Chapter 1

Esercitazione 05/06/17

(1) Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} 3x + y + kz = 0 \\ x + 2y + z = k \\ kx + 3y + 3z = -1 \end{cases}$$

(2) Data l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

$$F(x, y, z) = (7x + 10y + z, x + 4y + z, -5x - 2y + z)$$

si determinino basi per nucleo e immagine di F e si dica se F è iniettiva, suriettiva o biiettiva; si dica poi se F è diagonalizzabile e, in caso affermativo, si trovi una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di F.

(3) Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme

$$B = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, -1, k)\}$$

è una base di $\mathbb{R}^3$ e, per tali valori, si trovino le coordinate di $v = (1, 2, 3)$ rispetto a B.

(4) Si trovi una base ortonormale del sottospazio W di $\mathbb{R}^3$ generato dai vettori

$$w_1 = (1, 2, 3), \quad w_2 = (-1, 1, 1)$$

(rispetto al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$)

(5) Dopo aver determinato il piano π passante per i tre punti

$$P_0 = (1,1,1), \quad P_1 = (2,0,1), \quad P_2 = (1,0,2)$$

si scrivano equazioni parametriche e cartesiane del piano π' parallelo a π e passante per il punto $P = (1,2,3)$; si scrivano poi equazioni parametriche e cartesiane della retta r intersezione tra π' e il piano di equazione $x+y+z=1$; si determini infine la posizione reciproca di r e della retta r' perpendicolare a π e passante per il punto $(\frac{1}{2}, 1, -1)$.

(6) Fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale nello spazio, si determini la matrice che rappresenta la rotazione di $\frac{\pi}{6}$ attorno alla retta per l'origine con direzione $(0,1,1)$.

(7) Fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale nello spazio, si determini la matrice che rappresenta la riflessione rispetto al piano di equazione $x - 2y = 0$.