

Chapter 1

Esercizi tipo 5

- (1) Si calcolino basi per nucleo e immagine della seguente applicazione lineare

$$f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3, (x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto (x_1 - 2x_2 + 3x_3, -x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4, x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4)$$

e si dica se essa è iniettiva, suriettiva o biiettiva.

- (2) Si calcolino basi per nucleo e immagine della seguente applicazione lineare

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4, (x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_1 + x_2 + x_3, x_1 - x_2 + 2x_3, 2x_1 + x_2, x_1 + 3x_2 + x_3)$$

e si dica se essa è iniettiva, suriettiva o biiettiva.

- (3) Si calcolino basi per nucleo e immagine del seguente endomorfismo

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, (x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_1 + x_2 + kx_3, x_1 + x_2 - x_3, 2x_1 + x_2)$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$ e, nel caso in cui esso sia biiettivo, se ne scriva la funzione inversa.

- (4) Si dica per quali $k \in \mathbb{R}$ il seguente sistema è risolubile con il metodo di Cramer e, in tal caso, risolverlo usando tale metodo

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + kx_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 = 0 \\ kx_1 + 3x_2 + 6x_3 = 2 \end{cases}$$

- (5) Fissata una base $\vec{OP}_1, \vec{OP}_2, \vec{OP}_3$ nello spazio tridimensionale V_O^3 dei vettori applicati, si dica per quali $k \in \mathbb{R}$ i seguenti vettori

$$v_1 = \vec{OP}_1 + k\vec{OP}_2 + 3\vec{OP}_3$$

$$v_2 = \vec{OP}_1 + 2\vec{OP}_2 - \vec{OP}_3$$

$$v_3 = \vec{OP}_1 + \vec{OP}_2 + \vec{OP}_3$$

formano anch'essi una base B di V_O^3 , e per tali valori si determinino le coordinate di $v = \vec{OP}_1 - \vec{OP}_2$ rispetto a B .

- (6) Si dica quali tra i seguenti

$$f(x, y) = 2x_1y_1 + 2x_2y_1 - x_1y_3 + x_1y_2 - x_3y_1 + x_3y_3$$

$$f(x, y) = x_1y_1 - 2x_3y_2 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_3y_1 + x_2y_1 + 2x_2y_2 - 2x_2y_3 + 2x_3y_3$$

$$f(x, y) = 5x_1y_1 - x_1y_3 + 5x_2y_2 + 3x_2y_3 - x_3y_1 + 3x_1y_2 + 3x_3y_2 + 5x_3y_3 + 3x_2y_1$$

sono prodotti scalari in \mathbb{R}^3 .