Corso di Laurea Magistrale in Matematica
Docente: Claudia Anedda

Analisi Superiore 1 - Analisi complessa (17/01/2022)

1. Esercizio.

i) Classificare le eventuali singolarità isolate, al finito, della funzione $f(z) = \dfrac{z}{z^2+4}$; nel caso ci siano punti singolari isolati, calcolare i residui relativi a tali punti utilizzando, almeno in un caso, lo sviluppo in serie di Laurent della funzione assegnata (**7 punti**).

ii) Scrivere la serie di Laurent centrata in zero della funzione $g(z) = \dfrac{\cos(\pi z)}{z^3}$ e, in base allo sviluppo trovato, stabilire che tipo di singolarità è il punto $z_0 = 0$ per $g(z)$ (**5 punti**).

2. Domande.

i) Enunciare il (primo) Teorema di Cauchy (citare due formulazioni, diverse per la tipologia di ipotesi) (**4 punti**);
ii) dimostrare il Teorema di Cauchy (scegliere a piacere una delle dimostrazioni) (**5 punti**);
iii) ricavare la cosiddetta "forma complessa" della formula di Gauss-Green (**3 punti**);
iv) valgono delle "generalizzazioni" del teorema enunciato al punto i)? Se si, quali sono? Qualcuna di queste ha qualche utilità particolare? (**4 punti**)
v) Il Teorema di Cauchy si utilizza per dimostrare qualche altro risultato? Se si, fare un esempio (**2 punti**).