

Esercizi Geometria e Algebra Biomedica per Nicola (Esercizio 08/04/19)

(1) Data l'applicazione lineare

$$F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad F \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + 3x_2 + 6x_3 + x_4 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 + kx_4 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 + \frac{1}{2}x_4 \\ -3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 \end{pmatrix}$$

si calcolino basi per nucleo e immagine di F al variare di $k \in \mathbb{R}$ e si dica per quali valori F è iniettiva, suriettiva o biiettiva.

(2) Si determinino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, basi per nucleo e immagine, iniettività, suriettività, bigettività dell'applicazione lineare

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad F \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 - x_3 \\ 3x_1 + kx_2 - 2x_3 \\ x_1 - 8x_2 + kx_3 \\ kx_1 + 7x_2 - 2x_3 \end{pmatrix}$$

(3) Date le due applicazioni lineari

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad f(x, y) = (x + 2y, 2x - y, 3x + 4y)$$
$$g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad g(x, y, z) = (x - y + 5z, 2x - \frac{1}{2}y + z)$$

si scrivano entrambe le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$, si calcolino basi per nucleo e immagine di $f \circ g$ e $g \circ f$ e si dica se $f \circ g$ e $g \circ f$ sono iniettive, suriettive o bigettive.