

Facoltà di SCIENZE
Anno Accademico 2021/22
Registro lezioni del docente GRECO ANTONIO

Attività didattica

ANALISI MATEMATICA 1 [SM/0025]

Periodo di svolgimento: *Primo Semestre*

Docente titolare del corso: GRECO ANTONIO matr. 005969

Riepilogo registro docente:

GRECO ANTONIO matr. 005969

Docente interno - PROFESSORE ASSOCIATO

Stato registro docente: Bozza

Ore inserite: 96 ore

Ore previste dall'offerta didattica: 96 ore

Gruppi di studenti con i quali è stata svolta l'attività - ore per gruppo

- prevista per tutti gli studenti (senza gruppi associati) - 96 ore

Ore inserite per tipologia di attività

96 ore lezione :

- prevista per tutti gli studenti (senza gruppi associati) - 96 ore

Osservazioni:

Firma del docente titolare del corso:.....

Firma del presidente:.....

Data:.....

Dettaglio delle attività svolte:
ANALISI MATEMATICA 1 [SM/0025]

27/09/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Principali insiemi numerici. Dominio e codominio di una funzione

Descrizione attività:

Quattro definizioni equivalenti dei numeri reali:

- allineamenti decimali con segno;
- classi di equivalenza di successioni fondamentali di numeri razionali (da sviluppare nelle prossime lezioni);
- sezioni di Dedekind del campo dei razionali (da sviluppare nel corso di Algebra 1);
- campo ordinato e completo (cenni).

I simboli di Bourbaki: \emptyset , \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} .

Concetto di funzione, dominio e codominio.

27/09/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Successioni convergenti

Descrizione attività:

Esempi storici di successioni numeriche e del loro utilizzo, con particolare riferimento al procedimento usato da Archimede per approssimare l'area del cerchio.

Definizione di successione numerica. Esempi semplici: la successione dei numeri naturali, la successione $a_n = 1/n$, la progressione geometrica b^n (incluso il caso $b=-1$), le successioni costanti.

Successioni convergenti: definizione di limite (finito) per una successione numerica. L'avverbio "definitivamente".

28/09/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Discussione del limite: $1/n \rightarrow 0$. La funzione $f(x) = [x]$ (parte intera).

Descrizione attività:

Media geometrica di due numeri positivi: definizione.

Esempio di successione convergente: la successione definita da $a_0 = 2$ e $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + 2/a_n)$ converge alla radice quadrata di 2 (enunciato).

Dimostrazione del fatto che $1/n \rightarrow 0$ svolta applicando la definizione di limite.

Altre formulazioni della definizione di limite, ottenute mediante particolari scelte della tolleranza ε :

$\varepsilon = 1/n$,

$\varepsilon = 1/2^n$,

$\varepsilon = 1/10^n$.

La funzione $f(x) = [x]$ (parte intera): definizione, grafico.

28/09/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Grafico di una funzione. Valore assoluto, intervalli, e definizione di limite. Successioni divergenti.

Descrizione attività:

Grafico di una funzione reale di una variabile reale: definizione.

Interpretazione grafica della definizione di limite (finito).

La funzione $f(x) = |x|$ (valore assoluto), il suo grafico, ed il suo utilizzo per dare la definizione di limite finito. L'uguaglianza $|x| = \text{dist}(x, 0)$.

Intervalli aperti, chiusi, semiaperti, limitati e illimitati. Definizione di limite finito mediante gli intervalli.

Definizione di limite infinito: successioni divergenti a $+\infty$ e successioni divergenti a $-\infty$.

30/09/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Il problem solving. La disuguaglianza di Bernoulli.

Descrizione attività:

Breve descrizione del procedimento risolutivo generale dei problemi proposto da George Pólya in "How to solve it" (1945). Applicazione alla verifica del fatto che le successioni $a_n = n$ e $b_n = 2^n$ divergono a $+\infty$.

Presentazione della disuguaglianza di Bernoulli (senza dimostrarla).

30/09/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Il teorema del confronto per le successioni. Il limite di b^n quando $b > 1$.

Descrizione attività:

Enunciato e dimostrazione del teorema del confronto: se $a_n \leq b_n$ definitivamente, e se $a_n \rightarrow +\infty$, allora $b_n \rightarrow +\infty$.

Enunciato e dimostrazione del teorema del confronto: se $a_n \leq c_n \leq b_n$ definitivamente, e se $a_n, b_n \rightarrow \ell \in \mathbb{R}$, allora $c_n \rightarrow \ell$.

Dimostrazione del fatto che quando $b \in (1, +\infty)$ la successione b^n diverge a $+\infty$. Illustrazione numerica della tesi con l'ausilio di un comune foglio di calcolo.

01/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Successioni costanti. Limite di a^n quando $a \in (-1, 1)$. Limite di $(-1)^n$.

Descrizione attività:

Le successioni costanti ammettono limite: dimostrazione.

Una successione (a_n) tende a zero se e solo se $|a_n| \rightarrow 0$: dimostrazione.

La successione a^n , con $a \in (-1, 1)$, tende a zero: dimostrazione. Esplorazione numerica del caso $a = -0,5$ svolta con l'aiuto di un comune foglio di calcolo.

Dimostrazione del fatto che la successione $(-1)^n$ non ammette limite, né finito, né infinito.

01/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Successioni irregolari. Maggioranti, minoranti, successioni limitate.

Descrizione attività:

Successioni irregolari. Esempio: x^n con $x \leq -1$. L'uguaglianza $|x_1 - x_2| = \text{dist}(x_1, x_2)$.

Definizione di maggiorante, minorante, successione limitata, limitata superiormente, limitata inferiormente. Esempi e controesempi.

Teorema: le successioni convergenti ad un limite finito sono limitate. Dimostrazione.

04/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La disuguaglianza triangolare. Operazioni con i limiti.

Descrizione attività:

La disuguaglianza triangolare: dimostrazione analitica, interpretazione geometrica.

Enunciato e dimostrazione del teorema sul limite di una somma.

Enunciato dei teoremi sul limite di una differenza, di un prodotto e di un rapporto.

04/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Teorema della permanenza del segno. Limite di una potenza ($1/2$).

Descrizione attività:

Enunciato e dimostrazione del teorema della permanenza del segno per le successioni.

Enunciato del teorema sul limite di una potenza. Dimostrazione nel caso particolare della successione $b^{1/n}$ con $b \in (1, +\infty)$. Il caso in cui $b \in (0,1)$ sarà svolto nella lezione del 5 ottobre.

Calcolo del limite di n^α nel caso in cui $\alpha \in (1, +\infty)$ e nel caso in cui $\alpha = 1/k$ con k intero positivo.

05/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Limite di una potenza (2/2). Somma di successioni divergenti.

Descrizione attività:

Estensione del teorema sul limite di una somma: la somma fra una successione $a_n \rightarrow +\infty$ ed una b_n inferiormente limitata diverge a $+\infty$ (dimostrazione).

Le successioni divergenti a $+\infty$ sono inferiormente limitate (enunciato). La dimostrazione sarà svolta il 7 ottobre. Conseguenza: $+\infty + \infty = +\infty$.

Dimostrazione del fatto che se $a \in (0,1)$ la successione $a^{(1/n)}$ tende ad 1. Il caso in cui $a \in (1, +\infty)$ è stato considerato nella lezione del 4 ottobre.

Determinazione del limite della potenza n^α per qualunque α reale.

05/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La forma indeterminata 0^0 . Il limite della successione $n^{(1/n)}$.

Descrizione attività:

Motivazione dell'uguaglianza $0^0 = 1$ nella rappresentazione delle funzioni polinomiali mediante il simbolo di sommatoria.

Indeterminatezza dei limiti della forma 0^0 : qualche esempio.

La successione $n^{(1/n)}$ tende ad 1: dimostrazione.

07/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La completezza: alcune formulazioni

Descrizione attività:

Definizione delle successioni monotone (crescenti o decrescenti, in senso lato o in senso stretto). Definizione delle successioni di Cauchy, dette anche successioni fondamentali. Limitatezza di un insieme di numeri reali. Estremo superiore. Definizione delle sezioni di Dedekind. Elemento separatore.

Alcune formulazioni equivalenti della proprietà di completezza dell'insieme dei numeri reali:

- 1) esistenza del limite delle successioni monotone;
- 2) esistenza del limite delle successioni di Cauchy;
- 3) la proprietà dell'estremo superiore;
- 4) esistenza dell'elemento separatore delle sezioni di Dedekind.

Dimostrazione del fatto che le successioni divergenti a $+\infty$ sono inferiormente limitate (teorema già enunciato il 5 ottobre).

07/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La completezza: una dimostrazione

Descrizione attività:

Dimostrazione dell'esistenza del limite per ogni successione monotona di numeri reali intesi come allineamenti decimali con segno.

08/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Sottosuccessioni. Teorema di Bolzano-Weierstrass.

Descrizione attività:

Concetto di sottosuccessione di una successione data. Notazione. Esempi. Paradosso di Galileo.

Costruzione di una sottosuccessione monotona a partire da una successione arbitraria.

Enunciato e dimostrazione del teorema di Bolzano-Weierstrass.

08/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Punti di accumulazione. Numero di Nepero. Logaritmi decimali e logaritmi naturali.

Descrizione attività:

Alcune definizioni equivalenti del concetto di punto di accumulazione di un sottoinsieme S dell'insieme dei numeri reali. Esempi.

Definizione del numero di Nepero. Buona positura della definizione: la successione utilizzata converge in quanto è monotona e limitata (dimostrazione).

Definizione dei logaritmi decimali e dei logaritmi naturali.

11/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Serie numeriche. Fattoriali.

Descrizione attività:

Definizione della somma di una serie numerica. Serie convergenti, divergenti, indeterminate. Semplici esempi: la serie nulla, la serie a termini identicamente uguali ad 1, la serie geometrica di ragione $q = -1$.

Un esempio notevole: sviluppo in serie del numero di Nepero (enunciato). Definizione del fattoriale $k!$ di un numero naturale k .

11/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La serie geometrica ($1/4$).

Descrizione attività:

Definizione della serie geometrica, determinazione della somma ridotta, studio del carattere della serie geometrica di ragione $q \in (-1, +\infty)$.

12/10/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**La serie geometrica (2/4). Serie di Maclaurin di $\sin x$ e $\cos x$.**Descrizione attività:**La serie geometrica di ragione $q \in (-\infty, -1]$ è indeterminata: dimostrazione.

Sviluppi in serie di Maclaurin delle funzioni trigonometriche $\sin x$ e $\cos x$ (enunciato). La dimostrazione della convergenza alle funzioni generatrici si ottiene con il procedimento illustrato nella lezione del 03/12/2021 con riferimento alla funzione esponenziale.

12/10/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

La serie geometrica (3/4). Prodotto di una serie per una costante. Resto di una serie numerica.

Descrizione attività:

Serie geometrica moltiplicata per una costante. Prodotto di una serie qualunque per una costante.

Serie geometrica priva di alcuni termini iniziali. Resto di una serie numerica qualunque. Coincidenza del carattere del resto con quello della serie data.

Relazione fra le somme parziali, il resto, e la somma di una serie convergente. Se una serie converge ad una somma finita, il resto tende a zero.

14/10/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

La serie geometrica (4/4). Somma di numeri interi consecutivi.

Descrizione attività:

Cenni storici sulle serie di Taylor nella matematica indiana.

Rappresentazione per serie di un qualunque numero reale. Rappresentazione di un numero decimale periodico mediante una serie geometrica, e determinazione della frazione generatrice.

Interpretazione del paradosso di Achille e la tartaruga mediante una serie geometrica.

Formula per esprimere la somma dei numeri interi da 1 ad n : la somma vale $n(n + 1)/2$. Dimostrazione.

14/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Condizione necessaria per la convergenza. Serie armonica.

Descrizione attività:

Condizione necessaria per la convergenza di una serie: dimostrazione.

Le serie a termini non negativi non sono indeterminate: dimostrazione.

La serie armonica diverge a $+\infty$; dimostrazione mediante lo studio delle somme ridotte aventi per indice una potenza di 2, con riferimento storico a Nicola d'Oresme.

15/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Il teorema del confronto per le serie.

Descrizione attività:

Enunciato e dimostrazione del teorema del confronto per le serie a termini non negativi.

Dimostrazione della divergenza della serie armonica generalizzata quando l'esponente α è minore o uguale ad 1 (la convergenza per $\alpha \geq 2$ sarà dimostrata nella lezione del 19 ottobre, la convergenza per ogni $\alpha > 1$ sarà dimostrata nella lezione del 20 dicembre).

Enunciato e dimostrazione del teorema del confronto asintotico per le serie a termini positivi.

15/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La convergenza assoluta. Parte positiva e parte negativa di x .

Descrizione attività:

Definizione della convergenza assoluta. Esempi.

Le funzioni x^+ e x^- (parte positiva e parte negativa di x): definizione, grafici, e le relazioni $x = x^+ - x^-$ e $|x| = x^+ + x^-$.

La convergenza assoluta implica la convergenza semplice: enunciato e dimostrazione.

18/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Il criterio del rapporto per le serie.

Descrizione attività:

La differenza di due serie convergenti è ancora una serie convergente: dimostrazione.

Enunciato e dimostrazione del criterio del rapporto per le serie.

18/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Criterio del rapporto per le successioni. Criterio della radice.

Descrizione attività:

Applicazione del criterio del rapporto alla serie di Maclaurin della funzione $y = \sin x$.

Enunciato e dimostrazione del criterio del rapporto per le successioni.

Enunciato e dimostrazione del criterio della radice.

19/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Serie di Mengoli. Serie armonica generalizzata.

Descrizione attività:

Applicazione del criterio del rapporto alla serie di Maclaurin della funzione $y = \cos x$.

Caratterizzazione delle serie geometriche (a termini non identicamente nulli) tramite la relazione $a_{k+1} / a_k = \text{costante}$.

Determinazione della somma della serie di Mengoli.

Carattere della serie armonica generalizzata: enunciato. Dimostrazione della convergenza nel caso in cui l'esponente α sia maggiore o uguale a 2 (la divergenza per $\alpha \geq 1$ è stata dimostrata nella lezione del 15 ottobre, la convergenza per ogni $\alpha > 1$ sarà dimostrata nella lezione del 20 dicembre).

19/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Criterio di Leibniz

Descrizione attività:

Enunciato e dimostrazione del criterio di Leibniz per la convergenza delle serie a termini di segno alterno.

Esempio: la serie di Leibniz converge semplicemente ma non assolutamente.

21/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Funzioni potenza. Funzioni pari e funzioni dispari.

Descrizione attività:

Definizione delle potenze con esponente reale.

Studio del grafico di alcune funzioni di tipo potenza, cioè del tipo $f(x) = x^\alpha$, in corrispondenza di diversi valori dell'esponente α .

Relazione fra il grafico di una funzione $f(x)$ e quello della sua funzione inversa, con particolare riferimento ai casi $f(x) = x^2$ e $f(x) = x^3$.

Definizione di funzione pari e di funzione dispari. Esempi.

Rappresentazione visuale dei concetti della lezione mediante un popolare software per l'apprendimento e l'insegnamento della matematica.

21/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Il simbolo di uguaglianza. Funzioni esponenziali (1/2).

Descrizione attività:

Alcuni distinti utilizzi del simbolo di uguaglianza, in: equazioni, confronti, definizioni. Uso del simbolo $:=$ per denotare una definizione.

Discussione di alcune proprietà delle funzioni potenza, su esplicita richiesta degli studenti, inclusa la risoluzione dell'equazione $x^\beta = 1/x^\beta$.

Funzioni esponenziali $f(x) = b^x$, con $b \in (0, +\infty)$. Una prima distinzione, di tipo qualitativo, si osserva con l'ausilio di un software interattivo comunemente utilizzato per l'apprendimento e l'insegnamento della matematica: il caso in cui $b \in (0, 1)$ è diverso dal caso in cui $b \in (1, +\infty)$.

22/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Invertibilità di alcune funzioni potenza. Monotonia delle funzioni di una variabile reale.

Descrizione attività:

Illustrazione delle condizioni necessarie e sufficienti per rendere invertibile la funzione $y = x^2$ e di conseguenza definire la funzione $x = y^{1/2}$. Invertibilità della funzione $y = x^3$ su tutto l'asse reale.

Simmetria del grafico di $f(x) = b^x$, con $b > 1$, rispetto al grafico di $g(x) = a^x$ quando $a = 1/b$: illustrazione con l'ausilio di un software interattivo per l'apprendimento e l'insegnamento della matematica. Dimostrazione analitica della suddetta proprietà.

Funzioni monotone (crescenti o decrescenti), in senso stretto o in senso lato: definizioni.

22/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Funzioni esponenziali (2/2). Limitatezza inferiore. Estremo inferiore.

Descrizione attività:

Dimostrazione della disuguaglianza $b^x > 1$ per ogni $b \in (1, +\infty)$ ed ogni $x \in \mathbb{R}$. Conseguenza: $b^x > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, e la funzione $f(x) = b^x$ è strettamente crescente.

Definizione di minorante per una funzione di una variabile reale. Definizione dell'estremo inferiore.

25/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Limitatezza superiore. Estremo superiore. Limite infinito per $x \rightarrow \pm\infty$.

Descrizione attività:

Definizione di maggiorante per una funzione di una variabile reale. Definizione dell'estremo superiore. Illustrazione grafica del concetto mediante un software interattivo per l'apprendimento e l'insegnamento della matematica.

Limite infinito per $x \rightarrow \pm\infty$: definizione, esempi.

25/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Limite finito per $x \rightarrow \pm\infty$. Immagine di una funzione. Valore minimo.

Descrizione attività:

Le funzioni che tendono a $-\infty$ sono inferiormente illimitate: enunciato.

Limite finito per $x \rightarrow \pm\infty$: definizione, esempi.

Definizione dell'immagine di una funzione. Valore minimo: definizione, relazione con l'estremo inferiore.

26/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Massimi e minimi. Funzioni logaritmiche (1/2).

Descrizione attività:

Valore massimo di una funzione: definizione. Punti di massimo, punti di minimo: definizione, esempi.

Funzioni logaritmiche: definizione. Tracciamento del grafico della funzione logaritmica a partire da quello della corrispondente funzione esponenziale. Illustrazione del concetto mediante un software interattivo per l'apprendimento e l'insegnamento della matematica.

26/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Funzioni logaritmiche (2/2).

Descrizione attività:

Dimostrazione delle principali proprietà dei logaritmi:

- relazione fra logaritmi ed esponenziali (che sono funzioni l'una inversa dell'altra);
 - passaggio ai logaritmi nelle disequazioni;
 - logaritmo della base e logaritmo dell'unità;
 - logaritmo di un prodotto;
 - logaritmo di una potenza;
 - cambiamento della base dei logaritmi;
 - espressione di una potenza tramite esponenziale e logaritmo, con applicazione alla funzione $y = x^x$.
-

28/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Il radiante. Le funzioni circolari: cenni storici. Seno e coseno.

Descrizione attività:

Motivazione dell'importanza delle funzioni circolari, anche con riferimento al calcolo del raggio della Terra fatto da Eratostene, al calcolo delle corde, e all'introduzione dei logaritmi per semplificare le operazioni.

Il radiante. Conversione gradi/radiani. Lunghezza di un arco di circonferenza a partire dall'angolo al centro.

Definizione di seno e coseno. Prima identità fondamentale.

28/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Le funzioni circolari: tangente trigonometrica. Identità elementari.

Descrizione attività:

Parità e disparità del coseno e del seno, limitatezza, massimi e minimi, periodicità. Definizione di funzione periodica.

Definizione della tangente trigonometrica. Dominio. Seconda identità fondamentale.

Altre identità elementari: relazione fra i seni ed i coseni di angoli complementari, supplementari, sfasati di $\pi/2$, sfasati di π .

Calcolo della lunghezza di un arco di circonferenza a partire dal raggio e dall'angolo al centro.

29/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Risoluzione dei triangoli.

Descrizione attività:

Definizione di secante e cosecante. Risoluzione dei triangoli rettangoli. Teorema del coseno, o di Carnot. Teorema dei seni.

29/10/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Identità trigonometriche.

Descrizione attività:

Dimostrazione delle formule di addizione, delle formule di duplicazione, delle formule di riduzione alla tangente dell'arco metà (dette anche "formule parametriche"), delle formule di prostaferesi, e delle formule di Werner.

02/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Le funzioni inverse delle funzioni circolari (1/2).

Descrizione attività:

Illustrazione grafica delle funzioni $\arccos x$, $\arcsen y$ e $\arctg y$ con riferimento alla circonferenza trigonometrica e mediante l'utilizzo di un software interattivo per l'apprendimento e l'insegnamento della matematica.

Buona positura della definizione della funzione $\alpha = \arcsen y$ con riferimento al teorema dei valori intermedi e con dimostrazione, per mezzo delle formule di prostaferesi, della stretta monotonia della restrizione della funzione $y = \sin \alpha$ all'intervallo $[-\pi/2, \pi/2]$.

Relazione fra il grafico della funzione $\alpha = \arcsen y$ e quello della funzione $y = \sin \alpha$ ristretta all'intervallo $[-\pi/2, \pi/2]$.

02/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Le funzioni inverse delle funzioni circolari (2/2). Cenni alle funzioni iperboliche.

Descrizione attività:

Cenni alla buona positura della definizione delle funzioni $\alpha = \arccos x$ e $\alpha = \arctg y$. Relazione tra i loro grafici e quelli delle funzioni $x = \cos \alpha$ e $y = \tg \alpha$.

Determinazione di alcuni valori notevoli delle funzioni circolari, inclusi $\sin(\pi/6)$ e $\tg(\pi/4)$.

Definizione della parte pari e della parte dispari di una funzione il cui dominio sia simmetrico rispetto all'origine. Definizione e grafico del seno e del coseno iperboliche. Definizione della tangente iperbolica. Dimostrazione dell'identità $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

04/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La continuità (1). Continuità delle funzioni composte.

Descrizione attività:

Definizione ε - δ della continuità di una funzione di una variabile reale.

Esempio: la funzione $f(x) = mx + q$ è continua.

Dimostrazione della continuità della funzione composta di due funzioni continue.

04/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La continuità (2). La condizione di Lipschitz (1/2).

Descrizione attività:

Punti isolati di un insieme dato: definizione, esempi. Ogni funzione è continua nei punti isolati del dominio: dimostrazione.

Studio della continuità dalla funzione a gradino di Heaviside per ciascun punto $x_0 \in \mathbb{R}$.

Funzioni lipschitziane: definizione.

05/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La condizione di Lipschitz (2/2). Continuità per successioni (1/3).

Descrizione attività:

Dimostrazione della disuguaglianza $||x| - |y|| \leq |x - y|$ e sua interpretazione geometrica mediante un software interattivo per l'apprendimento e l'insegnamento della matematica.

Nozione di rapporto incrementale per una funzione di una variabile reale. Legame fra la limitatezza del rapporto incrementale e proprietà di lipschitzianità.

Dimostrazione della continuità delle funzioni lipschitziane.

Continuità per successioni: definizione.

05/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Continuità per successioni (2/3). Teorema degli zeri.

Descrizione attività:

La continuità di una funzione implica la continuità per successioni: dimostrazione.

Enunciato e dimostrazione del teorema degli zeri delle funzioni continue. Enunciato e dimostrazione del teorema dei valori intermedi. Motivazione dell'importanza del teorema, con riferimento alle funzioni inverse delle funzioni elementari.

08/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Continuità per successioni (3/3). Continuità della funzione inversa.

Descrizione attività:

La continuità per successioni implica la continuità (definita con ϵ - δ): dimostrazione.

Nozione di contronominale di un enunciato della forma $A \Rightarrow B$.

Dimostrazione della funzione inversa di una funzione strettamente monotona avente per dominio un intervallo.

08/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Continuità delle funzioni elementari.

Descrizione attività:

Dimostrazione della continuità della funzione esponenziale e della funzione logaritmica. Ne segue la continuità delle funzioni potenza.

Dimostrazione della continuità delle funzioni circolari $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$.

Dimostrazione della continuità della funzione somma, differenza, prodotto, rapporto e potenza f^g di due funzioni continue f e g .

09/11/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Permanenza del segno per le funzioni continue. Operazioni sui grafici (1/2).

Descrizione attività:

Discussione del teorema sulla continuità della funzione inversa di una funzione data: la continuità di quest'ultima è inessenziale. Esempio. Confronto con il libro di testo.

Enunciato e dimostrazione del teorema della permanenza del segno per le funzioni continue.

Operazioni sui grafici: effetto di una costante additiva su alcune funzioni elementari (parabola, esponenziale, seno) illustrato mediante un software interattivo per l'apprendimento e l'insegnamento della matematica.

09/11/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Operazioni sui grafici (2/2). Limiti delle funzioni razionali. Limiti delle funzioni monotone. Asintoti (1/2).

Descrizione attività:

Operazioni sui grafici: effetto di una costante moltiplicativa, grafico del quadrato di una funzione, grafico della radice quadrata di una funzione, grafico del valore assoluto di una funzione, grafico della somma di due funzioni, funzioni con asintoti. Illustrazione di alcuni esempi mediante un software interattivo per l'apprendimento e l'insegnamento della matematica.

Continuità delle funzioni polinomiali. Continuità delle funzioni razionali, esclusi gli zeri del denominatore. Limiti di tali funzioni per $x \rightarrow \pm\infty$. Limite della funzione esponenziale per $x \rightarrow -\infty$.

Il limite di una funzione monotona per $x \rightarrow \pm\infty$ coincide con l'estremo inferiore/superiore: enunciato. Dimostrazione nel caso particolare in cui f è crescente in senso lato, e $x \rightarrow +\infty$.

Definizione di asintoto di una funzione per $x \rightarrow \pm\infty$.

11/11/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Semplici limiti all'infinito. Operazioni con i limiti.

Descrizione attività:

Determinazione del limite per $x \rightarrow +\infty$ di alcune semplici funzioni: b^x , x^α , $(b^x)^\alpha$, $(\log x)^\alpha$.

Enunciato dei teoremi sui limiti: operazioni con i limiti, permanenza del segno. Le dimostrazioni possono ottenersi seguendo il procedimento già illustrato per i teoremi sulle successioni (lezione del 4/10/2021) e quelli sulla continuità (8/11/2021).

11/11/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Permanenza del segno. Altri limiti notevoli all'infinito. Ricerca degli asintoti all'infinito.

Descrizione attività:

Enunciato del teorema della permanenza del segno per le funzioni di una variabile reale, nel caso in cui $x \rightarrow \pm\infty$. La dimostrazione si ottiene con un ragionamento analogo a quello già illustrato per le successioni (lezione del 4/10/2021) e per le funzioni continue (9/11/2021).

Determinazione del limite dei rapporti $(\log x)^{\pm(x^\alpha)}$ e $((\log x)^\gamma)/x$ per $x \rightarrow +\infty$, con $\alpha, \gamma > 0$.

Enunciato e dimostrazione delle condizioni necessarie e sufficienti affinché una funzione $f(x)$ abbia un asintoto per $x \rightarrow \pm\infty$. Esempi.

12/11/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Teorema del confronto. Non esistenza del limite.

Descrizione attività:

Enunciato e dimostrazione del teorema del confronto dei limiti per $x \rightarrow \pm\infty$ delle funzioni di una variabile reale.

Esempi illustrativi del procedimento per la ricerca degli eventuali asintoti di una funzione $f(x)$ per $x \rightarrow \pm\infty$.

Dimostrazione del fatto che la funzione $f(x) = \sin x$ non ammette limite per $x \rightarrow +\infty$.

12/11/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**Definizione successionale di limite per $x \rightarrow \pm\infty$. L'iperbole equilatera (1/2).**Descrizione attività:**

Equivalenza della definizione ε - δ di limite di $f(x)$ per $x \rightarrow \pm\infty$ con la definizione successionale.

Determinazione degli asintoti all'infinito della funzione $f(y) = (y^2 + 1)^{1/2}$, il cui grafico è un ramo di iperbole equilatera.

18/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

L'iperbole equilatera (2/2).

Descrizione attività:

Determinazione degli asintoti all'infinito della funzione $g(x) = (x^2 - 1)^{1/2}$, il cui grafico è contenuto in un'iperbole equilatera.

Osservazione: funzioni che coincidono definitivamente ammettono lo stesso limite.

Relazione tra la funzione $g(x) = (x^2 - 1)^{1/2}$ e la funzione $f(y) = (y^2 + 1)^{1/2}$.

Interpretazione geometrica della prima identità fondamentale fra le funzioni iperboliche con riferimento all'iperbole di equazione $x^2 - y^2 = 1$.

18/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Asintoti verticali. Limiti infiniti per x che tende ad un numero reale.

Descrizione attività:

Definizione di asintoto verticale.

Definizione di limite infinito per x che tende ad un numero reale da destra o da sinistra.

Esempi di funzioni con asintoti verticali: $f(x) = 1/x$, $f(x) = \log x$.

Uso del cambiamento di variabile $t = 1/x$ per il calcolo di un limite.

Relazione fra il limite destro ed il limite sinistro, per x che tende a zero, di una funzione pari o dispari.

19/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Limite finito per x che tende ad un numero reale.

Descrizione attività:

Esempio di funzione con asintoti verticali: $f(\alpha) = \operatorname{tg} \alpha$.

Definizione di limite finito per x che tende ad un numero reale da destra o da sinistra.

Esempio: il prodotto $(t^\alpha)(\log t)$ tende a zero per $t \rightarrow 0^+$, qualunque sia $\alpha > 0$.

Definizione di limite, per x che tende ad un numero reale, quando sono uguali fra loro i limiti destro e sinistro.

19/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Classificazione dei punti di discontinuità.

Descrizione attività:

Caratterizzazione della continuità mediante il limite. Classificazione dei punti di discontinuità.

Le funzioni monotone sono continue o hanno dei salti: dimostrazione.

Teoremi sui limiti per x che tende ad un numero reale: operazioni con i limiti, permanenza del segno, confronto.

22/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Unicità del limite. Nozioni topologiche (1/2).

Descrizione attività:

Dimostrazione del teorema dell'unicità del limite, con particolare riferimento al caso in cui $x \rightarrow x_0 \in \mathbb{R}$.

Definizione di punto interno, punto esterno e punto di frontiera di un insieme $S \subset \mathbb{R}$. Esempi.

22/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Nozioni topologiche (2/2). Teorema di Heine-Borel.

Descrizione attività:

Definizione dei sottoinsiemi aperti e dei sottoinsiemi chiusi dell'insieme dei numeri reali.

Due caratterizzazioni equivalenti della proprietà di essere chiuso: 1) contenere la frontiera; 2) contenere il derivato.

Compattezza per successioni: definizione. Enunciato e dimostrazione del teorema di Heine-Borel.

23/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La derivata di una funzione. Derivate successive alla prima.

Descrizione attività:

Cenni storici alle origini e agli scopi del calcolo differenziale.

Derivabilità di una funzione di una variabile reale. Definizione della derivata. Esempi: derivabilità delle funzioni $mx+q$, x^n con n intero positivo, \sqrt{x} .

Esempio di funzione non derivabile nell'origine: la funzione \sqrt{x} .

Derivate di ordine superiore al primo: definizione.

23/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Derivata della funzione logaritmica.

Descrizione attività:

Derivate parziali di una funzione di più variabili: definizione. Derivata di una funzione a valori in \mathbb{R}^3 : definizione.

Limite della funzione $(1 + 1/t)^t$ per $t \rightarrow \pm\infty$.

Derivata della funzione $\log|x|$.

Area del settore circolare a partire dall'apertura α e dal raggio r .

25/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Altre derivazioni elementari. Il simbolo di Landau "o piccolo".

Descrizione attività:

Derivata di $\sin x$ e di $\cos x$. Derivata di $1/x^n$ con n intero positivo e $x \neq 0$.

Il simbolo di Landau "o piccolo": significato, esempi, utilizzo per esprimere la derivabilità di una funzione.

25/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

L'equazione della retta tangente. Il differenziale.

Descrizione attività:

La derivabilità implica la continuità: dimostrazione.

Nozione di "infinitesimo" come funzione che tende a zero. Nozione di infinitesimo di ordine superiore rispetto all'infinitesimo di riferimento $x - x_0$.

Equazione della retta tangente al grafico di una funzione f derivabile in un punto x_0 . Confronto fra la funzione f e la retta tangente tramite il simbolo di Landau "o piccolo".

Definizione del differenziale df di una funzione f derivabile in un punto x_0 . Confronto fra la variazione $f(x) - f(x_0)$ ed il differenziale df tramite il simbolo di Landau "o piccolo".

Studio dell'errore relativo che si commette sostituendo un arco di circonferenza con un segmento di tangente, con riferimento al calcolo del raggio terrestre fatto da Eratostene nell'antichità.

Limite del rapporto $(\tan \alpha) / \alpha$ per $\alpha \rightarrow 0$.

26/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Interpretazione geometrica della derivata. Regole di derivazione (1/3).

Descrizione attività:

Interpretazione geometrica della derivata: discussione analitica ed illustrazione grafica mediante un software interattivo per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica. Semplici esempi.

Linearità dell'operatore di derivazione: enunciato e dimostrazione. Derivata di un polinomio.

Regola di derivazione del prodotto: enunciato e dimostrazione.

Regola di derivazione del rapporto: enunciato. Derivata della funzione $y = \tan x$.

26/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Regole di derivazione (2/3).

Descrizione attività:

Cenni ai software comunemente reperibili per il calcolo differenziale.

Dimostrazione della regola di derivazione del rapporto. Derivata della funzione $(\log x)/x$.

Regola di derivazione della funzione composta (the chain rule): enunciato e dimostrazione. Formulazione nella notazione di Leibniz. Estensione alla composizione di tre funzioni. Esempi illustrativi.

29/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Regole di derivazione (3/3).

Descrizione attività:

Regola di derivazione della funzione inversa di una funzione data $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, strettamente monotona su di un intervallo I e derivabile in un punto $x_0 \in I$, con $f'(x_0) \neq 0$: enunciato e dimostrazione.

Conseguenze: derivata delle funzioni e^x , $\sinh x$, $\cosh x$, x^α .

29/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale. Derivate delle funzioni circolari inverse.

Descrizione attività:

Studio della derivabilità (da destra) della funzione x^α nel punto $x_0 = 0$ in funzione del valore dell'esponente α .

Definizione di alcune tipiche singolarità: punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale. Esempi.

Derivata della funzione $h(x) = (f(x))^g(x)$. Derivata delle funzioni $\arcsin x$ e $\arccos x$. L'identità $\arcsin x + \arccos x = \pi/2$. Derivata della funzione $\text{arctg } y$.

Riformulazione di alcune delle relazioni trovate precedentemente in termini di equazioni differenziali: $y' = y$, $y'' = -y$, $y' = 1 + y^2$.

30/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Punti critici ed estremi.

Descrizione attività:

Definizione di punto di massimo relativo e di punto di minimo relativo.

Definizione di punto critico, o punto stazionario, di una funzione derivabile.

Condizione necessaria affinché una funzione derivabile assuma un massimo o un minimo relativo in un punto interno al dominio: dimostrazione.

Semplici esempi volti a mettere in evidenza la differenza fra gli estremi di una funzione e i punti critici.

Enunciato del teorema di Weierstrass. Nozione di successione massimizzante per una funzione data.

30/11/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Teorema di Weierstrass.

Descrizione attività:

Dimostrazione dell'esistenza di una successione massimizzante per una funzione data (non vuota).

Dimostrazione del teorema di Weierstrass sull'esistenza del massimo e del minimo di una qualunque funzione continua su di un insieme compatto per successioni.

Discussione sull'esistenza di successioni di elementi di un dato insieme S convergenti ad un punto isolato di S .

Osservazione: tutte le sottosuccessioni di una data successione convergente ammettono lo stesso limite (con riferimento alla lezione del 12-11-2021).

02/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

I teoremi di Rolle e di Lagrange (1/2).

Descrizione attività:

Un semplice esempio illustrativo delle ipotesi, della tesi, e dei termini della dimostrazione del teorema di Weierstrass: la funzione $f(x) = (\arcsen x)^2$ sul dominio $S = [-1, 1]$, con la successione massimizzante $a_n = (-1)^n$.

Enunciato del teorema di Lagrange. Esempio. Corollario: il teorema di Rolle.

La derivata di una funzione pari (derivabile) è una funzione dispari: dimostrazione. La derivata di una funzione dispari (derivabile) è una funzione pari: enunciato.

02/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Il teorema di Lagrange (2/2). Test di monotonia.

Descrizione attività:

Altri esempi sui teoremi di Rolle e di Lagrange: il caso dei polinomi di primo grado. Dimostrazione del teorema di Lagrange. Relazione fra la monotonia di una funzione ed il segno della derivata (se quest'ultima esiste):

se f è crescente in senso lato, allora $f' \geq 0$.

Viceversa, se $f' \geq 0$ in un intervallo (a,b) allora f è crescente in tale intervallo.

Inoltre, se $f' > 0$ in un intervallo (a,b) allora f è strettamente crescente in tale intervallo.

Infine, se $f' = 0$ in tutto un intervallo (a,b) allora f è costante in tale intervallo.

Esempio: la funzione $f(x) = x^3$ è strettamente crescente e tale che $f' \geq 0$, con $f'(0) = 0$.

03/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Conseguenze del teorema di Lagrange. Teorema di Cauchy (1/2).

Descrizione attività:

Studio dei punti di massimo o di minimo tramite la derivata negli intervalli adiacenti. Applicazione alla funzione $f(x) = \arcsen x$.

Uso della derivata negli intervalli adiacenti per determinare la derivata in un punto dato.

Enunciato del teorema di Cauchy. Osservazione: le funzioni la cui derivata non si annulla in tutto un intervallo non assumono lo stesso valore agli estremi (contronominale del teorema di Rolle).

03/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Teorema di Cauchy (2/2). Formula di Taylor con il resto di Lagrange.

Descrizione attività:

Dimostrazione del teorema di Cauchy.

Enunciato e dimostrazione della formula di Taylor con il resto di Lagrange.

Applicazione: sviluppo in serie di Taylor della funzione esponenziale. Le funzioni $\sin x$ e $\cos x$ si sviluppano similmente, ottenendo le serie già introdotte nella lezione del 12/10/2021.

06/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

La regola di de l'Hôpital.

Descrizione attività:

Enunciato e dimostrazione della regola di de l'Hôpital per il calcolo del limite del rapporto f/g quando $f, g \rightarrow 0$ oppure $f, g \rightarrow \pm\infty$ e $x \rightarrow x_0$ oppure $x \rightarrow \pm\infty$.

Semplici applicazioni. Avvertenze sull'uso improprio della regola di de l'Hôpital per determinare la derivata della funzione f .

06/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Formula di Taylor con il resto di Peano. Condizione sufficiente per gli estremi relativi (1/2).

Descrizione attività:

Enunciato e dimostrazione della formula di Taylor con il resto di Peano.

Applicazione: condizione sufficiente affinché un punto critico di una funzione f sia un punto di massimo relativo ($f''(x_0) < 0$) ovvero di minimo relativo ($f''(x_0) > 0$).

07/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Condizione sufficiente per gli estremi relativi (2/2). Convessità (1/4).

Descrizione attività:

Condizione sufficiente affinché un punto critico di una funzione f sia un punto di massimo relativo ($f'' \leq 0$ in un intorno di x_0) ovvero di minimo relativo ($f'' \geq 0$ in un intorno di x_0). Studio della funzione $f(x) = x - x^3$.

La convessità e la concavità delle funzioni di una variabile reale: definizione. Semplici funzioni convesse: x^2 , $|x|$. La funzione $mx + q$ è sia concava che convessa.

07/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Convessità (2/4).

Descrizione attività:

Dimostrazione dell'esistenza del limite del rapporto incrementale (destra e sinistra) per ogni funzione convessa. Continuità delle funzioni convesse nei punti interni.

La convessità delle funzioni derivabili equivale alla crescita (in senso lato) della derivata: dimostrazione.

09/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Convessità (3/4).

Descrizione attività:

Caratterizzazione della convessità di una funzione derivabile mediante le rette tangenti al suo grafico. Esempi.

09/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Convessità (4/4). Punti di flesso. Studio del grafico di una funzione.

Descrizione attività:

Caratterizzazione della convessità delle funzioni derivabili due volte.

Alcune definizioni (non equivalenti) della nozione di punto di flesso. Esempi.

Studio del grafico di una funzione: riferimenti alla bibliografia e cenni al software specifico.

10/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

L'integrale di Riemann e la misura di Peano-Jordan.

Descrizione attività:

Introduzione alla teoria della misura e dell'integrazione. Misura di Peano-Jordan di un insieme di punti del piano.

Definizione dell'integrale di Riemann. Interpretazione geometrica dell'integrale.

La funzione di Dirichlet: definizione; non misurabilità secondo Peano-Jordan del suo sottografico (pettine di Dirichlet).

10/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

L'impostazione di Darboux.

Descrizione attività:

Calcolo di alcuni integrali mediante applicazione della definizione: integrazione delle funzioni costanti; integrale di $x dx$ sull'intervallo $[0, 1]$.

Integrazione delle funzioni limitate: somme superiori, somme inferiori, integrale superiore, integrale inferiore. L'integrabilità come uguaglianza fra l'integrale superiore e l'integrale inferiore (impostazione di Darboux). Equivalenza con la definizione di Riemann (enunciato).

La limitatezza della funzione integranda è una condizione necessaria per l'integrabilità secondo Riemann (enunciato).

13/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Integrabilità delle funzioni monotone. Teorema di Heine-Cantor.

Descrizione attività:

Dimostrazione dell'integrabilità delle funzioni monotone.

Enunciato e dimostrazione del teorema di Heine-Cantor.

13/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Integrabilità delle funzioni continue. Media integrale. Confronto di integrali.

Descrizione attività:

Dimostrazione dell'integrabilità delle funzioni continue.

Enunciato e dimostrazione del teorema della media integrale.

Enunciato e dimostrazione del teorema del confronto per gli integrali (monotonia dell'operatore di integrazione rispetto alla funzione integranda).

14/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Indicazioni su come impostare lo studio. Proprietà dell'integrale. Teorema fondamentale (1/2).

Descrizione attività:

Indicazioni su come impostare lo studio della matematica alla luce dell'esperienza delle lezioni precedenti. L'argomento si può approfondire a discrezione degli studenti su di una dispensa pubblicata sul web dal docente.

Positività dell'integrale. Disuguaglianza triangolare per gli integrali. Linearità dell'operatore di integrazione. Additività.

Enunciato del teorema fondamentale del calcolo integrale. Definizione della funzione degli errori (erf).

14/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Teorema fondamentale (2/2). Primitive. Integrale indefinito. Teorema di valutazione (1/2).

Descrizione attività:

Dimostrazione del teorema fondamentale del calcolo integrale.

Primitiva di una funzione: definizione. Integrale indefinito di una funzione data: definizione; descrizione mediante una primitiva particolare.

Enunciato del teorema di valutazione.

16/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Teorema di valutazione (2/2). Integrali immediati.

Descrizione attività:

Dimostrazione del teorema di valutazione.

Integrazione dei polinomi. Integrazione di potenze con esponente reale (diverso da -1: per l'integrazione di $1/x$ vedere la prossima lezione).

Esempio di funzione non integrabile secondo Riemann in quanto illimitata.

16/12/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Integrali impropri (1/2). Linearità dell'integrale indefinito. Integrazione per parti (1/2).

Descrizione attività:Definizione dell'integrale improprio, detto anche integrale generalizzato, esteso ad un intervallo limitato. Esempi, incluso l'integrale di $1/x$.Integrazione della funzione circolare $f(x) = \cos x$ (integrale immediato).

Linearità dell'integrale indefinito: enunciato e dimostrazione.

Regola di integrazione per parti: enunciato e dimostrazione. Esempi. Uso della regola di integrazione per parti per integrare una singola funzione (anziché il prodotto di due funzioni), e applicazione all'integrale dalla funzione logaritmica.

17/12/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Integrazione per parti (2/2). Modalità di svolgimento degli esami. Integrali non elementari.

Descrizione attività:

Altre tipiche integrazioni per parti:

 $(1 - x^2)^{1/2};$ $e^x \sin x;$ $e^x \cos x.$

Indicazioni sulle modalità di svolgimento degli esami, con riferimento alla scheda corso.

Cenni ad alcuni integrali non elementari, anche con l'utilizzo di uno specifico software disponibile in rete. Grafico della funzione degli errori.

17/12/2021 - lezione -**Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Integrazione per sostituzione. Completamento del quadrato.

Descrizione attività:

Regola di integrazione per sostituzione: enunciato, dimostrazione, casi notevoli (derivata logaritmica, derivata della potenza di una funzione). Qualche esempio illustrativo.

Riduzione del polinomio di secondo grado $ax^2 + bx + c$, con $a > 0$, alla forma $t^2 + A$ con il metodo del completamento del quadrato.

20/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Funzioni iperboliche inverse. Integrazione delle funzioni pari o dispari.

Descrizione attività:

Definizione delle funzioni iperboliche inverse: $\text{seth } t$, $\text{cosh } t$, e loro uso nel calcolo integrale.

Cambiamento di variabile $x = -t$ nell'integrale di Riemann. Integrazione delle funzioni pari o dispari su di un intervallo simmetrico rispetto all'origine.

20/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Integrazione delle funzioni razionali. Integrali generalizzati (1/2).

Descrizione attività:

Cenni all'integrazione delle funzioni razionali con il metodo di Charles Hermite: esempi scelti.

Integrale generalizzato o improprio esteso ad un intervallo illimitato superiormente: definizione; esempi; teorema del confronto.

Dimostrazione della convergenza della serie armonica generalizzata con esponente $\alpha > 1$ (la divergenza della serie con $\alpha \leq 1$ era stata dimostrata nella lezione del 15 ottobre, la convergenza nel caso particolare $\alpha \geq 2$ era stata dimostrata nella lezione del 19 ottobre).

21/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 11:00

Ora fine: 12:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Integrali generalizzati (2/2). Introduzione alle equazioni differenziali.

Descrizione attività:

Integrale generalizzato o improprio esteso ad un intervallo illimitato inferiormente: definizione.

Integrale generalizzato o improprio esteso a tutto l'asse reale: definizione. Dimostrazione della sommabilità della funzione gaussiana.

Cenni alle origini delle equazioni differenziali e alla loro importanza nelle discipline applicative.

Introduzione alle equazioni differenziali.

21/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 12:00

Ora fine: 13:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Generalità sulle equazioni differenziali ordinarie. Esempi.

Descrizione attività:

Definizione di equazione differenziale. Soluzioni di un'equazione differenziale. Ordine di un'equazione differenziale. Integrale generale. Equazioni lineari. Semplici esempi.

Esempio di un'equazione differenziale lineare (con termine noto discontinuo) priva di soluzioni.

Determinazione dell'integrale generale dell'equazione $y' = y$.

22/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 09:00

Ora fine: 10:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Equazioni a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari (1/2).

Descrizione attività:

Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili: procedimento risolutivo; esempi.

Equazioni differenziali lineari omogenee di ordine qualunque: struttura dello spazio delle soluzioni (è uno spazio vettoriale).

22/12/2021 - lezione -

Docente: GRECO ANTONIO

Ora inizio: 10:00

Ora fine: 11:00

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

Equazioni differenziali lineari (2/2).

Descrizione attività:

Equazioni differenziali lineari omogenee a coefficienti continui: dimensione dello spazio delle soluzioni (coincide con l'ordine dell'equazione). Esempi. La dimostrazione sarà svolta nel corso di Analisi Matematica 3.

Equazioni in forma normale: definizione.

Equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti, omogenee: equazione caratteristica.

Equazioni differenziali lineari non omogenee: struttura dello spazio delle soluzioni. Cenni al metodo di somiglianza.
