

**Esercizi Geometria e Algebra per Ingegneria Biomedica (Esercizio 23/04/21)**

- (1) Si determini, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , la posizione delle due rette seguenti nello spazio:

$$r : \begin{cases} x + y = k \\ 2x + kz = 2 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} 2y - z = -4 \\ kx + 3y - z = -7 \end{cases}$$

Scelto quindi uno dei valori per cui le rette risultano complanari, si scriva l'equazione del piano che le contiene.

- (2) Tra tutti i piani che contengono la retta

$$r : \begin{cases} x + y - z = 1 \\ -x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

si determini (se esiste)

- quello passante per il punto  $P_0 \equiv (1, 1, -1)$
  - quello perpendicolare al piano di equazione cartesiana  $x + y + 3z = 5$
  - quello parallelo al piano di equazione cartesiana  $x + y + z = 0$
  - quello che dista  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  dall'origine
- (3) Si calcoli il determinante delle seguenti matrici quadrate usando lo sviluppo di Laplace rispetto alla riga o colonna che si ritiene più opportuna

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1+i & 2 & 3-2i \\ -1 & i & i \\ i-1 & -i & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

- (4) Dopo aver determinato i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per cui il determinante della seguente matrice si annulla

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & k \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & -3 & k \\ 0 & k & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

si verifichi anche attraverso una riduzione a gradini che per tali valori la matrice non ha rango massimo.