

Chapter 1

Esercizi 2017/18 avanzati

- (1) Dopo aver determinato di che tipo sono le seguenti forme bilineari su \mathbb{R}^3

$$f_1(x, y) = 4x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + x_2y_2 - 3x_1y_3 - 3x_3y_1 + x_3y_3 - \frac{3}{2}x_2y_3 - \frac{3}{2}x_3y_2$$

$$f_2(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 + 3x_3y_3 + x_1y_2 + x_2y_1 - x_1y_3 - x_3y_1 - 3x_2y_3 - 3x_3y_2$$

si determini, rispetto a quelle che risultano essere un prodotto scalare, una base ortonormale del sottospazio

$$W = \langle (1, 2, 0), (0, 1, -1) \rangle$$

- (2) Dopo aver determinato la matrice che rappresenta la rotazione R di angolo $\frac{\pi}{4}$ attorno alla retta per O di direzione $(-1, 0, 1)$, si determinino equazioni parametriche e cartesiane del piano che si ottiene ruotando il piano che passa per i punti $(1, 1, 1)$, $(2, 1, 3)$, $(-1, 2, 0)$ rispetto a R
- (3) Dati i piani p e p' di equazioni cartesiane $x - y - z = 0$ e $x + 2y = 0$, si compongano le riflessioni rispetto a p e p' , e dopo aver spiegato perché la composizione è una rotazione se ne determinino asse e angolo.
- (4) Detta r' la retta che si ottiene ruotando attorno all'asse y di $\frac{\pi}{2}$ la retta r di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 1 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

, si dica per quali valori di k r' è complanare con la retta

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y - kz = 2 \end{cases}$$

e per tali valori si determini il piano che le contiene.