

Esercizi Geometria e Algebra per Biomedici 2021 (Geometria nello spazio)

- (1) Si determini al variare di $k \in \mathbb{R}$ la posizione reciproca della retta r che passa per i punti $P_0 = (1, 1, k)$, $P_1 = (0, 2, -1)$ e la retta r' che passa per i punti $P'_0 = (1, 3, 2)$, $P'_1 = (-1, k, 0)$
- (2) Si trovino, se esistono, valori di k per cui la retta passante per i punti $(1, 0, k)$, $(2, -1, -1)$ è parallela al piano di equazione cartesiana $2x - 2y + 3z = 5$; per gli altri valori, si determinino i punti di intersezione tra la retta e il piano.

- (3) Dopo aver mostrato che la retta r_1 di equazioni parametriche $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ e la retta r_2 di equazioni cartesiane $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ sono sghembe, si trovino retta di minima distanza e la distanza tra le rette.

- (4) Si dica per quali $k \in \mathbb{R}$ le rette

$$r_1 : \begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ x + 2y = k \end{cases}, \quad r_2 : \begin{cases} -x + y + z = 1 \\ x - 2y + kz = 2 \end{cases}$$

non sono sghembe, e per tali k si determini il piano che le contiene

- (5) Si determini l'angolo tra la retta r passante per l'origine e perpendicolare al piano di equazioni parametriche $\begin{cases} x = -1 + t - s \\ y = 2 + t + s \\ z = 1 - s \end{cases}$ e la retta r' passante per i punti $(1, 1, -1)$, $(2, 3, 0)$
- (6) Si considerino il piano p passante per i tre punti

$$P_0 = (1, 0, 2), \quad P_1 = (1, 1, 1), \quad P_3 = (-1, 1, 0)$$

e il piano p' passante per i tre punti

$$P'_0 = (0, 1, 1), \quad P'_1 = (1, -1, 2), \quad P'_3 = (1, 0, 0)$$

Dopo aver mostrato che i due piani si intersecano lungo una retta r , si determini la distanza di r dal punto Q di coordinate $(-4, -1, 1)$.

- (7) Detto p il piano perpendicolare alla retta di equazioni cartesiane $\begin{cases} x - y - z = 1 \\ x - z = 1 \end{cases}$ e passante per l'origine e p' il piano di equazione cartesiana $2x + y - 2z = 3$, si determini l'angolo tra p e p' .
- (8) Nel fascio proprio di piani aventi in comune la retta di equazioni cartesiane $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ si determini
- il piano passante per il punto $Q = (1, 2, -3)$
 - il piano perpendicolare al piano di equazione cartesiana $x + y + z = 1$
 - il piano parallelo al piano di equazione cartesiana $x - y - z = 5$
 - il piano che forma un angolo di $\pi/4$ con la retta passante per i punti $(1, 1, 1)$, $(-2, 0, 1)$
- (9) Nel fascio improprio di piani paralleli al piano $x + y + 3z = 6$ si determini
- il piano che dista 1 dall'origine
 - il piano che passa per il punto $Q = (1, 1, 1)$