

**Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in  
Ingegneria Biomedica A.A. 2016/17 - 07/06/17 - Docente: prof.  
Fabio Zuddas**

\* Si diano le seguenti definizioni:

Coordinate di un vettore rispetto a una base; nucleo di un'applicazione lineare; autovettore di un endomorfismo

\* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di  $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + 3y + kz = 0 \\ 3x + 2y + z = 1 \\ x - 2ky - 3z = 1 \end{cases}$$

\* Data

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

si determini, se esiste, una matrice  $M$  invertibile tale che  $M^{-1}AM$  sia diagonale e si verifichi tale risultato calcolando esplicitamente il prodotto  $M^{-1}AM$

\*\* Si determini una base ortonormale del seguente sottospazio di  $\mathbb{R}^4$

$$W = \langle (1, 0, 0, 1), (1, 0, -1, 0), (0, 0, 0, 1) \rangle$$

rispetto al prodotto scalare standard di  $\mathbb{R}^4$

\*\*\* Si determini la matrice che rappresenta, rispetto a una base ortonormale di  $V_{\mathcal{O}}^3$ , la rotazione di asse  $(1, 0, -1)$  e angolo  $\frac{\pi}{4}$

\*\*\*\* Si dimostri che, per ogni autovalore, la molteplicità algebrica è maggiore o uguale a quella geometrica.