

Esercizi Geometria e Algebra per Ingegneria Biomedica (Esercizio 25/05/21)

- (1) Per ognuna delle seguenti matrici quadrate A , si calcolino autovalori e autovettori, si dica se è diagonalizzabile e in caso affermativo si scriva una matrice invertibile M tale che $M^{-1}AM$ è una matrice diagonale.

$$\begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 6 & -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- (2) Nello spazio tridimensionale dei vettori geometrici applicati in O si fissi una base ortonormale $\vec{OP}_1, \vec{OP}_2, \vec{OP}_3$ e si considerino le due seguenti terne di vettori:

$$v_1 = \vec{OP}_1 + \vec{OP}_3, \quad v_2 = \vec{OP}_1 + \vec{OP}_2, \quad v_3 = \vec{OP}_1 + \vec{OP}_2 + \vec{OP}_3$$

$$v'_1 = \vec{OP}_1 + 2\vec{OP}_2, \quad v'_2 = \vec{OP}_2, \quad v'_3 = -\vec{OP}_1 + \vec{OP}_3$$

Dopo aver verificato che v_1, v_2, v_3 formano una base B e che v'_1, v'_2, v'_3 formano una base B' , si scrivano le matrici di cambiamento di coordinate $M_{BB'}$ e $M_{B'B}$; si usino quindi tali matrici per ottenere le coordinate rispetto a B' del vettore v che ha coordinate $(1, 2, -3)$ rispetto a B , e si verifichi la correttezza del risultato scrivendo esplicitamente il vettore v .