

SIMULAZIONE Esame scritto di Geometria e Algebra
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica A.A. 2016/17 - 22/05/17
Docente: prof. Fabio Zuddas

* Si diano le seguenti definizioni:

Matrice ortogonale, applicazione lineare, rango

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + 6x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + (k+1)x_3 + 4x_4 = -1 \\ x_1 + kx_2 - 2x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$$

* Data la seguente matrice

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 & -\frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & 5 & \frac{1}{2} \\ -\frac{9}{2} & -6 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

si determini se è invertibile (e nel caso se ne calcoli l'inversa), si determinino autovalori e autovettori e si dica se è diagonalizzabile.

** Dopo aver determinato basi per nucleo e immagine dell'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$

$$F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2 + 3x_3, x_1 + 2x_3, 3x_1 + x_2 + 5x_3, x_1 + 2x_2)$$

si dica se essa è iniettiva, suriettiva o biiettiva.

*** Si determini la posizione delle seguenti due rette e, nel caso in cui siano complanari, equazione cartesiana e equazioni parametriche del piano che le contiene

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 2z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - y + 3z = 2 \end{cases}$$

**** Si dimostri la formula $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{Cof}(A)^T$ per l'inversa di una matrice