Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica A.A. 2018/19 - 08/01/20 - Docente: prof. Fabio Zuddas

* Si diano le seguenti definizioni: *dimensione di uno spazio vettoriale*; *applicazione lineare*; *prodotto scalare su uno spazio vettoriale V*

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + y + 2z = k - 1 \\ 2x - y + 2z = 1 \\ x + 4y + kz = 8 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

si dica se A è invertibile e, se sì, si calcoli l'inversa; si calcolino poi autovalori e autovettori di A, si dica se esiste una matrice M invertibile tale che $M^{-1}AM$ è diagonale e, in caso affermativo, si determini M.

[+**22**]

** Si determinino basi del nucleo $N(f)$ e dell'immagine $Im(f)$ della seguente applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1+x_2, x_2-x_3+x_4, x_1+2x_2-x_3+x_4, 3x_1+x_2+2x_3-2x_4)$$

e si dica se essa è iniettiva, suriettiva o biiettiva; si scriva poi una base ortonormale di $N(f)$ (rispetto al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^4$)

[+**5**]

*** Dopo aver scritto equazioni parametriche e cartesiane del piano p dello spazio passante per i punti $P_0 \equiv (0, 0, 0)$, $P_1 \equiv (4, 1, -3)$, $P_2 \equiv (0, 3, -3)$, si scriva la matrice che rappresenta la proiezione ortogonale su p.

[+**3**].

**** Si dimostri la disuguaglianza triangolare in uno spazio vettoriale dotato di un prodotto scalare [+**Lode**]