Stokes possono descrivere un flusso turbolento?

Risposta:

- E' possibile, a causa del fatto che certe equazioni differenziali sono estremamente sensibili alle condizioni iniziali e alle stesse approssimazioni numeriche



Problema

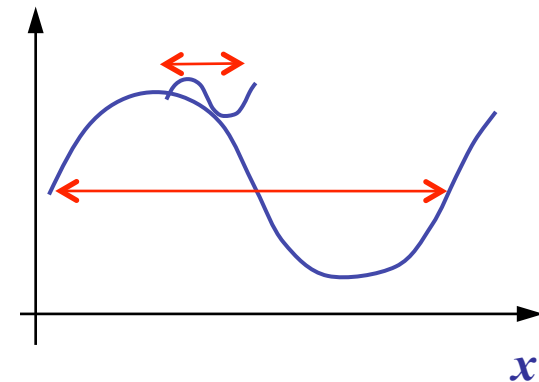
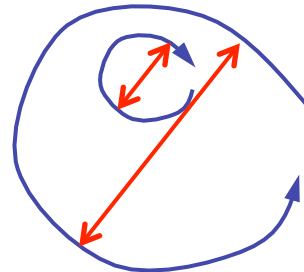
- si possono risolvere numericamente le equazioni di Navier-Stokes e rappresentare la turbolenza?

Simulazione Numerica Diretta

- risoluzione di tutte le scale della turbolenza fino a quelle dissipative (Direct Numerical Simulation, DNS).

Rapporto tra le dimensioni dei vortici

$$\frac{l_e}{l_d} \approx \text{Re}_e^{3/4}$$





Rapporto tra le dimensioni dei vortici

- Se il numero di punti necessario per descrivere il vortice più piccolo è, ad esempio, pari a 5, per descrivere quello più grande:

$$N \approx 5 \frac{l_e}{l_d} \approx 5 Re_e^{3/4} \quad \text{in 3D} \rightarrow \quad N^3 \approx \left(5 Re_e^{3/4}\right)^3 \propto Re_e^{9/4} !!$$

Memoria necessaria (es: $Re = 10^6$)

- per le simulazioni su flussi viscosi si conservano 25 variabili per ogni punto di calcolo

$$25 \times 64 \text{ bit} \times (10^6)^{9/4} \approx 10^{16} \text{ Bytes}$$

Avanzamento temporale

- La turbolenza è intrinsecamente non stazionaria
- l'intervallo dt di avanzamento è estremamente ridotto

Conclusioni

- La DNS richiede uno sforzo computazionale dell'ordine di Re^3



Approccio DNS

- Risoluzione del sistema completo delle note equazioni di governo del flusso (NS)
- Assenza di approssimazioni, se non quelle legate alla risoluzione numerica:
 - ✓ Metodi di discretizzazione
 - ✓ Risoluzione spaziale
 - ✓ Rappresentazione della geometria
 - ✓ Condizioni al contorno
- Vantaggi
 - ✓ Non è richiesto nessun *modello*, solo le equazioni NS
 - ✓ Sono risolte le equazioni non stazionarie ed può essere valutata ogni variabile termofluidodinamica
 - ✓ Può essere usata per ottenere informazioni accurate, utili per capire la fisica dei fenomeni turbolenti
- Svantaggi
 - ✓ Con le attuali risorse di calcolo è applicabile a flussi con basso Reynolds...
 - ✓ ...e in configurazioni geometriche semplici e non realistiche



Metodologia LES (Large Eddy Simulation)

- ✓ Filtrare le equazioni NS con un filtro spaziale passa basso di dimensione D
- ✓ Le strutture spaziali aventi numero d'onda inferiore a D sono eliminate (vortici piccoli, *small eddies*)
- ✓ Quelle con numero d'onda superiore rimangono inalterate (vortici grandi, *large eddies*)
- ✓ Normalmente la griglia avrà dimensioni D

E le scale inferiori?

- ✓ Occorre creare un modello che riproduca gli effetti dinamici delle piccole scale
- ✓ Il modello è detto *subgrid model*

