

Chapter 1

Esercizi tipo 4

- (1) Si dica se le seguenti matrici sono invertibili e, in caso affermativo, se ne determini l'inversa usando sia il metodo della riduzione a gradini sia il metodo dei cofattori

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

- (2) Si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ la matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & -k & 1 \\ 1 & 1 & k \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

è invertibile e, per tali valori, se ne determini l'inversa

- (3) Si dica quali delle seguenti forme quadratiche di \mathbb{R}^3 è definita positiva

$$q(x) = 4x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$$

$$q(x) = 4x_1^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 3x_3^2$$

- (4) Si calcoli, quando possibile, le composizioni $g \circ f$ e $f \circ g$ nei seguenti casi:

(1)

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^2, (x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_1 + 4x_2 - x_3, 2x_1 - 3x_3) \\ g : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^4, (x_1, x_2) \mapsto (3x_1 + x_2, 2x_1 - x_2, x_1 + 5x_2, 3x_1 - 2x_2) \end{aligned}$$

(2)

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, (x_1, x_2) \mapsto (x_1 - x_2, 2x_1 + x_2, x_1 + 4x_2)$$

$$g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x_1, x_2, x_3) \mapsto (-2x_1 + 5x_2 + x_3, x_1 + x_2 - 4x_3)$$